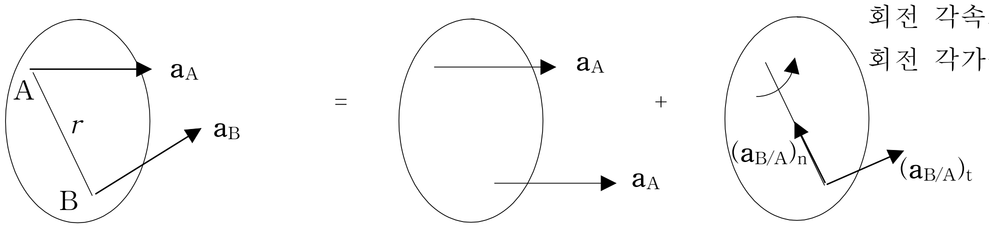
5.8 평면운동에서 절대가속도와 상대가속도 (p. 972)

[absolute and relative acceleration in plane motion]

병진운동(   ) + 회전운동(   )

회전 각속도 ω

회전 각가속도 α



$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A} = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_t + (\mathbf{a}_{B/A})_n$, $(a_{B/A})_t =$, $(a_{B/A})_n =$

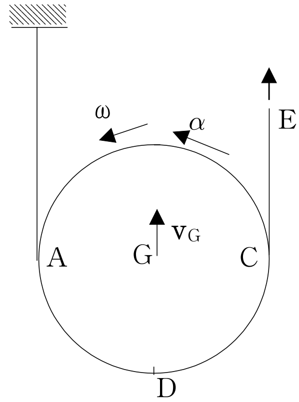
예제 5.6 이중톱니바퀴 (p. 975)

예.(연습 5.111) (p. 981)

반지름 75 mm의 원통의 운동이 그림처럼 끈에 의해 조정된다. 끈의 끝 E에서 속도가 위로 300 mm/s이고, 가속도가 위로 480 mm/s^{2}이다. (a) C점의 가속도, (b) D점의 가속도를 구하라.

$r = 0.075$ m, $\mathbf{v}_E = 0.30$ m/s$\uparrow$, $\mathbf{a}_E = 0.48$ m/s$^2\uparrow$, $\mathbf{a}_C$ = ?, $\mathbf{a}_D$ = ?

$\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_E$, $\mathbf{a}_C = a_E\uparrow + (a_C)_n\leftarrow =$



(a) 순간중심 A, $v_C =$

$\Rightarrow\ \omega =$ $= (0.30\text{ m/s})/2(0.075\text{ m/s}) = 2.0$ (rad/s)

$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_G + \mathbf{a}_{C/G}$ $\Rightarrow$ $a_E\uparrow + (a_C)_n\leftarrow =$

$\leftarrow$성분; $(a_C)_n = r\omega^2 = (0.075\text{ m})(2.0\text{ rad/s})^2 = 0.30\text{ m/s}^2$

$a_C = 0.48\uparrow + 0.30\leftarrow\text{ m/s}^2 = 0.566\text{ m/s}^2\nwarrow 58°$

=

$\uparrow$성분; $a_E = a_G + r\alpha$ ⋯ ①

(b) $\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_G + \mathbf{a}_{A/G}$ $\Rightarrow$ $a_A\rightarrow =$

$\uparrow$성분; $0 = a_G - r\alpha$ ⋯ ②

①+② $\Rightarrow$ $a_E =$ $\Rightarrow$ $a_G = a_E/2 = (0.48\text{ m/s}^2)/2 = 0.24\text{ m/s}^2$

①-② $\Rightarrow$ $a_E =$ $\Rightarrow$ $\alpha = a_E/2r = (0.48\text{ m/s}^2)/2(0.075\text{ m}) = 3.2\text{ rad/s}^2$

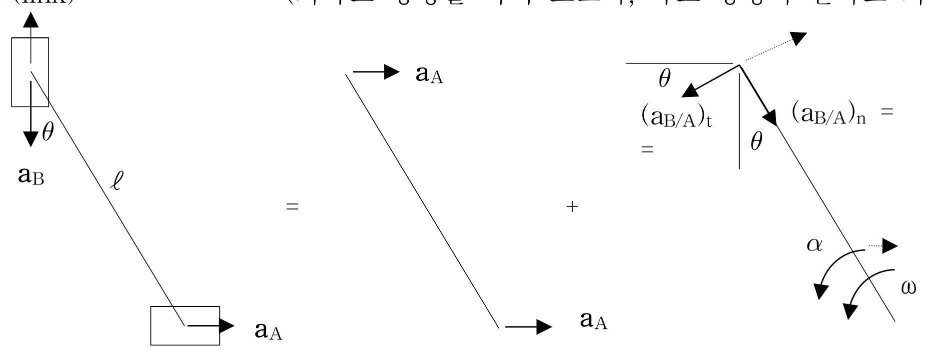
$\mathbf{a}_D = \mathbf{a}_G + \mathbf{a}_{D/G} =$ $= r\alpha\rightarrow + (a_G + r\omega^2)\uparrow$

