

가반

- 1.[4점] 다음 물음에 답하라. (두 문장 이내로 답변)
 (a) ‘공학수학’이란 무엇이며, 이를 사용하는 방법의 장점은 무엇인가?
 (b) ‘미분방정식’이란 무엇이며, 2계 미분방정식의 ‘해의 기본계’는 무엇인가?

2.[4점] 다음 물음에 답하라.

- (a) 함수 $\cos 2x$ 를 $x = 0$ 부근에서의 Taylor 급수, 즉 Maclaurin 급수로 전개하여 네 개의 항까지 표현하라.
 (b) 반드시 ‘Cramer 공식’을 사용하여 다음 연립방정식의 해를 구하라.

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= -1 \\ -3x + 2y &= -11 \end{aligned}$$

3.[4점] 다음 미분방정식을 풀어라.

- (a) $\frac{dy}{dx} + \frac{x+y^2}{2xy+y^2} = 0$
 (b) $\frac{dy}{dx} + xy = x^2y$

4.[4점] 다음 미분방정식을 풀고, 초기값을 적용하라.

- (a) $x \frac{dy}{dx} + 2y = 0, \quad y(1) = 2$
 (b) $2 \frac{dy}{dx} - xy = 2e^{\frac{1}{4}x^2}, \quad y(0) = 2$

5.[4점] 다음의 함수들이 ‘1차독립’인지 또는 ‘1차종속’인지 판단 근거와 결론을 제시하라. 1차독립인 경우에는 1차결합 형태로 나타내어라.

- (a) $3 \ln(x^2), (3 \ln x)^2$
 (b) $2e^{-x}, \frac{x}{e^x}$
 (c) $2x \cos 2x, 2x \cos^2 x - x$
 (d) $(2x^3)^2, (3x^2)^3$

나반

- 1.[4점] 다음 물음에 답하라. (두 문장 이내로 답변)
 (a) ‘공학(engineering)’이란 무엇인가?
 (b) ‘미분방정식’이란 무엇이며, ‘제차해 (homogeneous solution)’란 무엇인가?

2.[4점] 다음 물음에 답하라.

- (a) 함수 $\sin 2x$ 를 $x = 0$ 부근에서의 Taylor 급수, 즉 Maclaurin 급수로 전개하여 네 개의 항까지 표현하라.
 (b) ‘Euler 공식’을 사용하여 $e^{\frac{3\pi}{4}i}$ 을 실수부분과 허수부분으로 분리하라.

3.[4점] 다음 미분방정식을 풀어라.

- (a) $\frac{dy}{dx} + \frac{x^2+y}{x+y^2} = 0$
 (b) $\frac{dy}{dx} = e^{y-x}$

4.[4점] 다음 미분방정식을 풀고, 초기값을 적용하라.

- (a) $\frac{dy}{dx} - xy = 0, \quad y(0) = 2$
 (b) $\frac{dy}{dx} + y = e^x, \quad y(0) = 2$

5.[4점] 다음의 함수들이 ‘1차독립’인지 또는 ‘1차종속’인지 판단 근거와 결론을 제시하라. 1차독립인 경우에는 1차결합 형태로 나타내어라.

- (a) $3 \sin(x^2), (3 \sin x)^2$
 (b) $xe^{2x}, (xe^x)^2$
 (c) $\ln|x|^3, \ln 3 \times \ln|x|$
 (d) $|3x|^3, x^3 \quad (x \geq 0)$

가반/나반

1.[2점] 비제차 2계 상계수 미분방정식이 주어져 있다.

$$y'' + y = x^2 + e^{3x}$$

제차해가 $y_h(x) = c_1 \cos x + c_2 \sin x$ 이고, 특수해가

$$y_p(x) = x^2 - 2 + \frac{1}{10} e^{3x}$$

임을 안다. 다음과 같은 초기조건을 만족시키는 해를 구하라.

