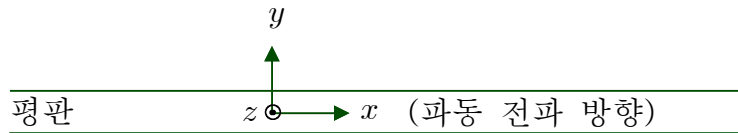


탄성파이론 중간시험 [25점]

숭실대 대학원 기계공학과

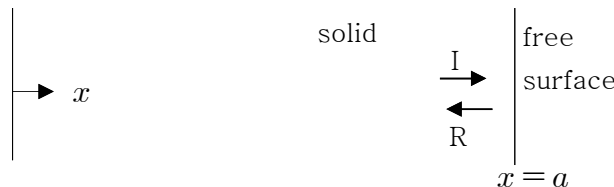
2018. 10. 25.

- 1.[2점] 파동(wave)을 탄성파(elastic wave)와 전자파(electromagnetic wave)로 분류할 때, 두 가지 파동의 공통점과 차이점을 제시하시오.
- 2.[3점] 탄성파(elastic wave)를 이론적으로 해석하기 위해서는 탄성학(elasticity)의 지식이 필요하다. 직각좌표계(Cartesian coordinates) (x, y, z) 에서 field variable 들로서 변위(displacement) u, v, w , 응력(stress) $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}$, 변형률(strain) $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}$ 간의 관계를 다음과 같이 제시하시오.
 - (a) 변형률과 변위의 관계
 - (b) 응력과 변형률의 관계 (탄성 상수 E, G, ν)
 - (c) 응력과 변형률의 관계 (Lame 탄성 상수 $\lambda, G(=\mu)$)
- 3.[6점] 아래 그림에 단면이 보인 바와 같이, xz 평면에 놓여 있고 두께 h 가 균일하게 얇은 평판에서 x 방향으로 전파하는 파동을 고려한다.



다음 두 가지 유형의 1차원 탄성파(elastic wave)의 운동방정식과 전파속도를 유도하시오. 변위, 변형률, 응력, 평형방정식 순으로 제시하고, 매질의 elastic modulus E , shear modulus G , Poisson's ratio ν , mass density ρ 를 사용함.

- (a) x 축 방향으로 진동하는 종파 (longitudinal waves) (y 축 방향 변위도 발생함)
 - (b) z 축 방향으로 진동하는 횡파 (transverse waves in an infinite space)
- 4.[4점] 무한한 공간에서 $+x$ 방향으로 전파하던 1차원 종파가 $x=a$ 인 위치에서 강 자유면을 만나 반사된다.



- (a) $(\sigma_x)_i = f(t - \frac{x}{c_L})$ 의 형태를 갖는 입사 응력파는 반사 후 어떻게 되는지 유도하고 설명하시오.
- (b) $(u)_i = F(t - \frac{x}{c_L})$ 의 형태를 갖는 입사 변위파는 반사 후 어떻게 되는지 유도하고 설명하시오.

5.[7점] 일반적인 동탄성(dynamic elasticity) 문제는 다음 식들로 표현될 수 있다.

$$\text{stress equation of motion} \quad \tau_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \quad \dots \text{①}$$

$$\text{stress-strain relation} \quad \tau_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2 G \epsilon_{ij} \quad \dots \text{②}$$

$$\text{strain-displacement relation} \quad \epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad \dots \text{③}$$

(a) xyz 직각좌표계의 변위 $u(x, y, z, t)$, $v(x, y, z, t)$, $w(x, y, z, t)$ 를 사용하여 위의 세 식을 다음과 같이 바꾸어 표현하시오.

- 1) $i = 1$ 일 때, ①식
- 2) $i = 3$ 이고 $j = 3$ 일 때, ②식
- 3) $i = 2$ 이고 $j = 1$ 일 때, ③식

(b) 위의 세 식을 조합하여, 다음의 변위 운동방정식(displacement equation of motion)을 유도하시오.

- 1) 무한 공간에서 x_3 방향으로 진동하며 $x_1 x_2$ 평면 방향으로 전파하는 횡파(transverse wave)의 운동방정식
- 2) 무한 공간에서 $x_1 x_2$ 면내에서 진동하며 $x_1 x_2$ 평면 방향으로 전파하는 종파(longitudinal wave)의 운동방정식

6.[3점] 압축성(compressible) 이상(ideal) 유체에서의 3차원 파동방정식은 음압 $p(x, y, z, t)$ 에 관하여 다음과 같이 표현되다.

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_f^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad \left(\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

위의 3차원 파동방정식을 원통좌표계 (r, θ, z) 에 대한 식으로 바꾸어 표현하시오.

