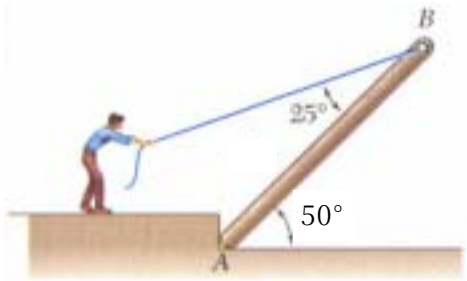
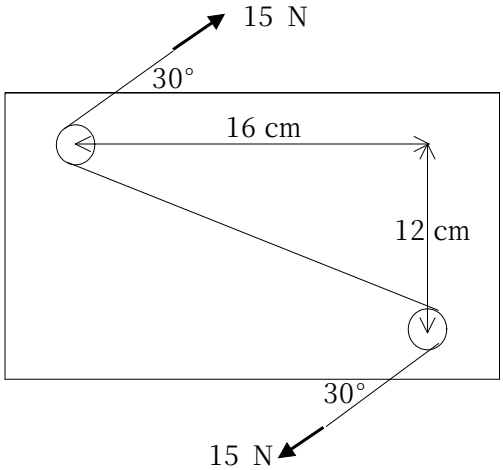
정 역 학 2008년 시험2 (가반) [25점] 2008. 11. 6.

1.[4점] 다음 물음에 서술형으로 답하라.
(a) 강체(rigid body)란 무엇인지를 역학적 관점에서 서술하고, 그 예를 하나 제시하라.
(b) 다음 두 가지 문 손잡이 A와 B의 장점과 단점을 힘과 모멘트의 관점에서 비교하라.

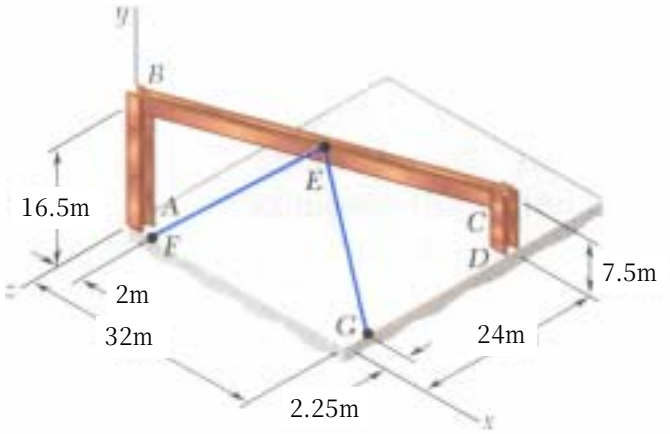
2.[5점] 길이가 5 m 이고 무게가 90 N 인 기둥을 그림과 같이 인부가 로프를 잡아당겨서 들어 올리려 한다. 로프에서의 장력 **T**의 크기와 *A*에서 기둥에 가해지는 반력 **R**의 크기 및 방향을 구하라.



3.[4점] The steel plate shown supports two 1-cm radius idler rollers mounted on the plate. A flat belt passes around the rollers and the tension in the belt is 15 N. Determine the resultant couple acting on the plate.

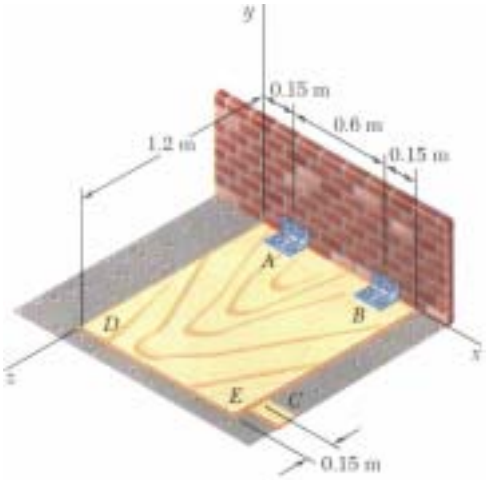


4.[6점] 강재로 된 프레임 부재 *AB*, *BC*, *CD*가 *B*와 *C*에서 결합되어 있으며, *BC*의 중간점 *E*에서 케이블 *EF*와 *EG*에 의해 지지되어 있다. 케이블 *EG*의 장력은 450 N이다.



