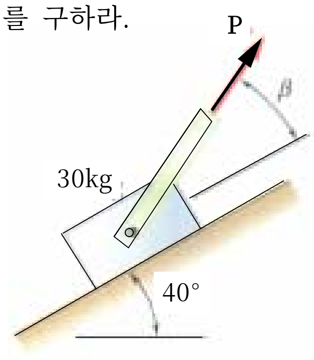
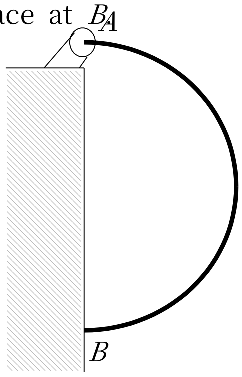
정 역 학　　2007년 학기말시험(25점)　　2007. 12. 14.

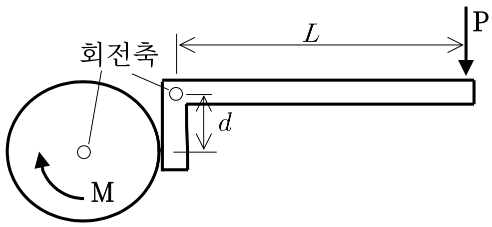
1.[3점] 그림과 같이 질량 30 kg인 블록이 40° 경사면에 놓여 있고 힘 P를 가한다. 블록과 경사면 사이의 정지마찰계수 μ_s가 0.30이고 운동마찰계수 μ_k가 0.25이다. 블록이 미끄러져 내려가지 않기 위한 힘 P의 최소 크기를 구하라.



2.[4점] A uniform semicircle rod of mass 5 kg and radius 0.4 m is attached to a pin at A and rests against a frictionless surface at B.
(a) Draw a free-body diagram of the rod in the figure.
(b) Determine the reaction at A and B.

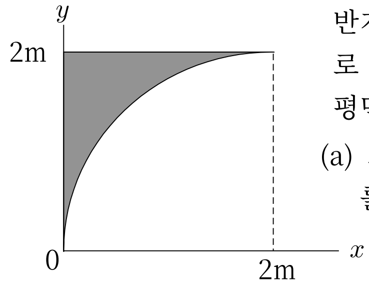


3.[6점] 그림과 같이 반지름이 R인 원판과 ㄱ자 레버 브레이크가 있다. 원판과 브레이크 사이의 정지마찰계수는 μ_s, 운동마찰계수는 μ_k이다. (레버의 굵기 무시)



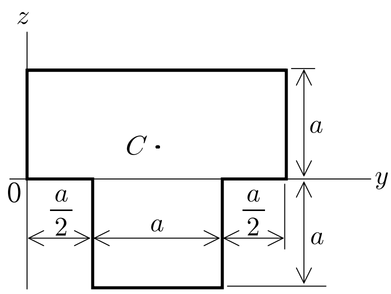
(a) 시계방향으로 모멘트 M이 가해져 회전하려는 원판을 레버 끝 힘 P로써 정지시켜 놓고 있을 때, 원판과 레버의 자유물체도(free-body diagram)를 각각 그려라.
(b) 정지해 있던 원판에 갑자기 모멘트 M이 가해졌을 때, 원판이 회전하지 않고 정지 상태를 유지하기 위한 힘 P의 크기의 범위를 구하라.
(c) 모멘트 M이 먼저 가해져 시계방향으로 회전하고 있던 원판을 정지시키기 위해 힘 P를 가할 때, 회전을 멈추게 하기 위한 힘 P의 크기의 범위를 구하라.

4.[6점] 그림과 같이, 변의 길이가 2 m인 정사각형과 반지름이 2 m인 1/4 원호로 둘러싸인 회색 영역의 평면도형이 있다.



(a) 도심 C의 좌표 $(\overline{X}, \overline{Y})$를 구하라.
(b) y축에 대한 면적관성모멘트 I_y를 구하라.
(c) x축에 대한 회전반경 k_x를 구하라.

5.[6점] 그림과 같이 얇고 균일한 평판 조각 부품이 있다. 부품의 질량은 m이다.



(a) 도심 C의 좌표 $(\overline{Y}, \overline{Z})$를 구하라.
(b) y축에 대한 면적관성모멘트 I_y^a와 질량관성모멘트 I_y^m을 구하라.
(c) 도심 C를 지나고 면에 수직인 축 x'에 관한 질량관성모멘트 $\overline{I}_{x'}^{\,m}$ 를 구하라.

