

1.[4점] Laplace 변환의 정의에 따라 다음 함수 $f(t)$ 의 Laplace변환 $F(s)$ 를 구하라.

- (a) $f(t) = \cosh 3t$
- (b) $f(t) = 2t+3$

2.[2점] 다음 함수 $X(s)$ 를 부분분수로 분해하라.

$$X(s) = \frac{2}{(s-1)^3 s}$$

3.[6점] 다음 함수의 Laplace 역변환을 구하라.

- (a) $F(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s^2 + 9}$
- (b) $G(s) = e^{-\pi s} (1 + \frac{1}{s})$
- (c) $Y(s) = \frac{3}{s-2} - \frac{2}{(s+3)^3} - \frac{1}{(s+3)^2} - \frac{4}{(s+3)}$

Laplace 변환에 활용될 수 있는 공식

$$L\{\sin at\} = \frac{a}{s^2 + a^2} \quad L\left\{\frac{t^n}{n!}\right\} = \frac{1}{s^{n+1}}$$

$$L\{\cos at\} = \frac{s}{s^2 + a^2} \quad L\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$$

$$L\left(\frac{df}{dt}\right) = sF(s) - f(0)$$

$$L\left(\int_0^t f(\tau) d\tau\right) = \frac{1}{s} F(s)$$

$$\frac{d}{ds} F(s) = -L\{t f(t)\}$$

$$\int_{-\infty}^s F(v) dv = -L\left\{\frac{1}{t} f(t)\right\}$$

$$L\{H(t-a)f(t-a)\} = e^{-as} F(s)$$

$$L\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$$

4.[4점] 다음 함수 $f(t)$ 의 Laplace변환 $F(s)$ 를 구하라.

- (a) $f(t) = t \sin 2t$
- (b) $f(t) = g(t)*h(t) = \int_0^t (t-\tau) \cos 3\tau d\tau$

5.[4점] 다음 초기값 문제의 해 $y(t)$ 를 Laplace 변환 방법으로 구하라.

$$y'' + y' - 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

1.[4점] Laplace 변환의 정의에 따라 다음 함수 $f(t)$ 의 Laplace변환 $F(s)$ 를 구하라.

- (a) $f(t) = \sinh 3t$
- (b) $f(t) = 3t-2$

2.[2점] 다음 함수 $X(s)$ 를 부분분수로 분해하라.

$$X(s) = \frac{2}{(s+1)^3 s}$$

3.[6점] 다음 함수의 Laplace 역변환을 구하라.

- (a) $F(s) = \frac{e^{-2s}}{(s-1)^2 + 4}$
- (b) $G(s) = \frac{1}{s} (1 + e^{-\pi s})$
- (c) $Y(s) = \frac{2}{s-3} - \frac{2}{(s+2)^3} - \frac{1}{(s+2)^2} - \frac{3}{(s+2)}$

Laplace 변환에 활용될 수 있는 공식

$$L\{\sin at\} = \frac{a}{s^2 + a^2} \quad L\left\{\frac{t^n}{n!}\right\} = \frac{1}{s^{n+1}}$$

$$L\{\cos at\} = \frac{s}{s^2 + a^2} \quad L\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$$

$$L\left(\frac{df}{dt}\right) = sF(s) - f(0)$$

$$L\left(\int_0^t f(\tau) d\tau\right) = \frac{1}{s} F(s)$$

$$\frac{d}{ds} F(s) = -L\{t f(t)\}$$

$$\int_{-\infty}^s F(v) dv = -L\left\{\frac{1}{t} f(t)\right\}$$

$$L\{H(t-a)f(t-a)\} = e^{-as} F(s)$$

$$L\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$$

4.[4점] 다음 함수 $f(t)$ 의 Laplace변환 $F(s)$ 를 구하라.

- (a) $f(t) = t \cos 2t$
- (b) $f(t) = g(t)*h(t) = \int_0^t (t-\tau) \sin 3\tau d\tau$

5.[4점] 다음 초기값 문제의 해 $y(t)$ 를 Laplace 변환 방법으로 구하라.

$$y'' - 3y' + 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3$$

1.[4점] 구간 $[-\pi, \pi]$ 에서 다음 두 함수가 있다.

$$f(x) = 3 \sin x, \quad g(x) = \cos 3x$$

- (a) 두 함수가 직교하는지 조사하라.
 (b) 함수 $g(x)$ 의 정규(norm)를 구하라.

