3.14 경사중심충돌 [oblique central impact]

2차원 운동량 보존 (평면운동)

두 질점의 충돌속도벡터가 충돌작용선 상에 있지 않음. 질점들은 마찰이 없다고 가정.

(1) 두 질점이 충돌 전후 자유롭게 운동하는 경우 미지수 : \mathbf{v}_{A}' , \mathbf{v}_{B}' 의 크기와 방향 $\rightarrow 4$ 개의 미지수

(p. 839)

핵심 : 충돌시 충격력(작용,반작용)은 충돌작용선 방향으로만 작용

1. 각 질점의 운동량의 t축 성분이 보존.

$$(v_A)_t = (v_{A'})_t \cdots \bigcirc$$

$$(v_{\rm B})_{\rm t} = (v_{\rm B}')_{\rm t} \qquad \cdots \quad \bigcirc$$

2. 전체 운동량의 n축 성분이 보존.

$$m_{\rm A}(v_{\rm A})_{\rm n} + m_{\rm B}(v_{\rm B})_{\rm n} = m_{\rm A}(v_{\rm A}')_{\rm n} + m_{\rm B}(v_{\rm B}')_{\rm n} \cdots 3$$

3. 반발계수는 n축 방향 상대속도의 관계.

$$e[(v_A)_n - (v_B)_n] = (v_{B'})_n - (v_{A'})_n \cdots \oplus$$

예제 3.14 수직벽에 비스듬히 던져진 공의 충돌

(p. 844)

예제 3.15 두 공의 경사중심 충돌

(2) 충돌하는 질점의 한쪽이나 양쪽이 운동을 구속받는 경우

예. 수평방향으로만 움직이도록 구속되어 있는 블록 A와 평면에 자유롭게 움직이는 공 B 사이의 충돌 미지수 : \mathbf{v}_{A}' 크기, \mathbf{v}_{B}' 의 크기와 방향 $\rightarrow 3$ 개의 미지수

1. 공 B의 운동량의 *t*축 성분이 보존.

$$(v_B)_t = (v_B')_t \qquad \cdots$$

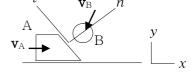
2. 전체 운동량의 x축 성분이 보존

$$m_{\rm A}v_{\rm A} + m_{\rm B}(v_{\rm B})_{\rm x} = m_{\rm A}v_{\rm A}' + m_{\rm B}(v_{\rm B}')_{\rm x} \qquad \cdots \quad \bigcirc$$

3. 반발계수는 (여전히) n축 방향 상대속도의 관계

$$e[(v_{A})_{n} - (v_{B})_{n}] = (v_{B}')_{n} - (v_{A}')_{n} \cdots 3$$

예제 3.16 줄에 매달린 공에 충돌



(p. 846)

예.(연습3.169)

1.5 kg의 구 A가 지면과 평행하고 크기가 $v_0 = 2 \text{ m/s}$ 인 속도 \mathbf{v}_0 로 움직이다가, 초기 정지상태에 있고 지면에서 자유로이 구를 수 있는 6 kg의 쐐기 B의 경사면과 충돌한다. 충돌 후 구가 지면에 서 수직으로 움직인다. $\Theta = 60^{\circ}$ 이고, 구와 쐐기 사이의 반발계수가 e = 1일 때, 충돌 직후 쐐기의 속도를 구하라.

$$v_{\rm A} = 2 \text{ m/s}, \quad v_{\rm B} = 0, \quad m_{\rm A} = 1.5 \text{ kg}, \quad m_{\rm B} = 6 \text{ kg}$$

- ① $(v_A)_t = (v_{A'})_t : (v_{A'})_t = = (2 \text{ m/s})\cos 60^\circ = 1 \text{ m/s}$

② $m_{\rm A}v_{\rm A} + m_{\rm B}v_{\rm B} = m_{\rm A}(v_{\rm A}')_{\rm x} + m_{\rm B}v_{\rm B}'$