(a) 두 케이블 *EF*와 *EG*가 이루는 각도를 구하라.
(b) 케이블 *EG*에 의해 점 *G*에 가해지는 장력의 점 *A*에 관한 모멘트를 구하라.
(c) 케이블 *EG*에 의해 점 *G*에 가해지는 장력의 부재 *CD*에 관한 모멘트의 크기를 구하라.

5.[6점] 0.9m×1.2m이고 무게가 50 N 인 사각 평판이 바닥의 입구를 덮고 있다. 이 판은 *A*와 *B*에서 힌지(hinge)로 지지되어 있고, 작은 블록 *C*에 의해 바닥보다 약간 위에 놓여 있다.



(a) 평판의 자유물체도(free-body diagram)을 그려라.
(b) *C*에서 반력(reaction)의 수직성분을 구하라.
(c) *A*에서 반력의 수직성분을 구하라.

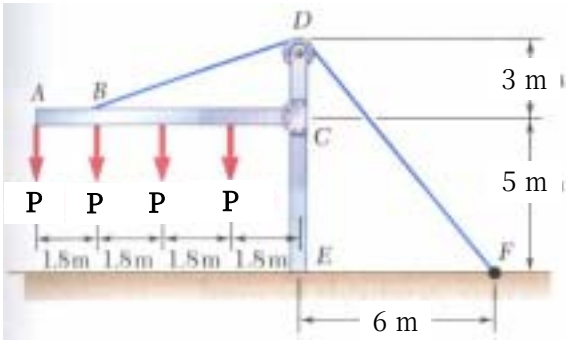
정 답

2. T = 68.4 N, **R** = 134.1 N ↗62.4°
3. **M** = 3.06 N·m ↻
4. (a) θ = 85.7°
   (b) $\mathbf{M}_A$ = 546 **i** + 7040 **j** + 7770 **k** (N·m)
   (c) M_{CD} = 7038 (N·m)
5. (b) $\mathbf{C}_y$ = 28.6 N↑
   (c) $\mathbf{A}_y$ = 32.1 N↑

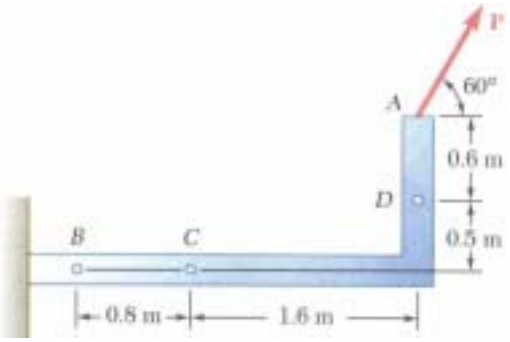
정 역 학 2008년 시험2 (나반) [25점] 2008. 11. 6.

1.[4점] 다음 물음에 서술형으로 답하라.
(a) 힘의 모멘트(moment)란 무엇인지를 서술하고, 그 예를 하나 제시하라.
(b) 다음 두 가지 렌치(wrench) A와 B의 장점과 단점을 힘과 모멘트의 관점에서 비교하라.

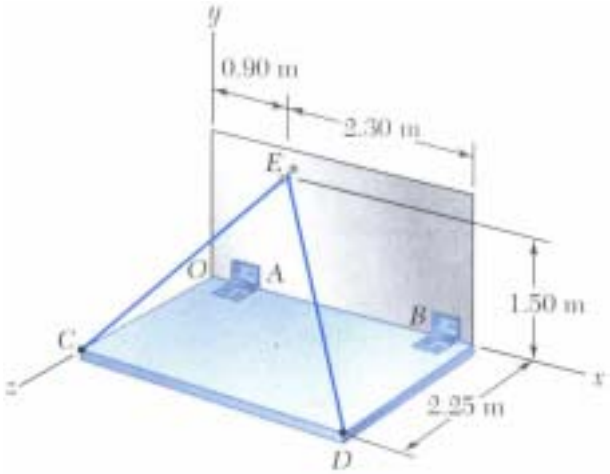
2.[5점] 그림과 같은 구조물이 작은 건물의 지붕에서 일부를 지지하고 있다. 힘 **P**의 크기가 30 kN이고 케이블의 장력이 250 kN임을 알 때, 고정단 *E*에서의 반력의 수평성분 및 수직성분과 모멘트를 구하라.