탄성파이론 학 기 말 시 험 [25점]

숭실대 대학원 기계공학과

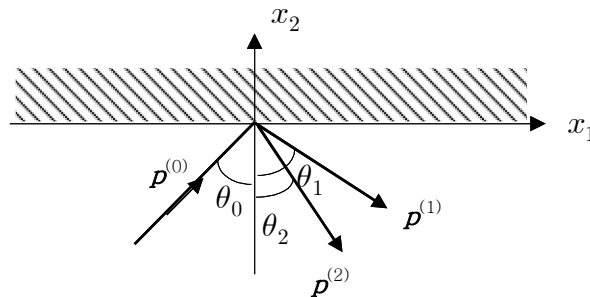
2018. 12. 20.

1.[4점] 균질(homogeneous), 등방성(isotropic), 완전탄성(linearly elastic) 매질에서 전파하는 탄성파의 운동방정식은

$$G\nabla^2\mathbf{u} + (\lambda+G)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u} = \rho\ddot{\mathbf{u}} \quad \left(\nabla = i_1\frac{\partial}{\partial x_1} + i_2\frac{\partial}{\partial x_2} + i_3\frac{\partial}{\partial x_3}\right)$$

로 표현된다. 이러한 매질로 이루어진 무한공간에서 전파하는 평면파(plane wave)에는 2종류가 있다. 평면파 변위를 $\mathbf{u} = f(\mathbf{x}\cdot\mathbf{p} - ct)\mathbf{d}$ 로 표현하여, 2종류의 평면파가 무엇이며 전파속도는 어떻게 표현되는지 유도하시오.

2.[8점] 종파가 $x_2 \leq 0$ 인 반무한 공간에서 전파하다가, $x_2=0$ 인 경계면에서 반사되고 있다. $x_2 > 0$ 인 반무한 공간은 재질이 매우 단단(rigid)하여 강체로 간주되는 경우, $x_2=0$ 인 경계면은 고정되었다고 볼 수 있다.



(a) $x_2=0$ 인 경계면에 적절한 경계조건을 설정하시오. 입사파의 운동변위는 $\mathbf{u}^{(0)} = A_0 (\sin\theta_0 i_1 + \cos\theta_0 i_2) \exp[i k_0 (x_1 \sin\theta_0 + x_2 \cos\theta_0 - c_L t)]$ 로 표현할 수 있는데, 이에 대응하는 반사파들의 운동변위 $\mathbf{u}^{(1)}$, $\mathbf{u}^{(2)}$ 를 A_1 , k_1 , θ_1 , A_2 , k_2 , θ_2 를 이용하여 표현하시오.

(b) $x_2 < 0$ 인 임의 지점에서의 운동변위 \mathbf{u} 는 입사파 운동변위 $\mathbf{u}^{(0)}$ 와 반사파 운동변위 $\mathbf{u}^{(1)}$, $\mathbf{u}^{(2)}$ 의 합으로 나타난다. 여기에 경계조건을 적용하여 k_1 , θ_1 , k_2 , θ_2 와 k_0 , θ_0 와의 관계를 각각 구하시오.

(c) 위의 연립방정식에서 $\frac{A_1}{A_0}$ 와 $\frac{A_2}{A_0}$ 를 구하시오.

(d) $\theta_0=0$ 인 경우라면 반사파는 어떤 결과로 나타날지 (식을 쓰지 말고 문장으로) 설명하시오.

(뒷면에 계속)

3.[8점] Rayleigh 표면파의 속도를 구하는 식은 교재의 식(5.95)로 유도되어 있다. 이는 표면파 운동의 변위 성분을 표현하여 유도된 것이다. 다른 방법으로 변위 퍼텐셜을 이용하여 유도할 수 있는데, 이 과정은 Lamb wave에 대한 유도 과정(강의 노트 내용)과 유사하다. 여기서 $p^2 = k^2 - \omega^2/c_L^2$, $q^2 = k^2 - \omega^2/c_T^2$ 이라고 놓으면, $\Phi'' - p^2 \Phi = 0$, $\Psi'' - q^2 \Psi = 0$ 의 식을 얻는다.

(a) 위의 식의 해의 적절한 형태를 찾아 $\phi(x_1, x_2, t)$ 와 $\psi(x_1, x_2, t)$ 를 나타내고, 이로부터 응력 σ_2 와 τ_{21} 을 표현하시오.

(b) 적절한 경계조건을 적용하여 얻은 연립방정식의 해가 존재할 조건으로부터 다음과 같이 표현되는 특성방정식을 유도하시오.

$$4 k^2 p q - (k^2 + q^2)^2 = 0$$

4.[5점] 유체가 흐르는 파이프의 외벽에 부착하는 초음파 유속 센서는 다음 그림과 같이 경사 입사하는 파동이 굴절 투과하며 유동 방향 또는 유동 역방향 전파속도로부터 유속 정보를 추출한다. 파이프 벽을 통과하는 파동으로 P-wave보다 SV-wave를 선호하는 이유를 Snell의 법칙에 의해 설명하여라.

