공 학 수 학

기계공학과 2004년 2학기

시험 #1 (20점) <가반> 2004. 9. 23.

1.[4점] 다음 물음에 답하라. (두 문장 이내로 답변)

(a) 공학 설계(engineering design)에 있어서 해석(analysis)의 역할은 무엇인가?

(b) '미분방정식'이란 무엇이며, 2계 미분방정식의 '해의 기본계'는 무엇인가?

2.[4점] 부분적분을 하여 $\int e^{3x}\sin 4x\, dx$ 를 구하라. (적분상수는 생략)

3.[4점] 다음 미분방정식의 해를 구하라.

(a) $yy' = \sin x$
해를 현시적 해(explicit solution), 즉 $y = f(x)$의 형태로 표현.

(b) $(2xy + \frac{1}{2})dx + (x^2 + \frac{1}{2} + \cos y)dy = 0$
해를 암시적 해(implicit solution), 즉 $F(x, y) = c$의 형태로 표현.

4.[4점] 다음 미분방정식의 해를 구하라.

(a) $y'' - 6y' + 9y = 0$

(b) $x^2y'' - 4xy' + 4y = 0$

5.[4점] 제차 미분방정식 $y'' + 4y = 0$ 의 일반해가 $y = c_1\cos 2x + c_2\sin 2x$ 이다. 다음 미분방정식의 특수해를 구하라.

(a) $y'' + 4y = 8x^2 + 4x + 2e^{-x}$

(b) $y'' + 4y = x\sin x$

시험 #1 (20점) <나반> 2004. 9. 23.

1.[4점] 다음 물음에 답하라. (두 문장 이내로 답변)

(a) 공학 해석(analysis)에 있어서 공학수학의 역할은 무엇인가?

(b) '미분방정식'이란 무엇이며, 일반해, 제차해, 특수해의 관계는 무엇인가?

2.[4점] 행렬식(determinant)를 이용하는 Cramer의 공식을 사용하여 다음 연립방정식의 해 중에서 z만을 구하라.

$$3x + y - z = 4$$
$$2x - y - 2z = -3$$
$$-x + 2y + z = 3$$

3.[4점] 다음 미분방정식의 해를 구하라.

(a) $e^y y' = e^{-x}$
해를 현시적 해(explicit solution), 즉 $y = f(x)$의 형태로 표현.

(b) $(y^2 + \frac{1}{2} + e^x)dx + (2xy + \frac{1}{2})dy = 0$
해를 암시적 해(implicit solution), 즉 $F(x, y) = c$의 형태로 표현.

4.[4점] 다음 미분방정식의 해를 구하라.

(a) $y'' - 8y' + 16y = 0$

(b) $x^2y'' + xy' - y = 0$

5.[4점] 제차 미분방정식 $y'' + 9y = 0$ 의 일반해가 $y = c_1\cos 3x + c_2\sin 3x$ 이다. 다음 미분방정식의 특수해를 구하라.

(a) $y'' + 9y = 3x + 2e^x$

(b) $y'' + 9y = x\cos x$

시험 #2 (20점) <가반> 2004. 10. 28.

1.[4점] 다음 물음에 답하라.

(a) 다음 멱급수의 중심과 수렴반지름은 얼마인가?

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{(x-5)^{2s}}{(-4)^s}$$

(b) $|x| < 1$일 때 다음 함수들을 3개 이상의 항으로 구성된 급수 형태로 표현하라.