3.[4점] A 600-N force **P** is applied at point *A* of a structural member. Replace **P** with an equivalent system consisting of a horizontal force at *D* and a second force at *B*.

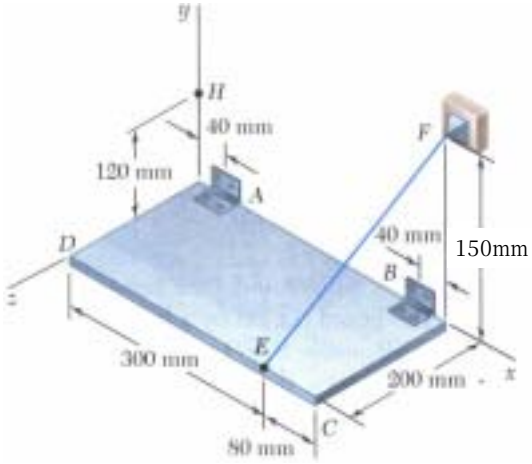


4.[6점] 사각 평판이 A와 B에서 힌지(hinge)로 지지되어 있고, 마찰 없는 고리 E에 걸쳐 있는 케이블에 의해 지지되어 있다. 케이블의 장력은 450 N이다.
(a) 두 케이블 *EC*와 *ED*가 이루는 각도를 구하라.
(b) 케이블 *ED*에 의해 점 *D*에 가해지는 장력의 점 *C*에 관한 모멘트를 구하라.



(c) 케이블 *ED*에 의해 점 *D*에 가해지는 장력의 축 *AB*에 관한 모멘트의 크기를 구하라.

5.[6점] 380mm×200mm이고 무게가 90 N 인 사각 평판이 *A*와 *B*에서 힌지(hinge)로 지지되어 있고, 케이블 *EF*로 지지되어 있었는데 평판에 짐을 얹기 위해 케이블의 한쪽 끝을 *E*에서 *C*로 이동시켰다 (즉, 케이블 *CF*로 평판을 지지함).



(a) 평판의 자유물체도(free-body diagram)을 그려라.
(b) 케이블 *CF*의 장력의 크기를 구하라.
(c) *A*에서 반력(reaction)의 수직성분을 구하라.

정 답

2. $\mathbf{E}_x$ = 150 kN ←, $\mathbf{E}_y$ = 320 kN ↑,
   $\mathbf{M}$ = 660 kN·m ⟩
3. $\mathbf{P}_B$ = 2200 N ∠13.7°, $\mathbf{P}_D$ = 1834 N ←
4. (a) θ = 58.8°
   (b) $\mathbf{M}_C$ = 913 **j** + 608 **k** (N·m)
   (c) M_{AB} = -428 (N·m) 또는 M_{BA} = 428 (N·m)
5. (b) T = 75.0 N
   (c) $\mathbf{A}_y$ = 51.0N ↑

정역학 2008년 시험2 (가반) 해 답

1. (a) 서술 (b) 서술 (3.12절 우력의 모멘트, 3.16절 한 힘 = 우력 모멘트 + 다른 힘)

2. W = 90 N

$AE = EF = CD = \frac{1}{2}(5\text{ m})\cos 50° = 1.6070$ m

$CE = (5\text{ m})\sin 50° - (1.6070\text{ m})\frac{1}{\tan(40° + 25°)}$

$= 3.081$ m

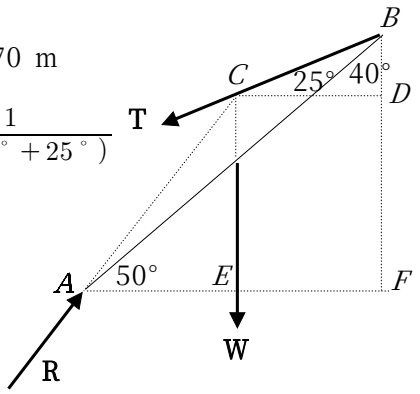
$\tan\alpha = \frac{CE}{AE} = \frac{3.081}{1.607} = 1.917$

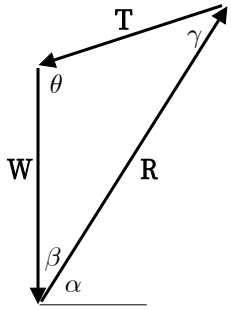
$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(1.917) = 62.45°$

