제2장 질점의 운동역학 [Kinetics of Particles]
: 뉴튼의 제2법칙 [Newton′s Second Law]

운동역학(kinetics) : 힘 ⇒[물체(질량)]⇒ 운동

목표 : 뉴튼의 제2법칙을 이용하여, 질점에 주어진 힘에 의해 일어나는 운동을 예측하거나,
질점에 원하는 운동을 발생시키기 위해 필요한 힘을 구함.

뉴튼의 제1법칙, 제3법칙 →

뉴튼의 제2법칙 →

뉴튼의 제0법칙 = 만유인력의 법칙 (law of universal gravitation)

2.2 뉴튼의 운동 제2법칙 [Newton′s second law of motion] (p. 711)

질점은 작용하는 외력의 합의 방향으로 그 크기에 비례하는 가속운동을 한다.

(A particle has an acceleration proportional to the magnitude of the resultant force and in the direction of this resultant force.)

외력의 합 $\mathbf{F}(=\Sigma\mathbf{F}_i)$와 가속도 $\mathbf{a}$간 비례관계의 비례상수가 질량 m. 즉 $\mathbf{F}(=\Sigma\mathbf{F}_i) = m\,\mathbf{a}$

외력의 합 $\mathbf{F}(=\Sigma\mathbf{F}_i) = 0$ 이면, $\mathbf{a} = 0$.

즉 정지하고 있는($\mathbf{v}_0=0$) 질점은 계속 정지된 상태를 유지($\mathbf{v}=0$)하고,

처음에 $\mathbf{v}_0$의 속도로 움직이는 질점은 일정속도 ($\mathbf{v}=\mathbf{v}_0$)를 유지

⇒ 뉴튼의 제1법칙 (

2.3 질점의 선형운동량. [linear momentum of a particle]

선형운동량의 변화율 [rate of change of linear momentum]

$\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F}_i = m\,\mathbf{a}$ ⇒($\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$, m 일정)⇒ $\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F}_i = \frac{d}{dt}(m\,\mathbf{v})$

$m\,\mathbf{v}$: 질점의 (선형)운동량 (linear momentum) $\equiv \mathbf{L}$

질점에 작용하는 외력의 합 = $\Sigma\mathbf{F}_i = \dot{\mathbf{L}}$

<u>운동량 보존 법칙</u>

$\Sigma\mathbf{F}_i = 0$ 일 때, 운동량($m\mathbf{v}$)의 변화율은 0.

즉 질점에 작용하는 외력의 합이 0이면, 질점의 운동량은 크기와 방향 모두 변함이 없다.

: 질점에 대한 운동량 보존 법칙 (

2.4 국제단위계 [systems of units]

= SI단위계 (Système International d′Unités)

기본단위 : 길이(m), 질량(kg), 시간(s), 전류(A), 온도(K), 물질의 양(mol), 조도(cd) candele

보조단위 : 평면각(rad), 입체각(sr) steradian

유도단위 : 면적(m^2), 속도(m/s), 가속도(m/s^2), 힘(kg・m/s)

힘 : 1 N (newton) ≡ 1 kg・m/s^2 (← $F = m\,a$)

중량: $W = mg$ $g = 9.81\ m/s^2$

$m = 1$ kg ⇒ $W = 9.81$ kg・m/s^2 = 9.81 N = 1 kgf

배수 da(10), h(10^2), k(10^3), M(10^6), G(10^9), T(10^{12}), P(10^{15}), E(10^{18})
d(10^{-1}), c(10^{-2}), m(10^{-3}), μ(10^{-6}), n(10^{-9}), p(10^{-12}), f(10^{-15}), a(10^{-18})

2.5 운동방정식 [equations of motion] (p. 714)

목표 : 뉴튼의 제2법칙에 근거하여, 물리적 힘의 평형을 수학적으로 표현 (

$\Sigma \mathbf{F}_i = m\,\mathbf{a}$ → 스칼라 표현으로 바꾸는 것이 편리

<u>직각좌표 성분</u> [rectangular components

가속도 **a**의 직각좌표 성분 표현 $\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$ (1.11절)

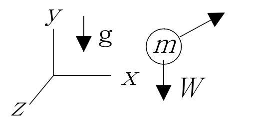
$= \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k}$

(마찬가지로) 힘 **F**에 대해서 $\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j} + F_z\,\mathbf{k}$

$\Sigma(F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j} + F_z\,\mathbf{k}) = m\,(a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}) = m\,(\ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k})$

즉, $\Sigma F_x = m\ a_x = m\,\ddot{x}$, $\Sigma F_y = m\ a_y = m\,\ddot{y}$, $\Sigma F_z = m\ a_z = m\,\ddot{z}$

예. 투사체 (질량 m, 힘 $\mathbf{F} = -W\,\mathbf{j}$, $W = mg$)



$F_x = 0$ $F_y = -W =$ $F_z = 0$

$\ddot{x} = 0$ $\ddot{y} = -\dfrac{W}{m} = -g$ $\ddot{z} = 0$ —적분→ 각 방향의 속도, 변위

등속 등가속 등속 운동

예제 2.1, 2.2 마찰면에 놓인 블록에 비스듬히 작용하는 힘. (p. 717)

$\Sigma F_x = m\,a$, $\Sigma F_y = 0$

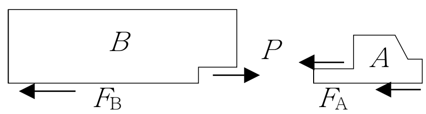
* 두 개 이상의 질점으로 이루어진 계에서는

예제 2.3 풀리와 도르래에 연결되어 매달린 블록과 수평면에 놓인 블록의 가속도와 줄의 장력.

