곡선운동 [curvilinear motion]

예 : 투사체 운동, 원운동

1.9 위치벡터, 속도, 가속도 [position vector, velocity, and acceleration] (p. 659)

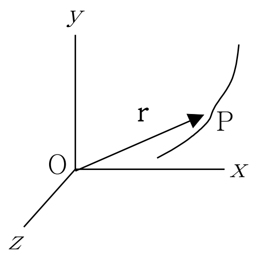
벡터 = 크기와 방향을 갖는 수식(표현) ↔

벡터함수[vector function] =

<u>위치벡터</u>, $\mathbf{r}(t)$

시간 t에서의 질점의 위치 P를 기준좌표축의 원점 O로부터의 거리와 방향으로 나타내는 벡터함수

벡터 $\mathbf{r}$의 크기 $r \equiv |\mathbf{r}|$



<u>속도</u>, $\mathbf{v}(t)$

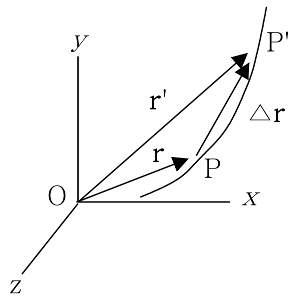
$$\text{평균속도} = \frac{\text{위치변화}}{\text{시간간격}} = \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

방향 : $\Delta\mathbf{r}$, 크기 : $|\Delta\mathbf{r}|/\Delta t$

속도 (순간속도) = 미소 시간간격 동안의 평균속도

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad \text{(질점경로의 접선벡터)}$$

$$\text{속력} = \frac{\text{이동거리(호 } PP' \text{ 길이)}}{\text{미소시간간격}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

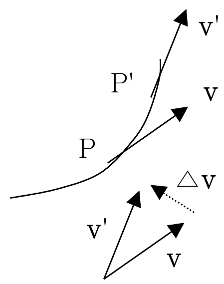


<u>가속도</u>, $\mathbf{a}(t)$

$$\text{평균가속도} = \frac{\text{속도변화(속력변화} + \text{방향변화)}}{\text{시간간격}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

가속도 (순간가속도) = 미소 시간간격 동안의 평균가속도

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$



부록 A. 벡터 연산 [Appendix A. Vector Algebra] (pp. 1305-1310)

A.1 벡터의 합 (덧셈) [addition of vectors]

$\mathbf{P} + \mathbf{Q}$ 평행사변형법칙

A.2 스칼라와 벡터의 곱셈 [product of a scalar and a vector]

$k\,\mathbf{P}$ 방향 불변, 크기 변화

A.3 단위벡터 [unit vectors]

:

<u>정규직교기저</u>[orthonormal basis]

직각좌표계[Cartesian coordinate system] (x, y, z) $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$

원통좌표계[cylindrical 〃 〃] (r, Θ, z) $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\Theta, \mathbf{e}_z$ Θ :

$\mathbf{e}_r = \mathbf{i}\cos\Theta + \mathbf{j}\sin\Theta, \quad \mathbf{e}_\Theta = -\mathbf{i}\sin\Theta + \mathbf{j}\cos\Theta, \quad \mathbf{e}_z = \mathbf{k}$

구면좌표계[spherical 〃 〃] (r, Θ, ϕ) $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\Theta, \mathbf{e}_\phi$ Θ : , φ :

<u>벡터의 직교성분 분해</u> [resolution of a vector into rectangular components]

$\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j} + F_z\,\mathbf{k} = F_1\,\mathbf{e}_r + F_2\,\mathbf{e}_\Theta + F_3\,\mathbf{e}_z$

A.6 두 벡터의 스칼라곱 [scalar product of two vectors]

= 내적 [inner product, dot product]

$\mathbf{P}\cdot\mathbf{Q} = P\ Q\cos\Theta$

단위벡터 $\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{k} = 1,\quad \mathbf{i}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{k} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{i} = 0$

직교성분 $\mathbf{P}\cdot\mathbf{Q} = (P_x\,\mathbf{i} + P_y\,\mathbf{j} + P_z\,\mathbf{k})\cdot(Q_x\,\mathbf{i} + Q_y\,\mathbf{j} + Q_z\,\mathbf{k}) = P_xQ_x + P_yQ_y + P_zQ_z$

A.4 두 벡터의 벡터곱 [vector product of two vectors]

= 외적 [outer product, cross product]

$\mathbf{P}\times\mathbf{Q} = \mathbf{V}$

크기 : $V = P\ Q\sin\Theta$, 방향 : P, Q에 수직이며 오른손법칙

단위벡터 $\mathbf{i}\times\mathbf{i} = \mathbf{j}\times\mathbf{j} = \mathbf{k}\times\mathbf{k} = 0$

$\mathbf{i}\times\mathbf{j} = \mathbf{k},\ \mathbf{j}\times\mathbf{k} = \mathbf{i},\ \mathbf{k}\times\mathbf{i} = \mathbf{j},\qquad \mathbf{j}\times\mathbf{i} = -\mathbf{k},\ \mathbf{k}\times\mathbf{j} = -\mathbf{i},\ \mathbf{i}\times\mathbf{k} = -\mathbf{j}$