$\beta = 90° - 62.45° = 27.55°$

$\theta = 90° + [90° - (25° + 40°)] = 115°$

$\gamma = 180° - (115° + 27.55°) = 37.45°$





$\frac{\sin\beta}{T} = \frac{\sin\theta}{R} = \frac{\sin\gamma}{W} \quad \Rightarrow \quad T = (90\text{ N})\frac{\sin 27.55°}{\sin 37.45°} = 68.4$ N

$R = (90\text{ N})\frac{\sin 115°}{\sin 37.45°} = 134.14$ N $\quad \Rightarrow \quad \mathbf{R} = 134.1$ N $\angle 62.4°$

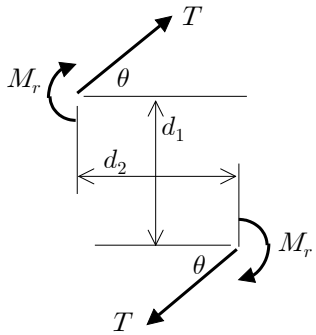
3. $d_1 = 0.12$ m, $d_2 = 0.16$ m, $r = 0.01$ m, $\theta = 30°$, $T = 15$ N, $M_r = Tr$

$M = -(T\cos\theta)d_1 - (T\sin\theta)d_2 - 2M_r$

$= -T[d_1\cos\theta + d_2\sin\theta + 2r]$

$= -(15\text{ N})[(0.12\text{ m})\cos 30° + (0.16\text{ m})\sin 30° + 2(0.01\text{ m})]$

$= -3.059$ N·m $\quad \Rightarrow \quad \mathbf{M} = 3.06$ N·m (



4. $T_{GE} = 450$ N

(a) $\mathbf{r}_{F/E} = (2 - 16)\mathbf{i} + (0 - 12)\mathbf{j} + [0 - (-12)]\mathbf{k}$ (m)

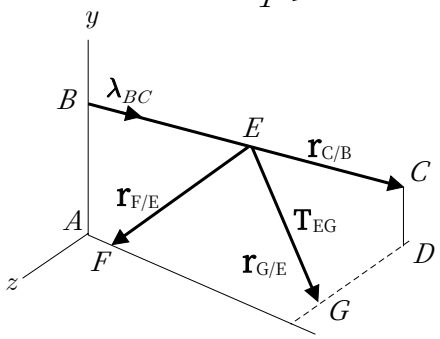
$= -14\,\mathbf{i} - 12\,\mathbf{j} + 12\,\mathbf{k}$ (m)

$r_{F/E} = \sqrt{(-14\text{ m})^2 + (-12\text{ m})^2 + (12\text{ m})^2} = 22.0$ m

$\mathbf{r}_{G/E} = (32-16)\,\mathbf{i} + (-12)\,\mathbf{j} + [-2.25-(-12)]\,\mathbf{k}$ (m)

$= 16\,\mathbf{i} - 12\,\mathbf{j} + 9.75\,\mathbf{k}$ (m)

$r_{G/E} = \sqrt{(16\text{ m})^2 + (-12\text{ m})^2 + (9.75\text{ m})^2} = 22.25$ m



$\mathbf{r}_{F/E} \cdot \mathbf{r}_{G/E} = [-14\,\mathbf{i} - 12\,\mathbf{j} + 12\,\mathbf{k}\text{ (m)}] \cdot [16\,\mathbf{i} - 12\,\mathbf{j} + 9.75\,\mathbf{k}\text{ (m)}]$

$= (-14)(16) + (-12)(-12) + (12)(9.75)\ (\text{m}^2) = 37\ (\text{m}^2)$

$\cos\theta = \frac{\mathbf{r}_{F/E} \cdot \mathbf{r}_{G/E}}{r_{F/E}\, r_{G/E}} = \frac{(37\text{ m}^2)}{(22.0\text{ m})(22.25\text{ m})} = 0.07559$

$\theta = \cos^{-1}(0.07559) = 85.66° \quad \Rightarrow \quad \theta = 85.7°$

(b) $\boldsymbol{\lambda}_{GE} = \dfrac{\mathbf{r}_{E/G}}{r_{E/G}} = \dfrac{1}{22.25\ \text{m}}[-16\ \mathbf{i} + 12\ \mathbf{j} - 9.75\ \mathbf{k}\ (\text{m})]$