 $(1.5 \text{ kg})(2 \text{ m/s}) + 0 = (1.5 \text{ kg})[(v_A')_t \cos 60^\circ - (v_A')_n \sin 60^\circ] + (6 \text{ kg})v_B'$

$$\Rightarrow$$
 2 = 0.5 - 0.866 $(v_{A}')_{n}$ + 4 v_{B}' \Rightarrow -0.866 $(v_{A}')_{n}$ + 4 v_{B}' = 1.5 ... @

3 $e[(v_A)_n - (v_B)_n] = (v_B')_n - (v_A')_n$

$$(1.0)(-v_A \sin 60^\circ - 0) =$$
 $\Rightarrow (v_A')_n + 0.866 v_B' = 1.732 \cdots (0.0)$

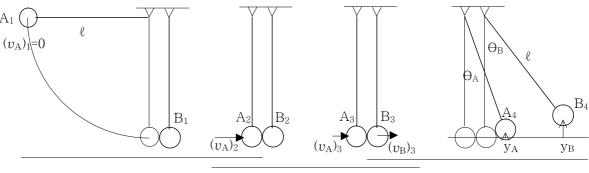
(a) + 0.866 × (b)
$$\Rightarrow$$
 (4 + 0.866×0.866) $v_{B}' = 1.5 + 0.866 \times 1.732$ \Rightarrow $v_{B}' = 0.632$

 $\mathbf{v}_{\mathrm{B}}' = 0.632 \mathrm{m/s} \leftarrow$

3.15 에너지와 운동량에 대한 문제 [problems involving energy and momentum]

(p. 842)

일과 에너지의 법칙 + 충격량과 운동량의 법칙



역학적 에너지 보존

운동량 보존

역학적 에너지 보존

예제 3.17 블록 낙하 + 스프링에 소성충돌

(p. 847)

예. 1.5 kg의 구 A가 정지 상태로부터 Θ_{A} = 70° 일 때, 놓여서 정지 상태에 있는 3 kg의 구 B와 충돌한다. 충돌 후에 구 A의 속도가 0인 것을 알 때, (a) 반발계수 e, (b) 구 B가 가장 높은 위치에 있을 때의 Θ_{B} 를 구하라.

 $m_{\rm A}$ = 1.5 kg, $m_{\rm B}$ = 3 kg, $\Theta_{\rm A}$ = 70°, $v_{\rm A}'$ = 0 충돌 전 A ; 일과 에너지 법칙 (역학적 에너지 보존)

$$T_1 + U_{1\to 2} = T_2 \quad (\mathfrak{E} \vdash T_1 + V_1 = T_2 + V_2)$$

$$0 + m g \ell (1-\cos\Theta_{A}) = \frac{1}{2} m v_{A}^{2}$$

$$\Rightarrow v_{A} = \sqrt{2g\ell(1-\cos\theta_{A})}$$
$$= \sqrt{2(1-\cos70^{\circ})}\sqrt{g\ell} = 1.147\sqrt{g\ell}$$

충돌 ; 운동량 보존

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

$$\Rightarrow v_{B'} = \frac{m_A}{m_B} v_A = (\frac{-1.5}{3}) 1.147 \sqrt{g \ell} = 0.574 \sqrt{g \ell}$$

(a) 반발계수
$$e = \frac{v_B' - v_A'}{v_A - v_B} = \frac{0.574\sqrt{g\ell} - 0}{1.147\sqrt{g\ell} - 0} = 0.50$$

(b) 충돌 후 B ; 일과 에너지 법칙 (역학적 에너지 보존)

$$T_3 + U_{3 \to 4} = T_3$$
 (또는 $T_3 + V_3 = T_4 + V_4$)

$$\frac{1}{2}m_{\rm B}(v_{\rm B}')^2 + (-m_{\rm B}g)\ell(1-\cos\Theta_{\rm B}) = 0$$

$$1-\cos\Theta_{\rm B} = \frac{v_B^2}{2g\ell} = \frac{(0.574)^2 g\ell}{2g\ell} = 0.165$$

$$\cos\Theta_{\rm B} = 1 - 0.165 = 0.835$$

$$\Theta_{\rm B} = 33.3^{\circ}$$

