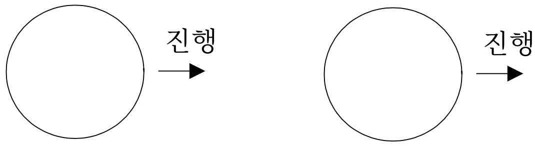
정 역 학 2006년 학기말시험(25점) 2006. 12. 14.

1.[1+2점] 다음 물음에 간단히 답하라.

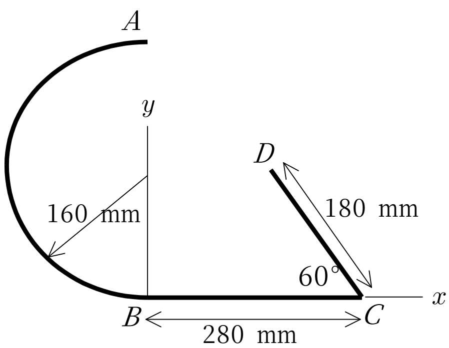
(a) ‘마찰(friction)’이 활용되는 사례를 다섯 가지 제시하라.

(b) 200 N의 수직 힘을 받고 오른쪽으로 진행하는 바퀴에 대해서, 마찰력의 크기와 방향을 구하라. 바퀴와 바닥의 정지마찰계수 μ_s는 0.40, 운동마찰계수 μ_k는 0.30이다.

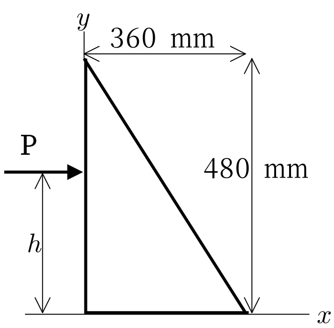
① 회전하지 않고 미끄러질 때 ② 미끄러짐 없이 구를 때



2.[4점] The homogeneous wire *ABCD* is bent as shown. Locate the centroid of the wire.



3.[6점] 그림과 같이 질량이 32 kg 이고 두께가 균일한 직각삼각 평판형 물체가 바닥에 놓여 있다. 물체와 바닥의 정지마찰계수 μ_s는 0.35 이고, 운동마찰계수 μ_k는 0.30 이다.

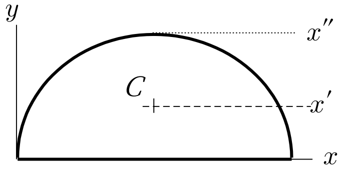


(a) 물체의 도심의 x, y 좌표를 제시하고, 자유물체도를 그려라.

(b) 물체를 오른쪽으로 움직이기 위한 힘 P의 크기 구하라.

(c) 물체가 오른쪽으로 움직이기 시작할 때, 넘어지지 않기 위한 최대 허용 높이 h를 구하라.

4.[6점] 그림과 같이 두께가 균일하고 반지름이 r인 반 원형 평판이 있다.

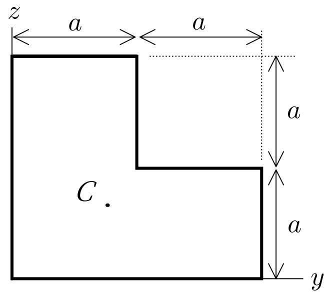


(a) 도심 C의 좌표 $(\overline{x}, \overline{y})$와 x축에 대한 면적 관성모멘트 I_x를 π와 r로써 표현하라.

(b) 평행축 정리(parallel axis theorem)을 사용하여, 도심축 x'에 대한 면적 관성모멘트 $\overline{I_{x'}}$를 구하라.

(c) 평행축 정리를 사용하여, 원주에 접하는 평행축 x''에 대한 면적 관성모멘트 $I_{x''}$를 구하라.

5.[6점] 그림과 같이 얇고 균일한 평판 조각 부품이 있다. 부품의 질량은 m이다.



(a) 도심 C의 좌표 $(\overline{y}, \overline{z})$를 제시하고, y축에 대한 면적 관성모멘트 I_y^a을 구하라.

(b) y축에 대한 질량 관성모멘트 I_y^m 를 구하라.

(c) 도심 C를 지나고 면에 수직인 축 x'에 관한 질량 관성모멘트 $\overline{I_{x'}^m}$ 를 구하라.

정 답

1. (b) ① 60 N ← ② 80 N →
2. $\overline{X}$ = 31.4 mm, $\overline{Y}$ = 98.1 mm
3. (a) $\overline{x}$ = 120 mm, $\overline{y}$ = 160 mm
   (b) P = 109.9 N
   (c) $h_{\max}$ = 480 mm (물체는 넘어지지 않음)
4. (a) $\overline{x} = r$, $\overline{y} = \dfrac{4}{3\pi}r$, I_x = 0.393 r^4
   (b) $\overline{I_{x'}}$ = 0.1098 r^4
   (c) $I_{x''}$ = 0.630 r^4
5. (a) $\overline{y} = \overline{z}$ = 0.833 a, I_y^a = 3 a^4
   (b) $I_y^m = m\,a^2$
   (c) $\overline{I_{x'}^m}$ = 0.611 $m\,a^2$

정 역 학 2006년 학기말시험 해 답

1. (a) 사례 (쐐기, 나사, 벨트, 브레이크, 신발, ⋯)