2.[5점] 구간 $[a, b]$ 에서 경계값문제가 다음과 같다.

$$[p(x) y'(x)]' + \Lambda y(x) = 0, \quad y(a) = 0, \quad y'(b) = 0$$

문제의 해로서 고유값 Λ_m, Λ_n 과 대응하는 고유함수 $y_m(x), y_n(x)$ 를 구하였다. 고유값이 서로 다를 때, 이 고유함수들이 서로 직교함을 증명하라.

3.[6점] 다음 물음에 답하라.

(a) 다음과 같이 2계 미분방정식과 초기조건으로 이루어진 초기값문제의 해를 구하라.

$$y'' + 4y = 8e^{2x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0$$

주어진 미분방정식의 제차해 $y_h(x)$ 와 특수해 $y_p(x)$ 는 $y_h(x) = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x, \quad y_p(x) = e^{2x}$

(b) Sturm-Liouville문제가 다음과 같이 주어져 있다. 고유값과 고유함수를 구하라. 단 Λ 는 양의 실수.

$$y'' + \Lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0$$

Fourier급수 공식

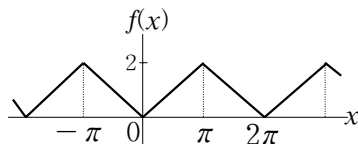
$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x/L + b_n \sin n\pi x/L)$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi}{L} x dx$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi}{L} x dx$$

4.[5점] 다음 그래프에서 보여주고 있는 함수 $f(x)$ 를 Fourier급수 형태로 표현하고자 할 때, 계수들 중에서 a_0, a_1, a_2 를 구하라.

5.[5점] 주기가 4인 함수 $f(x)$ 의 한 구간이 다음과 같이 주어져 있다. 주기함수 $f(x)$ 를 Fourier급수 형태로 표현하라. $f(x) = 3 \ (-2 < x < 0), \quad f(x) = -1 \ (0 < x < 2)$



6.[5점] 비제차 Euler방정식이 주어져 있다.

$$x^2 y'' - 4x y' + 6y = 21x^{-4}$$

제차해가 $y_h(x) = c_1 x^2 + c_2 x^3$ 임을 알고 있다. 특수해 $y_p(x)$ 를 구하라.

1.[4점] 구간 $[-\pi, \pi]$ 에서 다음 두 함수가 있다.

$$f(x) = 2 \cos 2x, \quad g(x) = \sin 2x$$

- (a) 두 함수가 직교하는지 조사하라.
 (b) 함수 $f(x)$ 의 정규(norm)를 구하라.

2.[5점] 구간 $[a, b]$ 에서 경계값문제가 다음과 같다.

$$[p(x) y'(x)]' + \Lambda y(x) = 0, \quad y(a) = 0, \quad y'(b) = 0$$

문제의 해로서 고유값 Λ_m, Λ_n 과 대응하는 고유함수 $y_m(x), y_n(x)$ 를 구하였다. 고유값이 서로 다를 때, 이 고유함수들이 서로 직교함을 증명하라.

3.[6점] 다음 물음에 답하라.

(a) 다음과 같이 2계 미분방정식과 초기조건으로 이루어진 초기값문제의 해를 구하라.

$$y'' + 9y = 10e^x, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$$

주어진 미분방정식의 제차해 $y_h(x)$ 와 특수해 $y_p(x)$ 는 $y_h(x) = c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x, \quad y_p(x) = e^x$

(b) Sturm-Liouville문제가 다음과 같이 주어져 있다. 고유값과 고유함수를 구하라. 단 Λ 는 양의 실수.

$$y'' + \Lambda y = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$$

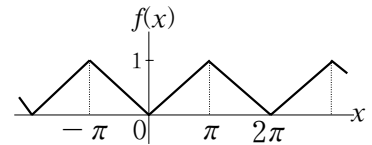
Fourier급수 공식

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x/L + b_n \sin n\pi x/L)$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi}{L} x dx$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi}{L} x dx$$

4.[5점] 다음 그래프에서 보여주고 있는 함수 $f(x)$ 를 Fourier급수 형태로 표현하고자 할 때, 계수들 중에서 a_0, a_1, a_2 를 구하라.



5.[5점] 주기가 2인 함수 $f(x)$ 의 한 구간이 다음과 같이 주어져 있다. 주기함수 $f(x)$ 를 Fourier급수 형태로 표현하라. $f(x) = -1 \ (-1 < x < 0), \quad f(x) = 3 \ (0 < x < 1)$

6.[5점] 비제차 Euler방정식이 주어져 있다.

$$x^2 y'' + 4x y' - 4y = 15x^4$$

제차해가 $y_h(x) = c_1 x^{-4} + c_2 x$ 임을 알고 있다. 특수해 $y_p(x)$ 를 구하라.