예제 2.4 마찰없는 쐐기에 놓인 블록이 미끄러질 때 (a) 쐐기의 가속도 (b) 블록의 상대가속도.

예.(연습 2.11) (p. 724)

운전기사가 브레이크를 작동시켰을 때 트랙터-트레일러는 90 km/h로 주행하고 있었다. 트랙터와 트레일러에 작동한 제동력이 각각 16 kN과 60 kN일 때, (a) 정지할 때 까지 이동한 거리, (b) 제동 중에 트렉터와 트레일러 사이의 연결 부분에 걸리는 힘의 수평 성분을 구하라.



$v_0 = 90$ km/h $= 25$ m/s

$F_A = 16$ kN, $F_B = 60$ kN

$m_A = 6{,}800$ kg, $m_B = 7{,}900$ kg

(a) $-F_A - F_B = (m_A + m_B)\,a$ ⇒ $a = -\dfrac{16{,}000+60{,}000}{6{,}800+7{,}900} = -5.17$ (m/s)

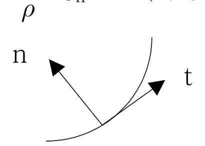
$v^2 - v_0^2 =$ ⇒ $x = \dfrac{0^2-25^2}{2(-5.17)} = 60.4$ (m)

(b) $-F_A - P =$ ⇒ $P = -16{,}000 - (6{,}800)(-5.17) = 19{,}156$ N $= 19.2$ kN

<u>접선/법선 성분</u> [tangential and normal components]

가속도 **a**의 접선/법선 성분 표현 $\mathbf{a} = a_t\,\mathbf{e}_t + a_n\,\mathbf{e}_n = \dfrac{dv}{dt}\,\mathbf{e}_t + \dfrac{v^2}{\rho}\,\mathbf{e}_n$ (1.13절)

(마찬가지로) 힘 **F**에 대해서 $\mathbf{F} = F_t\,\mathbf{e}_t + F_n\,\mathbf{e}_n$



$\Sigma F_t = m\ a_t =$, $\Sigma F_n = m\ a_n =$

예제 2.5 단진자 추의 무게와 장력 관계, 속도와 가속도. (p. 720)

예제 2.6 도로 커브 반경과 경사각으로부터 정격 주행속도.

<u>반경방향/횡방향 성분</u> [radial and transverse components] → 2.8절

2.6 동적 평형 [dynamic equilibrium]

목표 :

$\Sigma \mathbf{F}_i = m\,\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad \Sigma \mathbf{F}_i + (-\,m\,\mathbf{a}) = 0$

$-m\,\mathbf{a}$: <u>관성력 (inertia force)</u>

= 크기가 ma이고 방향이 가속도와 반대인 힘, 운동에 대해서 질점이 저항하는 힘.

예:

동적 평형상태 = 외력과 관성력을 고려한 질점의 평형 (정역학 방식으로 문제 해결)

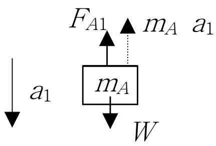
직각좌표 성분 표현 $\quad \Sigma F_x - m\,a_x = 0, \quad \Sigma F_y - m\,a_y = 0$

접선/법선 성분 표현 $\quad \Sigma F_t - m\,a_t = 0, \quad \Sigma F_n - m\,a_n = 0$

예.(연습2.4) (p. 723)

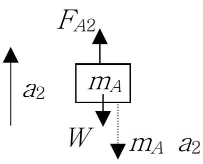
스프링 저울 A와 두 팔의 길이가 같은 양팔 저울 B가 엘리베이터의 천정에 고정되어 있고, 그림에서와 같이 동일한 물체가 저울에 매달려 있다. 엘리베이터가 0.6 m/s^{2}의 가속도로 아래쪽으로 움직일 때 스프링 저울의 눈금은 30 N 하중을 가리켰다. (a) 물체의 무게, (b) 엘리베이터가 0.6 m/s^{2}의 가속도로 위쪽으로 움직일 때 스프링 저울이 표시하는 하중 눈금과 양팔 저울이 균형을 유지하는 데 필요한 질량을 구하라.

스프링 저울 A, 양팔저울 B. $\quad a_1 = 0.6$ m/s^2, $\quad F_{A1} = 30$ N.



(a) ↓ = 0

$$\Rightarrow \quad W = \frac{F_{A1}}{1 - a_1/g} = \frac{(30\,\mathrm{N})}{1 - (0.6\,\mathrm{m/s^2})/(9.81\,\mathrm{m/s^2})} = 32.0\ \mathrm{N}$$



(b) ↑ = 0

$$\Rightarrow \quad F_{A2} = W\left(1 + \frac{a_2}{g}\right) = (32.0\ \mathrm{N})\left(1 + \frac{(0.6\,\mathrm{m/s^2})}{(9.81\,\mathrm{m/s^2})}\right) = 34.0\ \mathrm{N}$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{32.0\,\mathrm{N}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}} = 3.26\ \mathrm{kg}$$