

탄성파이론 중간시험 (30점)

숭실대 대학원 기계공학과

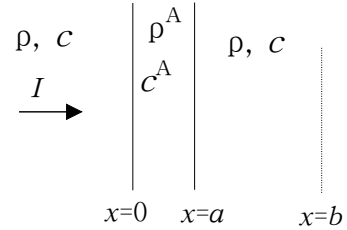
2005. 5. 3.

1. 다음 그림과 같이 일정 두께(a)의 넓은 판재가 두 가지 재료의 반무한체 사이에 완벽하게 접합되어 있다. 왼쪽에서 전파하여 경계면($x=0$)에 입사하는 종파의 응력 함수와 진동속도 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$(\sigma_x)_i = f(t - \frac{x}{c})$$

$$(\dot{u})_i = -\frac{1}{\rho c} f(t - \frac{x}{c})$$

$x=b$ 인 지점에서 관찰되는 파동 응력을 설명하시오.



2. 일반적인 동탄성(dynamic elasticity)문제는 다음 식들로 표현될 수 있다.

stress equation of motion $\tau_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i$

stress-strain relation $\tau_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2 G \epsilon_{ij}$

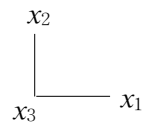
strain-displacement relation $\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$

(a) xyz 직각좌표계의 변위 $u(x,y,z,t)$, $v(x,y,z,t)$, $w(x,y,z,t)$ 를 사용하여 위의 세 식을 바꾸어 표현하시오.

(b) x_1 - x_2 면에서 운동하며 전파하는 plane strain longitudinal wave의 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$G u_{\alpha,\beta\beta} + (\lambda + G) u_{\beta,\beta\alpha} = \rho \ddot{u}_\alpha \quad (\alpha, \beta = 1, 2)$$

이 식을 xyz 좌표계의 변위 $u(x,y,t)$ 와 $v(x,y,t)$ 로 표현되는 운동방정식들로 바꾸어 나타내시오.



3. 단면이 원형인 봉에서 축대칭 비틀림파가 z 축 방향으로 전파하고 있다.

(a) 응력과 변형률 성분들을 변위 $v(r, z, t)$ 와 전단탄성계수 G 로 표현하시오.

(b) 응력 운동방정식으로부터 출발하여 파동방정식을 유도하시오.

(c) 변위 퍼텐셜 중 ψ_z 로써 이 문제의 파동방정식을 표현하시오.

- 끝 -

탄성파이론 학기말시험 (30점)

숭실대 대학원 기계공학과

2005. 6. 21.

1.[4점] 균질(homogeneous), 등방성(isotropic), 완전탄성(linearly elastic) 매질에서 전파하는 탄성파의 운동방정식은

$$G \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + G) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad \left(\nabla = \mathbf{i}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \mathbf{i}_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \mathbf{i}_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$$

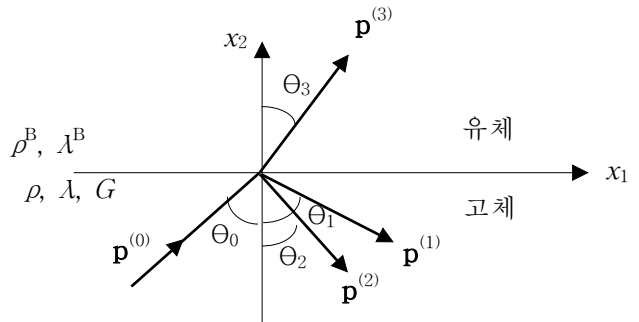
로 표현된다. 이러한 매질로 이루어진 무한공간에서 전파하는 평면파(plane wave)에는 2종류가 있다. 평면파 변위를 $\mathbf{u} = f(\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} - ct) \mathbf{d}$ 로 표현하여, 2종류의 평면파가 무엇이며 전파속도는 어떻게 표현되는지 유도하시오.

2.[4점] 탄성 매질의 한 지점에 반지름이 a 인 구(sphere)가 놓여 있다. 구의 표면에서 변위 $u(a, t) = U_0 e^{i\omega t}$ 인 진동이 발생하고 있고, 이로 인해 구의 외부로 파동이 전파한다. 응력으로 표현된 운동방정식

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

을 사용하여 파동 변위 $u(r, t)$ 를 유도하시오.

3.[10점] 반무한 고체와 반무한 유체가 접해 있는 경계면을 향해 그림과 같이 고체 쪽에서 SV파가 입사하고 있다. 이때에 경계면에서 반사와 굴절이 일어난다.



(a) 입사파의 변위 벡터를

$$\mathbf{u}^{(0)} = A_0 (-\cos\theta_0 \mathbf{i}_1 + \sin\theta_0 \mathbf{i}_2) \exp[ik_0(x_1 \sin\theta_0 + x_2 \cos\theta_0 - ct)]$$

라고 표현할 때, 반사파와 굴절파들의 변위 벡터 $\mathbf{u}^{(1)}$, $\mathbf{u}^{(2)}$, $\mathbf{u}^{(3)}$ 를 각각 표현하시오.

(b) 위의 표현을 이용해 각각의 파동의 수직응력 $\sigma_2^{(0)}$, $\sigma_2^{(1)}$, $\sigma_2^{(2)}$, $\sigma_2^{(3)}$ 와 전단응력 $\tau_{21}^{(0)}$, $\tau_{21}^{(1)}$, $\tau_{21}^{(2)}$, $\tau_{21}^{(3)}$ 을 표현하시오.

(c) $x_2=0$ 인 경계면에서 만족되어야 하는 경계조건을 설정하고, 위에서 구한 표현들을 대입하여 정리하시오.

(d) 이 식들이 만족되기 위한 조건으로부터 wavenumber k_1 , k_2 , k_3 와 k_0 의 관계를 밝히고, 각도 θ_1 , θ_2 , θ_3 와 θ_0 의 관계를 밝히시오.

(e) 입사각 θ_0 가 0이 아닌 이 문제의 경우와 θ_0 가 0인 특별한 경우에 나타나는 결과의 차이는 무엇인지 설명하시오.

4.[8점] 그림과 같이 한 층(layer)로 덮인 반무한 공간에서 Rayleigh 표면파가 전파하고 있다.

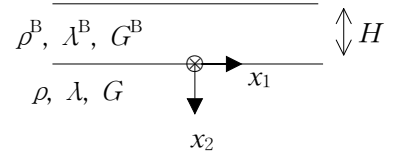
(a) 두 매질에서의 운동방정식을 각각

변위 $u_1(x_1, x_2, t)$ 과 $u_2(x_1, x_2, t)$ 로 표현하시오.

(b) $x_2 > 0$ 인 영역에서 해의 형태를 제시하시오.

(c) $-H < x_2 < 0$ 인 영역에서 해의 형태를 제시하시오.

(d) 경계조건을 설정하시오.



5.[4점] 단면의 외부반지름이 r_o 이고 내부반지름이 r_i 인 파이프에 원통형 변환기에 의해 축대칭 방사진동이 발생되어 축방향으로 전파하고 있다. 반지름 방향 변위를 u , 축방향 변위를 w 로 표기한다.

(a) 변위 퍼텐셜(displacement potential)로 표현되는 운동방정식을 표현하고, 변수분리(separation of variables)에 의해 표현되는 변위 해 $u(r, z, t)$ 와 $w(r, z, t)$ 의 형태를 제시하시오.

(b) 파이프가 공기 중에 자유롭게 놓여 있을 때, 파이프의 내부 표면과 외부 표면에서의 경계조건을 변위 u 와 w 로써 표현하시오.

(끝)