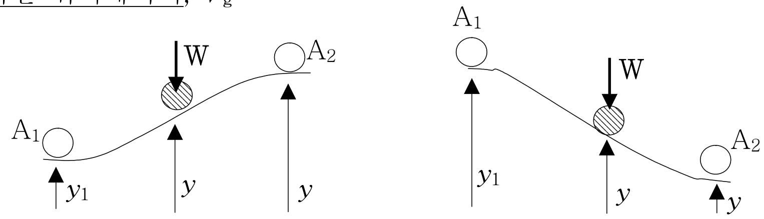
3.6 위치에너지 [potential energy] (p.797)

<u>중력에 의한 위치에너지</u>, V_g



$A_1 \rightarrow A_2$ 변위 동안 중력 W가 한 일

$U_{1\to2}$ = $-W\Delta y$ = $-W(y_2-y_1)$ = $W\ y_1$ - $W\ y_2$

실제 경로와 무관. y의 처음과 마지막 값에만 관련.

V_g = $W\ y$ 단위 : 일과 같은 단위, J (= N·m)

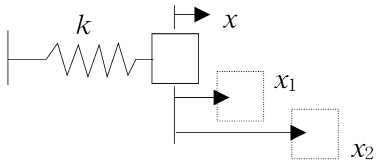
$U_{1\to2}$ = $(V_g)_1$ - $(V_g)_2$ 이므로, V_g는 중력 W가 할 수 있는 일의 척도

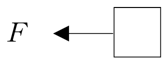
$(V_g)_2 > (V_g)_1$ 위치에너지 증가 ⇒

$(V_g)_2 < (V_g)_1$ 위치에너지 감소 ⇒

위치에너지의 *변화* 만이 관심사 ⇒ 높이 측정기준은

<u>탄성력에 의한 위치에너지</u> (= 변형에너지), V_e





$x_1 \rightarrow x_2$ 변형 동안 탄성력 F가 한 일

$$U_{1\to2} = \int_{x_1}^{x_2} -F\ dx = \int_{x_1}^{x_2} (-kx)\ dx = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = \frac{1}{2}k\,x_1^2 - \frac{1}{2}k\,x_2^2$$

x의 처음과 마지막 값에만 관련.

$V_e = \frac{1}{2}k\ x^2$ $U_{1\to2}$ = $(V_e)_1$ - $(V_e)_2$

변형 길이 x 측정기준은

공통사항 : 힘이 한 일의 양이 운동경로(중간과정)에 무관하면 위치에너지 개념 유효.

$U_{1\to2}$ = V_1 - V_2 =

3.7 보존력 (conservative force) (p. 799)

= 물체의 운동경로에 무관한 일을 하는 힘. cf. 비보존력 (예.

$U_{1\to2}$ = V_1 - V_2 $V_1 = V(x_1, y_1, z_1)$, $V_2 = V(x_2, y_2, z_2)$

함수 $V(x,y,z)$는 힘 F의 위치에너지, 혹은 퍼텐셜함수(potential function)

보존력 F와 퍼텐셜함수 V의 관계

$$\mathbf{F} = -\nabla V\ (\ = -\ \mathrm{grad}\ V) = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\boldsymbol{k}\right)$$

(증명은 공학해석에서 다룸)

3.8 에너지의 보존 [conservation of energy] (p. 800)

(§3.6) 보존력이 한 일을 위치에너지 변화로 표현 $U_{1\to2}$ =

(§3.3) 일과 에너지의 법칙 : 힘이 한 일 = 운동에너지 변화 $U_{1\to2}$ =

$V_1 - V_2 = T_2 - T_1 \qquad \Rightarrow \qquad T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

운동에너지 (T) + 위치에너지 (V) = 전체 역학적 에너지 (E)

$$E_1 = E_2 = \text{일정}$$

<u>역학적 에너지 보존법칙</u>

(어떤 물체가) 보존력의 영향 하에서 운동할 때, 전체 역학적 에너지는 일정.