$\mathbf{T}_{GE} = T_{GE}\ \boldsymbol{\lambda}_{GE} = \dfrac{450\ \text{N}}{22.25\ \text{m}}[-16\ \mathbf{i} + 12\ \mathbf{j} - 9.75\ \mathbf{k}\ (\text{m})]$

$= -323.6\ \mathbf{i} + 242.7\ \mathbf{j} - 197.2\ \mathbf{k}\ (\text{N})$

$\mathbf{r}_{G/A} = 32\ \mathbf{i} - 2.25\ \mathbf{k}\ \ (\text{m})$

$\mathbf{M}_A = \mathbf{r}_{G/A} \times \mathbf{T}_{EG} = [32\ \mathbf{i} - 2.25\ \mathbf{k}\ \ (\text{m})] \times [-323.6\ \mathbf{i} + 242.7\ \mathbf{j} - 197.2\ \mathbf{k}\ (\text{N})]$

$= -(-2.25)(242.7)\ \mathbf{i} + [(-2.25)(-323.6) - (32)(-197.2)]\ \mathbf{j} + (32)(242.7)\ \mathbf{k}\ (\text{N·m})$

$= 546\ \mathbf{i} + 7040\ \mathbf{j} + 7770\ \mathbf{k}\ (\text{N·m})$

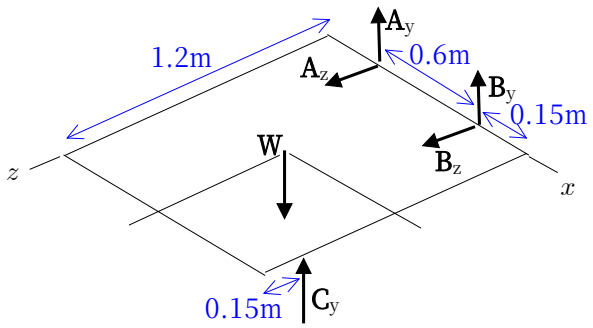
(c) $\mathbf{r}_{G/D} = (24 - 2.25)\ \mathbf{k}\ \ (\text{m}) = \ 21.75\ \mathbf{k}\ \ (\text{m})$

$M_{CD} = -\mathbf{j} \cdot (\mathbf{r}_{G/D} \times \mathbf{T}_{EG}) = -\mathbf{j} \cdot [(21.75\ \mathbf{k}) \times (-323.6\ \mathbf{i} + 242.7\ \mathbf{j} - 197.2\ \mathbf{k})]\ \ (\text{N·m})$

$= -\mathbf{j} \cdot [-(21.75)(242.7)\ \mathbf{i} + (21.75)(-323.6)\ \mathbf{j}\ ]\ (\text{N·m})$

$= -\mathbf{j} \cdot (-5279\ \mathbf{i} - 7038\ \mathbf{j}\ )\ (\text{N·m}) = 7038\ \ (\text{N·m})$

5. (a)



(b) $W = 50\ \text{N}$

$\Sigma M_x = 0\ ;$

$$-C_y\ (1.2\ \text{m} - 0.15\ \text{m}) + (50\ \text{N})\ \frac{1.2\ \text{m}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad C_y = 28.57\ \text{N} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{C}_y = 28.6\ \text{N}\uparrow$$

(c) $\Sigma M_{Bz} = 0\ ;$

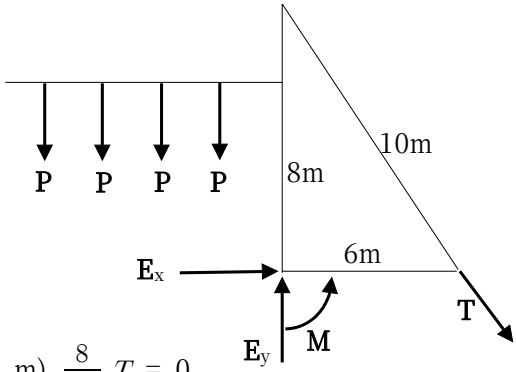
$$-A_y\ (0.6\ \text{m}) + (50\ \text{N})\ \frac{0.6\ \text{m}}{2} + (28.57\ \text{N})\ (0.15\ \text{m}) = 0$$

$$\Rightarrow \quad A_y = 32.14\ \text{N} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A}_y = 32.1\ \text{N}\uparrow$$

