

# 연 속 계 진 동 해 석      중 간 시 험

[ 30 점 ]

2004. 10. 26.

대학원 기계공학과

1. [15점] 균일한 현(string)의 횡방향 자유진동을 고려한다. 이 현은 길이  $L$ , 단위길이당 질량  $\rho$ , 장력  $T$ 이다. 현의 경계는  $x=0$ 인 지점에서 고정되어 있고,  $x=L$ 인 지점에서 스프링(강성은  $k$ )에 의해 지지되어 있다. 횡방향 변위  $y(x,t)$ 를  $Y(x) \cos(\omega t - \phi)$ 로 변수분리하여 운동방정식과 경계조건에 적용하여 다음의 eigenvalue problem을 얻었다.

$$\frac{d^2 Y(x)}{dx^2} + \beta^2 Y(x) = 0, \quad \beta^2 = \frac{\omega^2 \rho}{T}, \quad Y(0) = 0, \quad T \frac{dY(x)}{dx} \Big|_{x=L} + k Y(L) = 0$$

- (a) 특성방정식(characteristic equation)을 구하시오.  
 (b) 현의 길이  $L = 1.5$  m, 질량 120 g, 장력  $T = 115$  kN이고,  $kL/T = 1.0$  인 관계가 있을 때, 1차, 2차, 3차 모드의 고유진동수를 Hz 단위로 구하시오.  
 (c) 스프링의 강성이 엄청나게 클 때, 1차, 2차, 3차 모드의 모드형상을 그리시오.

2. [5점] 균일한 보(beam)의 굽힘진동을 고려한다. 이 보는 길이  $L$ , 단위길이당 질량  $m$ , 굽힘강성(flexural rigidity)  $EI$ 이다. 이 보는  $x=0$ 인 지점에서 고정(clamp)되어 있고,  $x=L$ 인 지점을 포함한 그 외 모든 지점에서 자유로운 외팔보(cantilever)이다. 횡방향 변위  $y(x,t)$ 를  $Y(x) \cos(\omega t - \phi)$ 로 변수분리하여 운동방정식과 경계조건에 적용하여 다음의 eigenvalue problem을 얻었다.

$$EI \frac{d^4 Y(x)}{dx^4} = \omega^2 m Y(x), \quad Y(0) = 0, \quad \frac{dY(x)}{dx} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \Big|_{x=L} = 0, \quad \frac{d^3 Y(x)}{dx^3} \Big|_{x=L} = 0$$

고유모드  $Y_r(x)$ 과  $Y_s(x)$  ( $r \neq s$ )가 단위길이당 질량  $m$ 에 대해 직교성(orthogonality)을 나타내는 식을 유도하시오.

3. [10점] 균일한 막대(rod)의 종방향 자유진동을 고려한다. 이 막대는 길이  $L$ , 단위길이당 질량  $m$ , 종강성(axial rigidity)  $EA$ 이다. 이 막대는  $x=0$ 인 지점에서 고정되어 있고,  $x=L$ 인 지점에 집중질량  $M$ 이 달려 있다. 종방향 변위를  $u(x,t)$ 로 표기한다.

- (a) 뉴턴의 운동 제2법칙에 근거하여 운동방정식과 경계조건을 구하시오.  
 (b)  $u(x,t) = U(x) \cos(\omega t - \phi)$ 를 운동방정식과 경계조건에 적용하여 eigenvalue problem을 구하시오.  
 (c) 특성방정식을 구하시오.  
 (d) 특성방정식의 근을 구하는 그래프를  $M/mL = 0.5$ 와  $2.0$ 인 경우에 대하여 그리고, 최소부터 3개의 근을 구하시오.  
 (e) 집중질량  $M$ 의 크기가 고유진동수에 미치는 영향을 설명하시오.

----- (참고사항) -----

$$\tan x = -x \Rightarrow x = 2.03, 4.91, 7.98, \dots$$

$$\tan x = -2x \Rightarrow x = 1.84, 4.82, 7.92, \dots$$

$$\tan x = \frac{1}{2x} \Rightarrow x = 0.65, 3.29, 6.36, \dots$$

$$\tan x = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 0.89, 3.43, 6.44, \dots$$

$$\tan x = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 1.08, 3.64, 6.58, \dots$$

# 연 속 계 진 동 해 석 학 기 말 시 험

[ 30 점 ]

2004. 12. 14.

대학원 기계공학과

<textbook과 notes 참조 가능>

1. [8점] 연속계의 진동을 해석하는 방법들을 크게 세가지 유형으로 분류하면 (1) 엄밀해법 (exact solution method), (2) 근사해법 (approximate solution method), (3) 유한요소법 (finite-element method)들이 있다.
  - (a) 세가지 접근방법 각각의 용도를 서술하시오.
  - (b) 근사해법 중 lumped-parameter method에 속하는 방법들의 종류와 절차를 서술하시오.
  - (c) 근사해법 중 series discretization method에 속하는 방법들의 종류와 절차를 서술하시오.
  - (d) 유한요소법의 절차를 서술하시오.

- 2-4. 길이가  $L$ 인 불균일 막대(rod)가 경계  $x=0$ 에서 고정되고  $x=L$ 에서 자유로우며, 단위길이당 질량  $m(x)$ 와 axial rigidity  $EA(x)$ 가 각각 다음과 같다.

$$m(x) = m \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right], \quad EA(x) = EA \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right]$$

2. [6점] Holzer's method를 사용하되, 교재 Fig. 9.11을 참조하여 4개의 station을 균등 간격으로 배치하는 모델을 설정하고, 각 station과 field의 transfer matrix들을 구한 후, overall transfer matrix를 구하시오(matrix 곱셈 계산 불필요).
3. [4점] Rayleigh's energy method를 사용하되, 균일한 봉의 1차 모드를 trial function으로 택하여 기본 고유진동수를 구하시오. 봉의 길이  $L = 0.40$  m, 영률  $E = 80$  GPa,  $x=0$ 인 지점에서의 단면적  $A = 1.26 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>, 단위길이당 질량  $m = 9.80$  kg/m이다.
4. [6점] Rayleigh-Ritz method를 사용하되, 2개항의 series를 설정하여 algebraic eigenvalue problem의 mass matrix와 stiffness matrix를 구하시오(적분 계산 불필요).
5. [6점] 막대의 축방향 진동 해석에 FEM을 사용함에 있어서, 막대 내의 한 요소(element)에 사용할 cubic interpolation function  $\phi_1(\xi)$ ,  $\phi_2(\xi)$ ,  $\phi_3(\xi)$ ,  $\phi_4(\xi)$ 를 구하고, sectionally-constant 라고 가정하여 내부 한 요소의 mass matrix와 stiffness matrix를 구하는 식을 제시하시오(matrix 곱셈 계산 및 적분 계산 불필요).

(끝)