시험 #3 (20점) 2000. 11. 17.

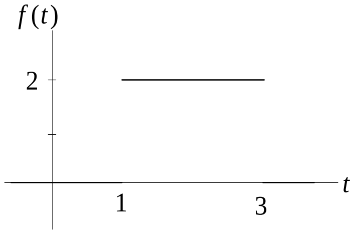
1.[4점] Laplace변환의 정의에 따라 다음 함수 $f(t)$의 라플라스 변화 $F(s)$를 구하라.

(a) $f(t) = e^{2t+3}$ (b) $f(t) = t^3$

2.[4점] 계단함수 $H(t)$는 다음과 같이 정의된다.

$$H(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

(a) 다음 그림의 함수 $f(t)$를 계단 함수로 나타내어라.
(b) 위의 함수 $f(t)$의 라플라스 변환 $F(s)$를 구하라



3.[4점] 어떤 시스템의 input $f(t)$와 output $y(t)$의 관계를 나타내는 방정식이 다음과 같다.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + a\frac{dy(t)}{dt} + by(t) = f(t)$$

여기서 a와 b는 상수이다.

(a) 위의 식을 Laplace변환한 식으로 나타내어라.
단, $L\{y(t)\} = Y(s)$, $L\{f(t)\} = F(s)$ 로 표기.

(b) 초기조건은 $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ 이라고 하고, 시스템의 transfer function, 즉 $\frac{Y(s)}{F(s)}$ 를 표현하라.

4.[4점] Laplace 영역에서 함수 $X(s)$가 다음과 같이 주어져 있다.

$$X(s) = \frac{2s+1}{s^3(s+2)}$$

(a) $X(s)$를 부분분수로 분해하라.
(b) $X(s)$의 Laplace 역변환 $x(t)$를 구하라.

라플라스 역변환에 활용될 수 있는 공식

$$L^{-1}\{\frac{a}{s^2+a^2}\} = \sin at, \quad L^{-1}\{\frac{s}{s^2+a^2}\} = \cos at$$

$$L^{-1}\{\frac{a}{s^2-a^2}\} = \sinh at, \quad L^{-1}\{\frac{s}{s^2-a^2}\} = \cosh at$$

5.[4점] 다음 초기값문제의 해를 Laplace 변환 방법으로 구하라.

$$y'' + 9y = \delta(t-\frac{\pi}{2}), \quad y(0) = 1, \; y'(0) = 2$$

학기말시험 (30점) 2000. 12. 14.

1.[4점] 구간 $[-\pi, \pi]$에서 다음 두 함수가 있다.

$$f(x) = \sin 2x, \quad g(x) = \cos 2x$$

(a) 두 함수가 직교하는지 조사하라.
(b) 두 함수에 대응하는 정규직교집합을 구하라.

2.[6점] 다음 물음에 답하라.

(a) 표준형으로 표현된 르장드르(Legendre)방정식을 되딸림(self-adjoint)꼴로 변환하라.

$$y'' - \frac{2x}{1-x^2}y' + \frac{\mu(\mu+1)}{1-x^2}y = 0$$

(b) 다음 스텀-리우빌(Sturm-Liouville)문제의 고유값과 고유함수를 구하라. 단 Λ는 양의 실수.

$$y'' + \Lambda y = 0, \; y'(0) = 0, \; y'(\pi) = 0$$

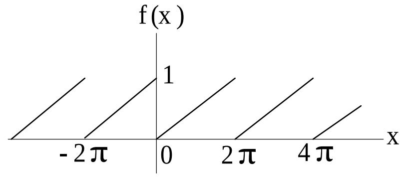
3.[5점] 구간 [a,b]에서 경계값문제가 다음과 같다.

$$[p(x)\,y'(x)]' + \Lambda\, y(x) = 0$$

$$y(a) = 0, \qquad y'(b) = 0$$

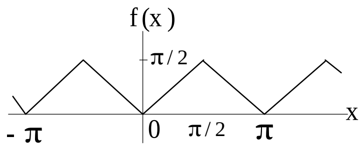
문제의 해로서 고유값 Λ_m, Λ_n과 대응하는 고유함수 $y_m(x)$, $y_n(x)$를 구하였다. 고유값이 서로 다를 때, 이 고유함수들이 서로 직교함을 증명하라.

4.[6점] 그래프에서 보여주고 있는 함수를 푸리에(Fourier)급수 형태로 표현하라.



5.[5점] 다음 그래프에 보인 함수의 푸리에(Fourier)급수를 $[0,\pi]$에서 정의된 다음 함수 f(x)의 짝주기함수 $f_e(x)$로부터 구하라.

$$f(x) = \begin{cases} x & (0<x<\pi/2) \\ \pi - x & (\pi/2<x<\pi) \end{cases}$$



푸리에(Fourier)적분의 정의

$$f(x) = \int_0^\infty [a(\lambda)\cos\lambda x + b(\lambda)\sin\lambda x]\,d\lambda$$

$$a(\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos\lambda x\,dx, \quad b(\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin\lambda x\,dx$$

6.[4점] 다음 함수의 푸리에 코사인(cosine)적분과 푸리에 사인(sine)적분을 각각 구하라.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (0<x<1) \\ 0 & (x>1) \end{cases}$$