정역학　　2008년 시험2 (나반)　해 답

1. (a) 서술　(b) 서술 (3.12절 우력의 모멘트, 3.16절 한 힘 = 우력 모멘트 + 다른 힘)

2. P = 30 kN,　T = 250 kN



$\rightarrow \Sigma F_x = 0$;　$E_x + \frac{6}{10} T = 0$

$\Rightarrow$　$E_x = -\frac{6}{10}$ (250 kN) = -150 kN

$\uparrow \Sigma F_y = 0$;　$E_y - 4P - \frac{8}{10} T = 0$

$\Rightarrow$　$E_y = 4$ (30 kN) + $\frac{8}{10}$ (250 kN) = 320 kN

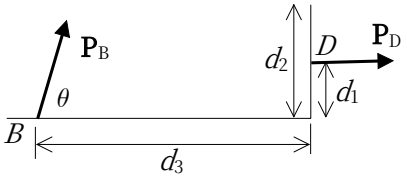
$\circlearrowleft \Sigma M_E = 0$;　$M + (1.8 + 3.6 + 5.4 + 7.2\ \text{m})\ P - (6\ \text{m})\ \frac{8}{10} T = 0$

$\Rightarrow$　$M = -(1.8 + 3.6 + 5.4 + 7.2\ \text{m})$ (30 kN) + (6 m) $\frac{8}{10}$ (250 kN) = 660 kN·m

$\mathbf{E}_x$ = 150 kN ←,　$\mathbf{E}_y$ = 320 kN ↑,　$\mathbf{M}$ = 660 kN·m $\circlearrowleft$

3. d_1 = 0.5 m,　d_2 = 1.1 m,　d_3 = 2.4 m

P = 600 N,　α = 60°



P_x = (600 N) cos60° = 300 N

P_y = (600 N) sin60° = 519.6 N

$\circlearrowleft \Sigma M_B$: $-P_D\ d_1 = -P_x\ d_2 + P_y\ d_3$

$\Rightarrow$　$P_D = \frac{1}{d_1}(P_x\ d_2 - P_y\ d_3) = \frac{1}{0.5\ \text{m}}$[(300 N)(1.1 m) - (519.6 N)(2.4 m) = -1834.1 N

$\rightarrow \Sigma F_x$:　$P_{Bx} + P_D = P_x$

$\Rightarrow$　$P_{Bx} = -P_D + P_x = -(-1834.1\ \text{N}) + (300\ \text{N}) = 2134.1\ \text{N}$

$\uparrow \Sigma F_y$:　$P_{By} = P_y = 519.6$ N

$P_B = \sqrt{(2134.1\ \text{N})^2 + (519.6\ \text{N})^2} = 2196.4$ N

$\theta = \tan^{-1}\frac{519.6}{2134.1} = 13.68° \Rightarrow$　$\mathbf{P}_B$ = 2200 N ∠13.7°,　$\mathbf{P}_D$ = 1834 N ←

4. T_{DE} = 450 N

(a) $\mathbf{r}_{EC}$ = (-0.9 m) **i** + (-1.50 m) **j** + (2.25 m) **k**

$r_{EC} = \sqrt{(-0.9\ \text{m})^2 + (-1.50\ \text{m})^2 + (2.25\ \text{m})^2} = 2.85$ m

$\mathbf{r}_{ED}$ = (2.30 m) **i** + (-1.50 m) **j** + (2.25 m) **k**

$r_{ED} = \sqrt{(2.30\ \text{m})^2 + (-1.50\ \text{m})^2 + (2.25\ \text{m})^2} = 3.55$ m

$\mathbf{r}_{EC} \cdot \mathbf{r}_{ED}$ = [-0.9 **i** - 1.50 **j** + 2.25 **k** (m)] · [2.30 **i** - 1.50 **j** + 2.25 **k** (m)]

= (-0.9)(2.30) + (-1.50)(-1.50) + (2.25)(2.25) (m^2) = 5.242 (m^2)