(b) ① 크기 : $F = \mu_k N$ = (0.30) (200 N) = 60 N, 방향 : 진행 반대방향

② 크기 : $F = \mu_s N$ = (0.40) (200 N) = 80 N, 방향 : 진행 방향

2. ① $L = \pi$ (160 mm) = 502.7 mm

$\bar{x} = -\dfrac{2}{\pi}$ (160 mm) = $-\dfrac{1}{\pi}$ (320 mm) = -101.9 mm

$\bar{y}$ = 160 mm

② L = 280 mm

$\bar{x} = \dfrac{1}{2}$ (280 mm) = 140 mm

$\bar{y}$ = 0

③ L = 180 mm

$\bar{x}$ = (280 mm) - $\dfrac{1}{2}$(180 mm) cos60° = 235 mm

$\bar{y} = \dfrac{1}{2}$(180 mm) sin60° = 77.94 mm

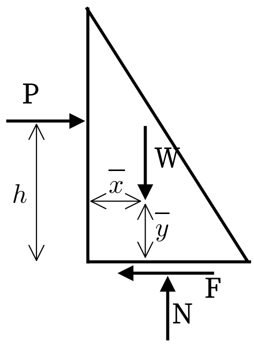
ΣL = (502.7 + 280 + 180) mm = 962.7 mm

$\Sigma(\bar{x}L)$ = (-101.9 mm)(502.7 mm) + (140 mm)(280 mm) + (235 mm)(180 mm)
= 30,275 mm^2

$\Sigma(\bar{y}L)$ = (160 mm)(502.7 mm) + (0)(280 mm) + (77.94 mm)(180 mm)
= 94,461 mm^2

$$\bar{X} = \frac{\sum(\bar{x}L)}{\sum L} = \frac{30{,}275\ \mathrm{mm}^2}{962.7\ \mathrm{mm}} = 31.4\ \mathrm{mm}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum(\bar{y}L)}{\sum L} = \frac{94{,}461\ \mathrm{mm}^2}{962.7\ \mathrm{mm}} = 98.1\ \mathrm{mm}$$



3. (a) $\bar{x} = \dfrac{1}{3}$ (360 mm) = 120 mm

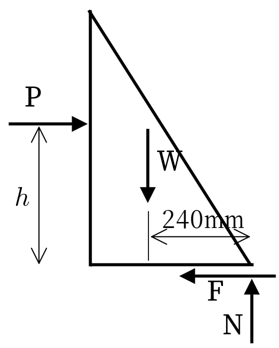
$\bar{y} = \dfrac{1}{3}$ (480 mm) = 160 mm

W = (32 kg)(9.81 m/s^2) = 313.92 N

(b) $\Sigma F_y = 0$; $N - W = 0$ ⇒ $N = W$ = 314 N

$F_{\max} = \mu_s N$ = (0.35)(314 N) = 109.87 N

$\Sigma F_x = 0$; $P - F_{\max} = 0$ ⇒ $P = F_{\max}$ = 109.9 N



(c) $\circlearrowleft \Sigma M_B = h \cdot P$ - (240 mm) W = 0

⇒ h = (240 mm) $\dfrac{W}{P}$ = (240 mm) $\dfrac{(314\ \mathrm{N})}{(109.9\ \mathrm{N})}$

= 685.7 mm > 480 mm

∴ $h_{\max}$ = 480 mm (물체는 넘어지지 않는다.)

4. (a) $\bar{x} = r, \quad \bar{y} = \frac{4}{3\pi}r, \quad I_x = \frac{1}{8}\pi r^4 = 0.393\ r^4$

(b) $\overline{I_{x'}} = I_x - A\,\bar{y}^2 = (\frac{1}{8}\pi r^4) - (\frac{1}{2}\pi r^2)(\frac{4}{3\pi}r)^2 = (\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{2}\frac{16}{9\pi^2})r^4 = (\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi})r^4 = 0.1098\ r^4$

(c) $I_{x''} = \overline{I_{x'}} + A(r - \bar{y})^2 = (\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi})r^4 - (\frac{1}{2}\pi r^2)(r - \frac{4}{3\pi}r)^2$

$= [\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} + \frac{\pi}{2}(1 - \frac{8}{3\pi} + \frac{16}{9\pi^2})]r^4 = (\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} + \frac{\pi}{2} - \frac{4}{3} + \frac{8}{9\pi})r^4$

$= (\frac{5}{8}\pi - \frac{4}{3})r^4 = 0.630\ r^4$

5. (a) $A = (2a)\ a + a^2 = 3\ a^2$

$$\bar{y} = \frac{(2a^2)\frac{a}{2} + a^2(a + \frac{1}{2}a)}{3a^2} = \frac{(1 + \frac{3}{2})a^3}{3a^2} = \frac{5}{6}a = 0.833\ a$$

$\bar{z} = \bar{y} = 0.833\ a$

$I_y^a = \frac{1}{3}a(2a)^3 + \frac{1}{3}a(a)^3 = \frac{1}{3}(8+1)a^4 = 3\ a^4$

(b) $m = \rho\, t\, A = \rho\, t\,(3a^2) \quad \rightarrow \quad \rho\, t = \frac{m}{3a^2}$

$I_y^m = \rho\, t\, I_y^a = \frac{m}{3a^2}\ I_y^a = \frac{m}{3a^2}\ (3\ a^4) = m\,a^2$

(c) $I_x^m = I_y^m + I_z^m = 2\ (m a^2) = 2\ m a^2$

$\bar{I}_{x'}^m = I_x^m - m\,d^2 = I_x^m - m\,(\bar{y}^2 + \bar{z}^2) = (2\ m a^2) - m\,[(\frac{5}{6}a)^2 + (\frac{5}{6}a)^2]$

$= 2\,(1 - \frac{25}{36})\,m\,a^2 = 2 \cdot \frac{11}{36}m\,a^2 = \frac{11}{18}m\,a^2 = 0.6111\ m\,a^2$