정 답

1. $P = 116.4$ N
2. (b) A = 51.5 N ↖72.3°, B = 15.61 N →
3. (b) $P \ge \dfrac{Md}{\mu_s LR}$
   (c) $P > \dfrac{Md}{\mu_k LR}$
4. (a) $\overline{X} = 0.447$ m, $\overline{Y} = 1.553$ m
   (b) $I_y = 0.291$ m^4
   (c) $k_x = 1.598$ m
5. (a) $\overline{Y} = a$, $\overline{Z} = \dfrac{1}{6}a$
   (b) $I_y^a = a^4$, $I_y^m = \dfrac{1}{3}ma^2$
   (c) $\overline{I}_{x'}^{\,m} = \dfrac{5}{9}ma^2 = 0.556\ ma^2$

정 역 학　　　　2007년 학기말시험　해 답

1. $W = mg = (30\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2) = 294.3\ \text{N}$

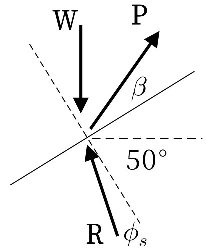
$\phi_s = \tan^{-1}\mu_s = \tan^{-1}(0.30) = 16.70°$

$\theta = 90° - (50° + 16.70°) = 90° - 66.70°$

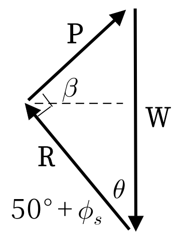
$= 23.30°$

$P = W \sin\theta = (294.3\ \text{N})\ \sin 23.3° = 116.4\ \text{N}$

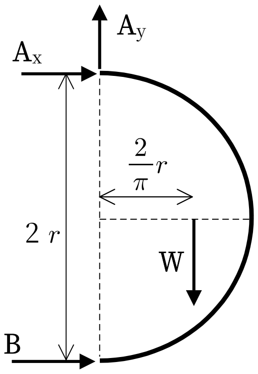
F.B.D.



force triangle



2. (a)



(b) $W = mg = (5\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2) = 49.05\ \text{N}$

$↻\Sigma M_A = 0\ ;\quad B\,(2r) - W(\frac{2r}{\pi}) = 0 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{W}{\pi} = \frac{49.05\ \text{N}}{\pi} = 15.6\ \text{N}$

$\Rightarrow \quad \text{B} = 15.6\ \text{N} \rightarrow$

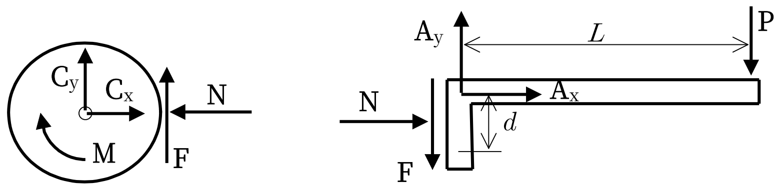
$\Sigma F_x = 0\ ;\quad A_x + B = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = -B = -15.61\ \text{N} \quad \Rightarrow \quad \text{A}_\text{x} = 15.61\ \text{N} \leftarrow$

$\Sigma F_y = 0\ ;\quad A_y - W = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y = W = 49.05\ \text{N} \quad \Rightarrow \quad \text{A}_\text{y} = 49.05\ \text{N} \uparrow$

$A = \sqrt{A_x{}^2 + A_y{}^2} = \sqrt{(-15.61\ \text{N})^2 + (49.05\ \text{N})^2} = 51.47\ \text{N}$

$\theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x} = \tan^{-1}\frac{49.05}{15.61} = \tan^{-1}3.14 = 72.3° \qquad \Rightarrow \qquad \text{A} = 51.47\ \text{N}\ \nwarrow 72.3°$

3. (a)



(b) $↺\Sigma M_A = 0\ ;\quad PL - Nd = 0 \quad \Rightarrow \quad N = \frac{L}{d}P \quad \Rightarrow \quad F_{\max} = \mu_s N = \mu_s(\frac{L}{d}P)$

$↺\Sigma M_C = 0\ ;\quad M - FR = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{M}{R}$

$F \leq F_{\max} \quad \Rightarrow \quad \frac{M}{R} \leq \mu_s(\frac{L}{d}P) \quad \Rightarrow \quad P \geq \frac{Md}{\mu_s LR}$

(c) $F = \mu_k N = \mu_k(\frac{L}{d}P)$

$↺\Sigma M_C < 0\ ;\quad M - FR < 0 \quad \Rightarrow \quad M \leq \mu_k(\frac{L}{d}P)R \quad \Rightarrow \quad P \geq \frac{Md}{\mu_k LR}$

4. (a) ① $A_1 = a^2 = (2\ \mathrm{m})^2 = 4\ \mathrm{m}^2$, $\bar{x}_1 = \bar{y}_1 = \frac{a}{2} = \frac{2\ \mathrm{m}}{2} = 1\ \mathrm{m}$

② $A_2 = -\frac{1}{4}\pi a^2 = -\frac{1}{4}\pi\ (2\ \mathrm{m})^2 = -3.14\ \mathrm{m}^2$

$\bar{x}_2 = a - \frac{4}{3\pi}a = (1 - \frac{4}{3\pi})\ (2\ \mathrm{m}) = 1.151\ \mathrm{m}$, $\bar{y}_2 = \frac{4}{3\pi}a = \frac{4}{3\pi}\ (2\ \mathrm{m}) = 0.8488\ \mathrm{m}$