직교성분 $\mathbf{V} = V_x\,\mathbf{i} + V_y\,\mathbf{j} + V_z\,\mathbf{k}$

$= \mathbf{P}\times\mathbf{Q} = (P_x\,\mathbf{i} + P_y\,\mathbf{j} + P_z\,\mathbf{k})\times(Q_x\,\mathbf{i} + Q_y\,\mathbf{j} + Q_z\,\mathbf{k}) = \cdots$

$= (P_yQ_z - P_zQ_y)\mathbf{i} + (P_zQ_x - P_xQ_z)\mathbf{j} + (P_xQ_y - P_yQ_x)\mathbf{k}$

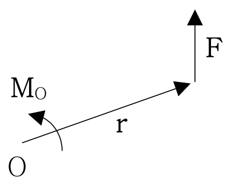
$$\mathbf{P}\times\mathbf{Q} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix}$$

예 : A.5 점에 대한 힘의 모멘트 [moment of a force about a point]

힘 $\mathbf{F}$ $(= F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j} + F_z\,\mathbf{k})$

작용점의 O점에 대한 위치벡터 $\mathbf{r}$ $(= x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k})$

O점에 대한 모멘트 $\mathbf{M}_o = \mathbf{r}\times\mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ & & \\ & & \end{vmatrix}$



A.7 세 벡터의 삼중곱 [mixed triple product of three vectors]

$\mathbf{S}\cdot(\mathbf{P}\times\mathbf{Q}) = (S_x\,\mathbf{i} + S_y\,\mathbf{j} + S_z\,\mathbf{k})\cdot[(P_x\,\mathbf{i} + P_y\,\mathbf{j} + P_z\,\mathbf{k})\times(Q_x\,\mathbf{i} + Q_y\,\mathbf{j} + Q_z\,\mathbf{k})]$

$$= \begin{vmatrix} S_x & S_y & S_z \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix}$$

예 : A.8 축에 대한 힘의 모멘트 [moment of a force about a given axis]

x축에 대한 모멘트 $\mathbf{M}_x = \mathbf{i}\cdot(\mathbf{r}\times\mathbf{F}) = \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix}$

임의 축 OL에 대한 모멘트 (OL방향의 단위벡터 $\boldsymbol{\lambda} = \lambda_x\,\mathbf{i} + \lambda_y\,\mathbf{j} + \lambda_z\,\mathbf{k}$)

$\mathbf{M}_{OL} = \boldsymbol{\lambda}\cdot(\mathbf{r}\times\mathbf{F}) = \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix}$

1.10 **벡터함수의 도함수** [derivatives of vector functions] (p. 661)

스칼라변수 u, 스칼라함수 f(u), 벡터함수 = P(u), Q(u)

P(u)의 도함수 = $\dfrac{d\mathrm{P}}{du} = \dfrac{dP_x}{du}\,\mathrm{i} + \dfrac{dP_y}{du}\,\mathrm{j} + \dfrac{dP_z}{du}\,\mathrm{k}$

P(u)와 Q(u)의 합의 도함수 = $\dfrac{d(\mathrm{P}+\mathrm{Q})}{du} = \dfrac{d\mathrm{P}}{du} + \dfrac{d\mathrm{Q}}{du}$

f(u)와 P(u)의 곱의 도함수 = $\dfrac{d(\mathrm{f}\,\mathrm{P})}{du} = \dfrac{d\mathrm{f}}{du}\,\mathrm{P} + \mathrm{f}\,\dfrac{d\mathrm{P}}{du}$

P(u)와 Q(u)의 스칼라곱의 도함수 = $\dfrac{d(\mathrm{P}\cdot\mathrm{Q})}{du} = \dfrac{d\mathrm{P}}{du}\cdot\mathrm{Q} + \mathrm{P}\cdot\dfrac{d\mathrm{Q}}{du}$

P(u)와 Q(u)의 벡터곱의 도함수 = $\dfrac{d(\mathrm{P}\times\mathrm{Q})}{du} = \dfrac{d\mathrm{P}}{du}\times\mathrm{Q} + \mathrm{P}\times\dfrac{d\mathrm{Q}}{du}$

벡터의 (시간)변화율 [rate of change of a vector]

스칼라변수가 시간 t일 때, 벡터함수 P(t)에 대하여

$\dfrac{d\mathrm{P}}{dt} = \dfrac{dP_x}{dt}\,\mathrm{i} + \dfrac{dP_y}{dt}\,\mathrm{j} + \dfrac{dP_z}{dt}\,\mathrm{k}$

$\dot{P} =$

*고정좌표계*나 *병진좌표계*에 대한 벡터의 변화율은 서로 같다. → 1.12절

*회전좌표계*에 대한 벡터의 변화율은 이들과 다르다. → 5.10절