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

2.[6점] 다음 미분방정식의 해를 구하라.

$$(a) \quad 3y'' + 5y' - 2y = 0$$

$$(b) \quad x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$$

3.[8점] 제차 미분방정식 $y'' - 4y' + 4y = 0$ 의 일반 해는 $y = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x}$ 이다. 다음 미분방정식의 특수해 $y_p(x)$ 를 구하라.

$$(a) \quad y'' - 4y' + 4y = 16 \cos 2x$$

$$(b) \quad y'' - 4y' + 4y = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$$

$$\left(\int \frac{\ln x}{e^{2x}} dx = F(x), \int e^{2x} \ln x dx = G(x) \text{ 라고 함} \right)$$

4.[4점] 다음 물음에 답하라.

(a) 다음 멱급수의 중심과 수렴반지름은 얼마인가?

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{(s+1)} \left(\frac{x-1}{-2} \right)^s$$

(b) 다음 중 $x = 0$ 에서 해석적(analytic)인 함수를 모두 골라라. (전부 맞아야만 득점) ()

$$\textcircled{1} \ln(x) \quad \textcircled{2} \frac{1}{x^2} \quad \textcircled{3} e^{-x} \quad \textcircled{4} \frac{1}{\sin x} \quad \textcircled{5} \frac{1}{\cos x}$$

5.[6점] 다음 미분방정식의 해를 급수해법으로 구하여 x^3 항까지 표현하라.

$$(a) \quad (1-x)y' - 2y = 6x - 2$$

$$(b) \quad (1-x^2)y'' - 2xy' = 0$$

== 정 답 ==

시험#1 가반

$$2. (a) \quad 1 - 2x^2 + \frac{2}{3}x^4 - \frac{1}{45}x^6 + \dots$$

$$(b) \quad x = 7, \quad y = 5$$

$$3. (a) \quad \frac{1}{2}x^2 + xy^2 + \frac{1}{3}y^3 = c$$

$$(b) \quad y = c e^{-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3}$$

$$4. (a) \quad y = \frac{2}{x^2} \quad (b) \quad y = (x+2)e^{\frac{x^2}{4}}$$

$$5. (a) \quad 1\text{차독립. } y = c_1 \ln x + c_2 (\ln x)^2$$

$$(b) \quad 1\text{차독립. } y = (c_1 + c_2 x)e^{-x}$$

$$(c) \quad 1\text{차종속} \quad (d) \quad 1\text{차종속}$$

시험#1 나반

$$2. (a) \quad 2x - \frac{4}{3}x^3 + \frac{4}{15}x^5 - \frac{8}{315}x^7 + \dots$$

$$(b) \quad \text{실수부분 } -\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \text{허수부분 } \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3. (a) \quad \frac{1}{3}x^3 + xy + \frac{1}{3}y^3 = c$$

$$(b) \quad y = \ln \left| \frac{e^x}{e^x + c} \right|$$

$$4. (a) \quad y = 2e^{\frac{1}{2}x^2} \quad (b) \quad y = \frac{1}{2}e^x + \frac{3}{2}\frac{1}{e^x}$$

$$5. (a) \quad 1\text{차독립. } y = c_1 \sin x^2 + c_2 \sin^2 x$$

$$(b) \quad 1\text{차독립. } y = (c_1 + c_2 x)xe^{2x}$$

$$(c) \quad 1\text{차종속} \quad (d) \quad 1\text{차종속}$$

시험#2 가반/나반

$$1. \quad y(x) = \frac{19}{10} \cos x + \frac{7}{10} \sin x + x^2 - 2 + \frac{1}{10} e^{3x}$$

$$2. (a) \quad y = c_1 e^{\frac{1}{3}x} + c_2 e^{-2x}$$

$$(b) \quad y = c_1 x^2 + c_2 x^2 \ln x$$

$$3. (a) \quad y_p = -2 \sin 2x$$

$$(b) \quad y_p = \frac{1}{2} + x \ln x + 2x e^{2x} F(x)$$

$$4. (a) \quad \text{중심} = 1, \quad \text{수렴반지름} = 2$$

$$(b) \quad \textcircled{3}, \textcircled{5}$$

$$5. (a) \quad y = -2x + A_0(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots)$$

$$(b) \quad y = A_0 + A_1(x + \frac{1}{3}x^3 + \dots)$$