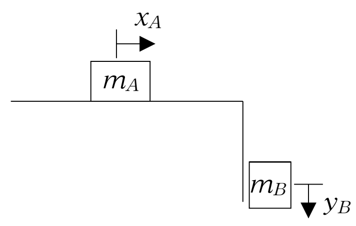
예제 3.6 스프링에 연결된 칼러(collar) (p. 803)

예제 3.7 압축된 스프링에서 풀려난 펠렛(pellet)이 루프(loop)를 따라 운동

예제 3.8 탄성 줄에 매인 물체의 운동

예.(연습3.65) (p. 811)

질량이 4 kg인 블록 A와 질량이 1.5 kg인 블록 B가 줄-풀리 시스템에 연결되어 있고, 스프링이 변형되지 않은 상태에서 놓여진다. 스프링 상수가 300 N/m임을 알 때, (a) 블록 B가 150 mm 이동했을 때의 B의 속도, (b) 블록 B의 최대 속도, (c) 블록 B의 최대 변위를 구하라. 마찰과 풀리 및 스프링의 질량을 무시하라.



구속조건

$\Rightarrow \quad y_B = 2\,x_A \qquad (\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 = L)$

$\quad\;\; v_B = 2\,v_A$

최초 $\quad T_1$ = , $\quad V_{1e} = V_{1g}$ =

이동중 $\quad T_2 = \dfrac{1}{2} m_A v_A^2 + \dfrac{1}{2} m_B v_B^2 = \dfrac{1}{2}(4\text{ kg})\left(\dfrac{v_B}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{2}(1.5\text{ kg})v_B^2 = (1.25\text{ kg})\ v_B^2$

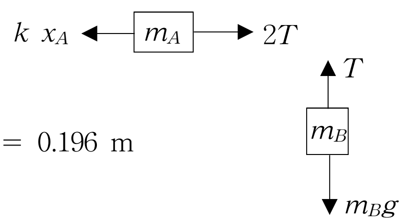
(a) y_B = 0.15 m, $\quad x_A$ =

$V_{2g} = -m_B\,g\,y_B$ = $-(1.5\text{ kg})(9.81\text{ m/s}^2)(0.15\text{ m}) = -2.21\text{ N}\cdot\text{m}$

$V_{2e} = \dfrac{1}{2}k\,x_A^2 = (300\text{ N/m})(0.075\text{ m})^2 = 0.844\text{ N}\cdot\text{m} \qquad V_2 = -2.21 + 0.844 = -1.37\ (\text{N}\cdot\text{m})$

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$: $\ 0$ = $\qquad \Rightarrow \qquad v_B = 1.04\text{ m/s}$

(b) $v = v_{\max}, \quad \dot{v} = a = 0$



$k\,x_A =$

$\Rightarrow \qquad x_A = \dfrac{2\,m_B\,g}{k} = \dfrac{2(1.5\text{ kg})(9.81\text{ m/s}^2)}{(300\text{ N/m})} = 0.098\text{ m}, \qquad y_B = 0.196\text{ m}$

$V_{2g} = -(1.5\text{ kg})(9.81\text{ m/s}^2)(0.196\text{ m}) = -2.88\text{ N}\cdot\text{m}$

$V_{2e} = \dfrac{1}{2}(300\text{ N/m})(0.098\text{ m})^2 = 1.44\text{ N}\cdot\text{m} \qquad V_2 = -2.88 + 1.44 = -1.44\ (\text{N}\cdot\text{m})$

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$: $\qquad \Rightarrow \qquad v_B = 1.07\text{ m/s}$

(c) maximum displacement

$\Rightarrow \quad v_A = v_B = 0 \quad \Rightarrow$

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$: $\ 0 = V_2 = V_{2e} + V_{2g} = \dfrac{1}{2}(300\text{ N/m})\left(\dfrac{y_B}{2}\right)^2 - (1.5\text{ kg})(9.81\text{m/s}^2)y_B$

$\Rightarrow \qquad y_B = 0.392\text{ m}$

비보존력이 한 일은 위치에너지의 변화로 표현할 수 없다. 예:
비보존력에 의한 일의 양 만큼 역학적 에너지 감소,
다른 형태의 에너지로 변환.   예:

에너지 보존 법칙
모든 형태의 에너지를 고려하면, 전체 에너지는 일정.

3.9 **보존적인 중심력 하의 운동** [motion under a conservative central force].
우주역학에의 적용 [application to space mechanics]
(생 략)
예제3.9 인공위성 최대고도, 발사방향