$\Sigma A = (4\ \mathrm{m}^2) + (-3.14\ \mathrm{m}^2) = 0.8584\ \mathrm{m}^2$

$\Sigma \bar{x} A = (1\ \mathrm{m})\ (4\ \mathrm{m}^2) + (1.151\ \mathrm{m})\ (-3.14\ \mathrm{m}^2) = 0.384\ \mathrm{m}^3$

$\Sigma \bar{y} A = (1\ \mathrm{m})\ (4\ \mathrm{m}^2) + (0.8488\ \mathrm{m})\ (-3.14\ \mathrm{m}^2) = 1.333\ \mathrm{m}^3$

$\bar{X} = \frac{\Sigma \bar{x} A}{\Sigma A} = \frac{0.384\ \mathrm{m}^3}{0.8584\ \mathrm{m}^2} = 0.447\ \mathrm{m}$, $\bar{Y} = \frac{\Sigma \bar{y} A}{\Sigma A} = \frac{1.333\ \mathrm{m}^3}{0.8584\ \mathrm{m}^2} = 1.553\ \mathrm{m}$

(b) $I_{y1} = \frac{1}{3}a \cdot a^3 = \frac{1}{3}a^4 = \frac{1}{3}\ (2\ \mathrm{m})^4 = 5.333\ \mathrm{m}^4$

$I_{y2} = \left[\frac{\pi}{16}a^4 - \frac{1}{4}\pi a^2\left(\frac{4}{3\pi}a\right)^2\right] + \frac{1}{4}\pi a^2\left(a - \frac{4}{3\pi}a\right)^2 = \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi} + \frac{\pi}{4} - \frac{2}{3} + \frac{4}{9\pi}\right)a^4$

$= \left(\frac{5\pi}{16} - \frac{2}{3}\right)a^4 = 0.3151\ (2\ \mathrm{m})^4 = 5.042\ \mathrm{m}^4$

$I_y = I_{y1} - I_{y2} = (5.333\ \mathrm{m}^4) - (5.042\ \mathrm{m}^4) = 0.291\ \mathrm{m}^4$

(c) $I_{x1} = I_{y1} = 5.333\ \mathrm{m}^4$, $I_{x2} = \frac{\pi}{16}a^4 = \frac{\pi}{16}\ (2\ \mathrm{m})^4 = 3.14\ \mathrm{m}^4$

$I_x = I_{x1} - I_{x2} = (5.333\ \mathrm{m}^4) - (3.14\ \mathrm{m}^4) = 2.191\ \mathrm{m}^4$

$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{2.191\ \mathrm{m}^4}{0.8584\ \mathrm{m}^2}} = \sqrt{2.552\ \mathrm{m}^2} = 1.598\ \mathrm{m}$

5. (a) ① $A_1 = 2\ a^2$, $\bar{y} = a$, $\bar{z} = \frac{1}{2}a$ ② $A_2 = a^2$, $\bar{y} = a$, $\bar{z} = -\frac{1}{2}a$

$\Sigma A = 2\ a^2 + a^2 = 3\ a^2$ $\Sigma \bar{y} A = a\ (2\ a^2) + a\ (a^2) = 3\ a^3$

$\Sigma \bar{z} A = \frac{1}{2}a\ (2\ a^2) + (-\frac{1}{2}a)\ (a^2) = \frac{1}{2}a^3$

$\bar{Y} = \frac{3a^3}{3a^2} = a$ (또는, 대칭에 의해서) $\bar{Z} = \frac{\frac{1}{2}a^3}{3a^2} = \frac{1}{6}a$

(b) $m = \rho t A = \rho t\,(3a^2) \rightarrow \rho t = \frac{m}{3a^2}$

$I_y^a = \frac{1}{3}(2a)a^3 + \frac{1}{3}a \cdot a^3 = a^4$

$I_y^m = \rho t\ I_y^a = \frac{m}{3a^2}\ I_y^a = \frac{m}{3a^2}\ a^4 = \frac{1}{3}ma^2$

(c) $\bar{I}_{z'}^m = \frac{1}{12} \cdot \frac{2m}{3}(2a)^2 + \frac{1}{12} \cdot \frac{m}{3}a^2 = \frac{9}{36}ma^2 = \frac{1}{4}ma^2$

$I_{x''}^m = I_y^m + \bar{I}_{z'}^m = \frac{1}{3}ma^2 + \frac{1}{4}ma^2 = \frac{7}{12}ma^2$

$\bar{I}_{x'}^m = \bar{I}_{x''}^m - m(\frac{1}{6}a)^2 = \frac{7}{12}ma^2 - \frac{1}{36}ma^2 = \frac{20}{36}ma^2 = \frac{5}{9}ma^2 = 0.556\ ma^2$