$= (0.075\text{ m})(3.2\text{ rad/s}^2)\rightarrow + [0.24\text{ m/s}^2 + (0.075\text{ m})(2.0\text{ rad/s})^2]\rightarrow$

$= 0.24\rightarrow + 0.54\uparrow\text{ m/s}^2 = 0.591\text{ m/s}^2\nearrow 66° =$

(1) 양단 A, B가 직선경로를 따르는 경우:

예. 링크(link)   (가속도 방향을 아직 모르나, 속도 방향과 같다고 가정하고 시작)



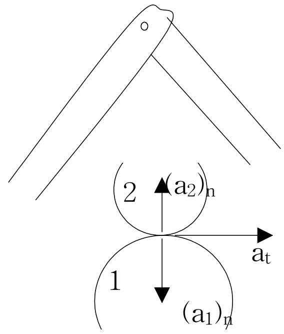
$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_t + (\mathbf{a}_{B/A})_n$

$\rightarrow$성분 ; 0 =

$\uparrow$성분 ; $-a_B$ =

(2) 양단 A, B가 곡선경로를 따르는 경우:

절대가속도 $\mathbf{a}_A$와 $\mathbf{a}_B$를 접선성분, 법선성분으로 분해하여 고려.



예. 핀으로 연결된 기계장치 : 핀에서 절대가속도가

톱니로 접촉하는 장치 : 톱니의 가속도의 접선성분은

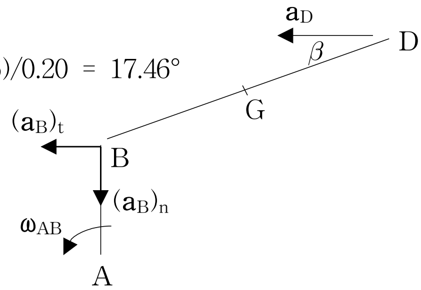
법선성분은

예제 5.7 엔진의 크랭크-피스톤 (p. 976)

예제 5.8 4절 링크 (p. 977)

예.(연습 5.118) (p. 982)

막대 AB는 16 rad/s의 일정한 각속도로 반시계방향으로 돌고 있다. θ = 90° 인 순간에, (a) 칼러 D의 가속도, (b) 막대 BD의 중점 G의 가속도를 구하라.



ω_{AB} = 16 rad/s↺, α_{AB} = 0, $\mathbf{a}_D$ = ?, $\mathbf{a}_G$ = ?

AB = 0.06 m, BD = 0.20 m, $\beta = \sin^{-1}(0.12-0.06)/0.20 = 17.46°$

$(a_B)_n$ = = $(0.06\text{ m})(16\text{ rad/s})^2 = 15.36\text{ m/s}^2$

$(a_B)_t$ =

(a) $\mathbf{v}_D = \mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{D/B}$

$v_D\leftarrow = v_B\leftarrow + (BD)\omega_{BD}\nwarrow \quad \Rightarrow$

$\mathbf{a}_D = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{D/B}$

$a_D\leftarrow = [(a_B)_t\leftarrow + (a_B)_n\downarrow] + [(BD)\alpha_{BD}\nwarrow + (BD)\omega_{BD}^2\swarrow]$

↓성분; 0 =

$$\Rightarrow \quad \alpha_{BD} = \frac{(a_B)_n}{(BD)\cos\beta} = \frac{(15.36\text{ m/s}^2)}{(0.20\text{ m})\cos 17.46°} = 80.5\text{ rad/s}^2$$

←성분; a_D = = $0 + (0.20\text{ m})(80.5\text{ rad/s}^2)\sin 17.46° = 4.83\text{ m/s}^2$

$\mathbf{a}_D$ =

(b) $\mathbf{a}_G = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{G/B}$ =

$= [0 + 15.36\text{ m/s}^2\downarrow] + [(0.10\text{ m})(80.5\text{ rad/s}^2)\nwarrow + 0]$

$= 15.36\downarrow + 8.05\ (\sin 17.46°\leftarrow + \cos 17.46°\uparrow)\text{ m/s}^2$

$= 2.42\leftarrow + 7.68\downarrow\ \text{m/s}^2 = 8.05\text{ m/s}^2 \swarrow 72.5° =$