$\cos\theta = \frac{\mathbf{r}_{EC} \cdot \mathbf{r}_{ED}}{r_{EC}\, r_{ED}} = \frac{(5.242\ \text{m}^2)}{(2.85\ \text{m})(3.55\ \text{m})} = 0.5181$

$\theta = \cos^{-1}(0.5181) = 58.79° \Rightarrow$　$\theta = 58.8°$

(b) $\boldsymbol{\lambda}_{DE} = \dfrac{\mathbf{r}_{DE}}{r_{DE}} = \dfrac{1}{3.550\ \text{m}}[-2.30\ \mathbf{i} + 1.50\ \mathbf{j} - 2.25\ \mathbf{k}\ (\text{m})]$

$\mathbf{T}_{DE} = T_{DE}\ \boldsymbol{\lambda}_{DE} = \dfrac{450\ \text{N}}{3.550\ \text{m}}[-2.30\ \mathbf{i} + 1.50\ \mathbf{j} - 2.25\ \mathbf{k}\ (\text{m})]$

$= -291.5\ \mathbf{i} + 190.1\ \mathbf{j} - 285.2\ \mathbf{k}\ (\text{N})$

$\mathbf{r}_{CD} = (0.9 + 2.30)\ \mathbf{i}\ (\text{m}) = 3.20\ \mathbf{i}\ (\text{m})$

$\mathbf{M}_C = \mathbf{r}_{CD} \times \mathbf{T}_{DE} = [3.20\ \mathbf{i}\ (\text{m})] \times [-291.5\ \mathbf{i} + 190.1\ \mathbf{j} - 285.2\ \mathbf{k}\ (\text{N}]$

$= -(3.20)(-285.2)\ \mathbf{j} + (3.20)(190.1)\ \mathbf{k}\ (\text{N·m}) = 913\ \mathbf{j} + 608\ \mathbf{k}\ (\text{N·m})$

(c) $\mathbf{r}_{OD} = 3.20\ \mathbf{i} + 2.25\ \mathbf{k}\ \ (\text{m})$

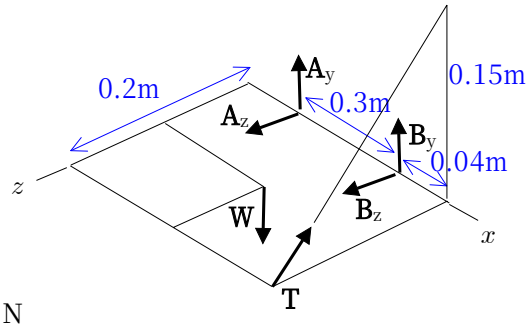
$M_{AB} = \mathbf{i} \cdot (\mathbf{r}_{OD} \times \mathbf{T}_{DE}) = \mathbf{i} \cdot [(3.20\ \mathbf{i} + 2.25\ \mathbf{k}) \times (-291.5\ \mathbf{i} + 190.1\ \mathbf{j} - 285.2\ \mathbf{k})]\ \ (\text{N·m})$

$= \mathbf{i} \cdot \{-(2.25)(190.1)\ \mathbf{i} + [(2.25)(-291.5) - (3.20)(-285.2)]\ \mathbf{j} + (3.20)(190.1)\ \mathbf{k}\}\ \ (\text{N·m})$

$= \mathbf{i} \cdot \{-427.7\ \mathbf{i} - 256.8\ \mathbf{j} + 608.3\ \mathbf{k}\}\ \ (\text{N·m})$

$= -428\ (\text{N·m}) \qquad \Rightarrow \qquad M_{BA} = 428\ (\text{N·m})$

5. (a)



(b) $W = 90\ \text{N}$

$\Sigma M_x = 0\ ;$

$$-\frac{0.15}{0.25}T\ (0.2\ \text{m}) + (90\ \text{N})\ \frac{0.2\ \text{m}}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad T = 75.0\ \text{N}$$

(c) $\Sigma M_{Bz} = 0\ ;$

$$-A_y\ (0.3\text{m}) + (90\text{N})\ \frac{0.3\ \text{m}}{2} + \frac{0.15}{0.25}(75.0\text{N})\ (0.04) = 0$$

$\Rightarrow \quad A_y = 51.0\ \text{N} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{A}_y = 51.0\text{N}\ \uparrow$