① $\dfrac{1}{1+x} =$

② $\cos x =$

2.[4점] Bessel함수의 미분 공식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dx}[x^{\nu}J_{\nu}(\lambda x)] = \lambda x^{\nu}J_{\nu-1}(\lambda x) \quad \cdots ⓐ$$

$$\frac{d}{dx}[x^{-\nu}J_{\nu}(\lambda x)] = -\lambda x^{-\nu}J_{\nu+1}(\lambda x) \quad \cdots ⓑ$$

$$2\frac{d}{dx}J_{\nu}(x) = J_{\nu-1}(x) - J_{\nu+1}(x) \quad \cdots ⓒ$$

$$\frac{d}{dx}[J_{\nu}(\lambda x)] = \lambda J_{\nu-1}(\lambda x) - \frac{\nu}{x}J_{\nu}(\lambda x) \quad \cdots ⓓ$$

$$\frac{d}{dx}[J_{\nu}(\lambda x)] = -\lambda J_{\nu+1}(\lambda x) + \frac{\nu}{x}J_{\nu}(\lambda x) \quad \cdots ⓔ$$

(a) 위의 공식을 이용하여 다음 미분을 구하라.

$$\frac{d}{dx}[J_0(2x)] =$$

(b) 위의 공식을 이용하여 다음 적분을 구하라.

$$\int J_5(x)\, dx =$$

3.[4점] 다음 Bessel방정식의 해의 기본계 중의 하나를 급수해법으로 구하여 최소한 3개항을 표현하라. 단, $y(0)$는 유한하다.

$$x^2 y'' + xy' + (4x^2 - \frac{1}{4})y = 0$$

4.[4점] 다음 미분방정식의 해를 급수해법으로 구하여 최소한 6개항을 표현하라.

(a) $y'' + 9y = 0$

(b) $y'' - 4y' = 3x$

5.[4점] 다음 Legendre방정식의 해를 급수해법으로 구하여 최소한 4개항을 표현하라.

$(1-x^2)\, y'' - 2\,x\,y' + 2\,y = 0$

시험 #2 (20점) <나반> 2004. 10. 28.

1.[4점] 다음 물음에 답하라.

(a) 다음 멱급수의 중심과 수렴반지름은 얼마인가?

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{[2(x+3)]^{2s}}{s!}$$

(b) $|x| < 1$일 때 다음 함수들을 3개 이상의 항으로 구성된 급수 형태로 표현하라.

① $\dfrac{1}{1-x} =$

② $\sin x =$

2.[4점] [2점] Bessel함수의 미분 공식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dx}[x^{\nu}J_{\nu}(\lambda x)] = \lambda x^{\nu}J_{\nu-1}(\lambda x) \quad \cdots ⓐ$$

$$\frac{d}{dx}[x^{-\nu}J_{\nu}(\lambda x)] = -\lambda x^{-\nu}J_{\nu+1}(\lambda x) \quad \cdots ⓑ$$

$$2\frac{d}{dx}J_{\nu}(x) = J_{\nu-1}(x) - J_{\nu+1}(x) \quad \cdots ⓒ$$

$$\frac{d}{dx}[J_{\nu}(\lambda x)] = \lambda J_{\nu-1}(\lambda x) - \frac{\nu}{x}J_{\nu}(\lambda x) \quad \cdots ⓓ$$

$$\frac{d}{dx}[J_{\nu}(\lambda x)] = -\lambda J_{\nu+1}(\lambda x) + \frac{\nu}{x}J_{\nu}(\lambda x) \quad \cdots ⓔ$$

(a) 위의 공식을 이용하여 다음 미분을 구하라.

$$\frac{d}{dx}[J_1(3x)] =$$

(b) 위의 공식을 이용하여 다음 적분을 구하라.

$$\int J_5(x)\, dx =$$

3.[4점] 다음 Bessel방정식의 해의 기본계 중의 하나를 급수해법으로 구하여 최소한 3개항을 표현하라. 단, $y(0)$는 유한하다.

$4\,x^2\,y'' + 4\,x\,y' + (4\,x^2 - 1)\,y = 0$

4.[4점] 다음 미분방정식의 해를 급수해법으로 구하여 최소한 6개항을 표현하라.

(a) $y'' + 4y = 0$

(b) $y' + y = x^2$

5.[4점] 다음 Legendre방정식의 해를 급수해법으로 구하여 최소한 4개항을 표현하라.

$(1-x^2)\, y'' - 2\,x\,y' = 0$