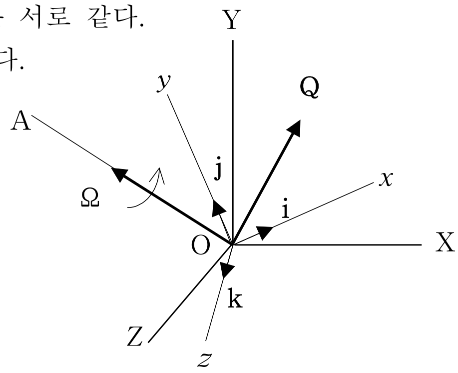
5.9 매개변수로 나타낸 평면운동의 해석 [analysis of plane motion in terms of a parameter]

(생 략)

5.10 **회전좌표계에 관한 벡터의 변화율** [rate of change of a vector w.r.t. a rotating frame] (p. 987)

(1.10절) *고정좌표계*나 *병진좌표계*에 대한 벡터의 변화율은 서로 같다.

*회전좌표계*에 대한 벡터의 변화율은 이들과 다르다.



고정좌표계 OXYZ

고정축 OA에 대해 회전하는 좌표계 Oxyz

좌표계 Oxyz의 회전 각속도 Ω

벡터함수 **Q**(t) (시간 t에 따라 크기와 방향 변화)

예 :

회전좌표계 Oxyz에 관하여

$\mathbf{Q} = Q_x\mathbf{i} + Q_y\mathbf{j} + Q_z\mathbf{k}$ (**i**, **j**, **k** : 회전좌표축 x, y, z 방향 단위벡터)

회전좌표계 Oxyz에 관한 **Q**의 변화율

$(\dot{\mathbf{Q}})_{Oxyz} =$

고정좌표계 OXYZ에 관한 **Q**의 변화율

$(\dot{\mathbf{Q}})_{OXYZ} = [\dot{Q}_x\mathbf{i} + \dot{Q}_y\mathbf{j} + \dot{Q}_z\mathbf{k}] +$

$= (\dot{\mathbf{Q}})_{Oxyz} + [Q_x\frac{d\mathbf{i}}{dt} + Q_y\frac{d\mathbf{j}}{dt} + Q_z\frac{d\mathbf{k}}{dt}]$

$[Q_x\frac{d\mathbf{i}}{dt} + Q_y\frac{d\mathbf{j}}{dt} + Q_z\frac{d\mathbf{k}}{dt}]$의 의미:

$(\dot{\mathbf{Q}})_{Oxyz} = 0$ 일 때, $(\dot{\mathbf{Q}})_{OXYZ}$ 는 강체 내 질점의 운동 변화율 (가령 **v** =

즉 $Q_x\frac{d\mathbf{i}}{dt} + Q_y\frac{d\mathbf{j}}{dt} + Q_z\frac{d\mathbf{k}}{dt} =$

$(\dot{\mathbf{Q}})_{OXYZ} = (\dot{\mathbf{Q}})_{Oxyz} + \mathbf{\Omega}\times\mathbf{Q}$

↓ ㄴ

회전좌표계 Oxyz에 관한

가령 $\mathbf{Q} = \mathbf{r}$ 이고 $\mathbf{\Omega} = \boldsymbol{\omega}$ 이면, $(\dot{\mathbf{r}})_{OXYZ} = (\dot{\mathbf{r}})_{Oxyz} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}$

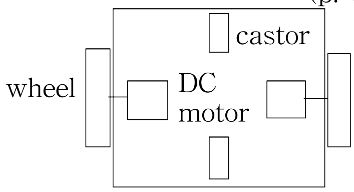
즉, $(\mathbf{v})_{OXYZ} = (\mathbf{v})_{Oxyz} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}$

회전좌표계에 대한

5.11 회전좌표계에 대한 질점의 평면운동 [plane motion of a particle relative to a rotating frame]

코리올리 가속도 [Coriolis acceleration] (p. 989)

적용사례 :

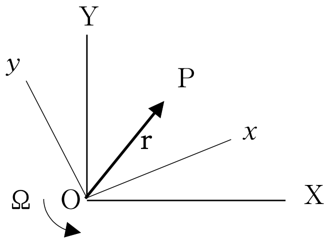


지면(평면)에서

고정좌표계 OXY

회전좌표계 Oxy

질점 P의 위치벡터 **r**



속도 (=

$\mathbf{v}_P = (\dot{\mathbf{r}})_{OXY} = \Omega\times\mathbf{r} + (\dot{\mathbf{r}})_{Oxy}$ $\quad\leftarrow\quad (\dot{\mathbf{Q}})_{OXYZ} = \Omega\times\mathbf{Q} + (\dot{\mathbf{Q}})_{Oxyz}$

