시험 #3 (20점) 2001. 11. 27.

1.[4점] 다음 함수 $f(t)$의 Laplace 변환 $F(s)$를 구하라.

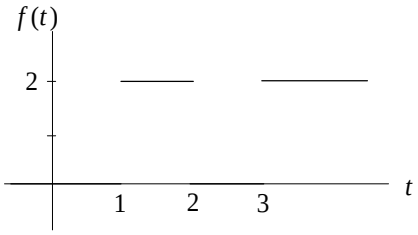
(a) $f(t) = e^{-t+2}$

(b) $f(t) = t \sin 2t$

2.[4점] 계단함수 $H(t)$는 다음과 같이 정의된다.

$$H(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

(a) 다음 그림의 함수 $f(t)$를 계단함수로 나타내어라.



(b) 위의 함수 $f(t)$의 라플라스 변환 $F(s)$를 구하라.

3.[4점] 다음 적분방정식의 해 $y(t)$를 Laplace 변환 방법으로 구하라.

$$y(t) = 1 - t - 4\int_0^t (t-\tau)\, y(\tau)\, d\tau$$

4.[4점] Laplace 영역에서 함수 $X(s)$가 다음과 같이 주어져 있다.

$$X(s) = \frac{2s^2 + 1}{s(s+2)^3}$$

(a) $X(s)$를 부분분수로 분해하라.

(b) $X(s)$의 Laplace 역변환 $x(t)$를 구하라.

라플라스 변환에 활용될 수 있는 공식

$$L\{\sin at\} = \frac{a}{s^2 + a^2}$$

$$L\{\cos at\} = \frac{s}{s^2 + a^2}$$

$$L\left\{\frac{t^n}{n!}\right\} = \frac{1}{s^{n+1}}$$

$$L\{e^{at}\} = \frac{1}{s - a}$$

5.[4점] 다음 초기값 문제의 해 $y(t)$를 Laplace 변환 방법으로 구하라.

$$y'' + 25y = 2\,\delta(t-\pi), \quad y(0) = 0, \; y'(0) = 2$$

학기말시험 (30점) 2001. 12. 20.

1.[4점] 구간 $[-\pi, \pi]$에서 다음 두 함수가 있다.

$$f(x) = \cos x, \quad g(x) = \cos 2x$$

(a) 두 함수가 직교하는지 조사하라.

(b) 함수 $g(x)$의 정규(norm)을 구하라.

2.[6점] 다음 물음에 답하라.

(a) 베셀(Bessel)방정식을 되딸림(self-adjoint)꼴로 변환하라.

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - \nu^2) y = 0$$

(b) 다음 스텀-리우빌(Sturm-Liouville)문제의 고유값과 고유함수를 구하라. 단 Λ는 양의 실수.

$$y'' + \Lambda y = 0, \quad y'(0) = 0, \; y(\pi) = 0$$

3.[5점] 구간 [a,b]에서 경계값문제가 다음과 같다.

$$[p(x)\, y'(x)]' + \Lambda\, y(x) = 0$$

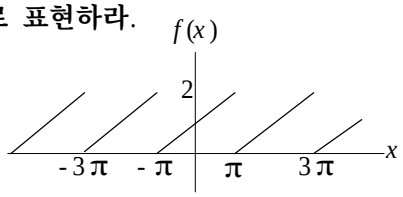
$$y(a) = 0, \qquad y(b) = 0$$

문제의 해로서 고유값 Λ_m, Λ_n과 대응하는 고유함수 $y_m(x)$, $y_n(x)$를 구하였다. 고유값이 서로 다를 때, 이 고유함수들이 서로 직교함을 증명하라.

4.[6점] 그래프에서 보여주고 있는 함수를 푸리에(Fourier)급수 형태로 표현하라.

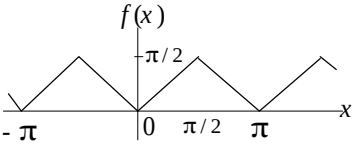
($-\pi < x < \pi$ 에서

$f(x) = 1 + \frac{x}{\pi}$)



5.[5점] 다음 그래프에 보인 함수의 푸리에(Fourier)급수를 $[0,\pi]$에서 정의된 다음 함수 $f(x)$의 짝주기확장 $f_e(x)$로부터 구하라.

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 < x < \pi/2) \\ \pi - x & (\pi/2 < x < \pi) \end{cases}$$



푸리에(Fourier)적분의 정의

$$f(x) = \int_0^\infty [a(\lambda)\cos\lambda x + b(\lambda)\sin\lambda x]\, d\lambda$$

$$a(\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos\lambda x\, dx$$

$$b(\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin\lambda x\, dx$$

6.[4점] 다음 함수의 푸리에(Fourier) 사인(sine) 적분을 구하라.

$$f(x) = \begin{cases} x & (-1 < x < 1) \\ 0 & (x < -1, \; x > 1) \end{cases}$$