$(\dot{\mathbf{r}})_{Oxy}$: 좌표계 Oxy에 대한 질점 P의 상대속도 ≡

$\Omega\times\mathbf{r}$: 회전좌표계(강체)의 점P′의 속도 ≡

$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_{P/F} + \mathbf{v}_{P'}$ 예제 5.9 Geneva mechanism (p. 992)

가속도 (=

$$\mathbf{a}_P = \dot{\mathbf{v}}_P = \frac{d}{dt}(\Omega\times\mathbf{r}) + \frac{d}{dt}(\dot{\mathbf{r}})_{Oxy}$$

$$= [\dot{\Omega}\times\mathbf{r} + \Omega\times(\dot{\mathbf{r}})_{OXY}] + [\Omega\times(\dot{\mathbf{r}})_{Oxy} + (\ddot{\mathbf{r}})_{Oxy}] \quad\leftarrow\quad (\dot{\mathbf{Q}})_{OXYZ} = \Omega\times\mathbf{Q} + (\dot{\mathbf{Q}})_{Oxyz}$$

$$= \dot{\Omega}\times\mathbf{r} + \Omega\times[\Omega\times\mathbf{r} + (\dot{\mathbf{r}})_{Oxy}] + [\Omega\times(\dot{\mathbf{r}})_{Oxy} + (\ddot{\mathbf{r}})_{Oxy}]$$

$$= \dot{\Omega}\times\mathbf{r} + \Omega\times(\Omega\times\mathbf{r}) + 2\Omega\times(\dot{\mathbf{r}})_{Oxy} + (\ddot{\mathbf{r}})_{Oxy}$$

$(\ddot{\mathbf{r}})_{Oxy}$: 좌표계 Oxy에 대한 질점 P의 상대가속도 ≡

$\dot{\Omega}\times\mathbf{r}$: 회전좌표계(강체)의 점P′의 가속도의 접선방향 ≡

$\Omega\times(\Omega\times\mathbf{r})$: 〃 〃 〃 법선방향 ≡

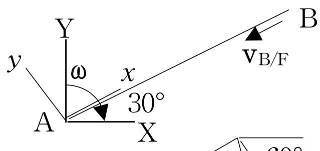
$2\Omega\times(\dot{\mathbf{r}})_{Oxy}$: 코리올리 가속도 $= 2\Omega\times(\mathbf{v})_{Oxy}$ ≡

예. 회전원판(각속도 ω)에서 반경방향 운동(속도 v)하는 물체의 코리올리 가속도는

$\mathbf{a}_P = \mathbf{a}_{P/F} + \mathbf{a}_{P'} + \mathbf{a}_{Corr}$ 예제 5.10 Geneva mechanism (p. 993)

예.(연습 5.160) (p. 997)

그림에 보여지는 순간에 붐 AB의 길이는 0.18 m/s의 일정한 비율로 줄어들고 있고 0.08 rad/s의 일정한 가속도로 낮아지고 있다. (a) B점의 속도, (b) B점의 가속도를 구하라.

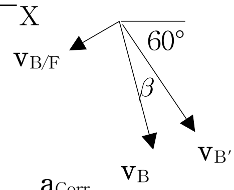


$\mathbf{v}_{B/F} = 0.18$ m/s↙, $\mathbf{a}_{B/F} = 0$,

$\omega = 0.08$ rad/s↺, $\alpha = 0$, $\mathbf{r} = 5.4$ m↗,

$\mathbf{v}_B = ?$, $\mathbf{a}_B = ?$

(a) $\mathbf{v}_{B'} = \omega\times\mathbf{r} =$ $= 0.432$ m/s↘60°



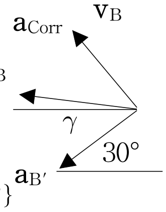
$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_{B/F} + \mathbf{v}_{B'} = [0.18$ m/s↙30°$] + [0.432$ m/s↘60°$]$

$\{ [(0.18)^2+(0.432)^2]^{1/2} = 0.468, \quad \beta = \tan^{-1}(0.18/0.432) = 22.6°\}$

$= 0.468$ m/s↘82.6° =

(b) $\mathbf{a}_{B'} = \alpha\times\mathbf{r} + \omega\times\mathbf{v}_{B'} =$ $= 0.03456$ m/s^2↙30°

$\mathbf{a}_{Corr} = 2\omega\times\mathbf{v}_{B/F} =$ $= 0.0288$ m/s^2↖60°



$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_{B/F} + \mathbf{a}_{B'} + \mathbf{a}_{Corr}$

$= 0 + (0.03456$ m/s^2↙30°$) + (0.0288$ m/s^2↖60°$)$

$\{ [(0.03456)^2+(0.0288)^2]^{1/2} = 0.045, \quad \gamma = \tan^{-1}(0.0288/0.03456) = 39.8°\}$

$= 0.045$ m/s^2↖9.8° =