

기계진동학 [실습4] 2023. 6. 7.

일반강제응답, 다자유도계

< 복 습 1>

1. m-file 폴더(vtoolbox)로 이동

```
EDU? cd [enter]          % 현 폴더(디렉토리) 확인
EDU? cd .. [enter]       % 상위 폴더로 이동
EDU? cd vbox [enter]     % 하위 폴더로 이동
EDU? dir (또는 ls)       % 현 폴더내의 file 확인
```

2. m-file 보기

ex) type vtb3_1.m

< 복 습 2>

1. 함수

function 결과변수명 = 함수명(매개변수명)
ex) function a = top1_1(x, y, z)
※ 함수명은 file명과 동일해야 한다.

2. m-file 생성법

MATLAB 창 상단좌측 메뉴에서
'file → new → m-file' 선택

< 복 습 3>

1. 비감쇠계의 조화가진

vtb2_1(m, k, x0, v0, w, F0, tf) 또는
vtb2_1(wn, x0, v0, w, f0, tf)

2. 맥놀이 현상

vtb2_1(wn, x0, v0, w, f0, tf)

3. 감쇠계의 조화가진

진폭 vs 진동수비, 위상 vs 진동수비
vtb2_3(z, rmin, rmax)
응답
vtb2_2(z, wn, w, f0, tf)

4. 회전불균형 문제

vtb2_5(m, m0, e, z, rmin, rmax)

< 일반 강제응답 >

1. 충격하중 응답

[3.1 절 그림 3.3](TB3.1)

질량 $m = 10$ kg, 감쇠 $c = 2.1$ kg/s, 강성 $k = 2100$ N/m 인 감쇠계가 시간 $t = 0$ 에서 $\hat{F} = 10$ N·s 의 충격하중을 받을 때의 응답을 구한다.

vtb3_1(m, c, k, F, tf, 1) 을 이용

```
EDU? vtb3_1(10, 2.1, 2100, 10, 20, 1) [enter]
EDU? [enter]
EDU? close [enter] % fig 창을 닫음
type vtb3_1.m
```

tf 를 변경하여 재 시도

감쇠계수 변화 (3~15 kg/s)에 따른 충격하중
응답의 변화를 본다.

```
EDU? vtb3_1(10, 3, 2100, 10, 20, 1) [enter]
EDU? hold on[enter]
EDU? vtb3_1(10, 5, 2100, 10, 20, 1)[enter]
EDU? vtb3_1(10, 7, 2100, 10, 20, 1) [enter]
EDU? vtb3_1(10, 9, 2100, 10, 20, 1) [enter]
EDU? vtb3_1(10, 11, 2100, 10, 20, 1) [enter]
EDU? vtb3_1(10, 15, 2100, 10, 20, 1) [enter]
EDU? close[enter] % fig 창을 닫음
```

tf 를 변경하여 재 시도

관찰 대상 : ω_d , ω_n , T , t_{p1} , t_{p2}

2. 계단함수하중 응답

[3.2절 그림3.7](TB3.2)

감쇠비 $z = 0.1$, 강성 $k = 1000 \text{ N/m}$, 고유진동수 $\omega_n = 3.16 \text{ rad/s}$ 인 감쇠계에서 $t_0 = 0$ 부터 $F_0 = 30 \text{ N}$ 의 계단함수하중을 받을 때의 응답을 구한다.

vtb3_2(m, z, ω_n , F_0 , tf, 2) 를 이용

```
EDU? vtb3_2(100.14, 0.1, 3.16, 30, 10, 2)
```

```
EDU? close [enter]
```

```
type vtb3_2.m
```

감쇠비의 변화 ($z = 0.2 \sim 2$)에 따른 계단함수하중 응답의 변화를 본다.

```
EDU? vtb3_2(100.14, 0.2, 3.16, 30, 10, 2)
```

```
EDU? hold on[enter]
```

```
EDU? vtb3_2(100.14, 0.4, 3.16, 30, 10, 2)
```

```
EDU? vtb3_2(100.14, 0.6, 3.16, 30, 10, 2)
```

```
EDU? vtb3_2(100.14, 0.8, 3.16, 30, 10, 2)
```

```
EDU? vtb3_2(100.14, 1, 3.16, 30, 10, 2)
```

```
EDU? vtb3_2(100.14, 2, 3.16, 30, 10, 2)
```

```
EDU? close[enter] % fig 창을 닫음
```

관찰 대상 : x_{ss} , $O.S.$, t_r , t_p , t_s

3. 주기적 가진력 : 삼각파 Fourier 급수

[3.3 절 그림 3.13](TB3.3)

vtb3_3 을 이용해서 그림 3.13 을 그린다.

$$-\frac{8}{\pi^2} \left(\cos \frac{2\pi}{T} t + \frac{1}{9} \cos \frac{6\pi}{T} t + \frac{1}{25} \cos \frac{10\pi}{T} t + \dots \right)$$

vtb3_3(N) 를 이용. 여기서 N 은 항의 개수

```
EDU? vtb3_3(10) [enter]
```

```
EDU? close [enter]
```

```
type vtb3_3.m
```

$N = 1, 3, 5, 7$ 비교

< 2자유도계 >

1. 고유진동수와 모드형상

[TB4.1] vtb4_1 을 이용해서 예제 4.1.5 시스템의 고유진동수와 모드형상을 계산한다.

($m_1 = 9 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$,

$k_1 = 24 \text{ N/m}$, $k_2 = 3 \text{ N/m}$)

vtb4_1(M, K, 1) 를 이용

```
EDU? M=[9 0 ; 0 1] [enter] % 질량 행렬
```

```
EDU? K=[27 -3 ; -3 3] [enter] % 강성 행렬
```

```
EDU? vtb4_1(M, K, 1) [enter]
```

```
type vtb4_1.m
```

예제 4.1.6, 예제 4.2.3

2. 자유응답

[TB4.3] vtb4_2 를 이용해서 예제 4.1.5 시스템의 해를 구한다.

($x_{10} = 1 \text{ mm}$, $x_{20} = 0$, $v_{10} = 0$, $v_{20} = 0$)

vtb4_2(M, K, x_0 , v_0 , tf, plotpar) 를 이용

☐ plotpar = 1 : 변위 출력

☐ plotpar = 2 : 속도 출력

☐ plotpar = 3 : 변위와 속도 동시 출력

```
type vtb4_2.m
```

```
EDU? M = [9 0 ; 0 1] [enter] % 질량 행렬
```

```
EDU? K = [27 -3 ; -3 3] [enter] % 강성 행렬
```

```
EDU? x0 = [1 0]'; [enter]
```

```
EDU? v0 = [0 0]'; [enter]
```

```
EDU? vtb4_2(M, K, x0, v0, 20, 1); %변위 출력
```

```
EDU? close [enter]
```

```
EDU? vtb4_2(M, K, x0, v0, 20, 2); %속도 출력
```

```
EDU? close [enter]
```

```
EDU? vtb4_2(M, K, x0, v0, 20, 3); %변위,속도  
출력
```

< m-file >

EDU? type vtb3_1.m

```
function vtb3_1(m, c, k, F, tf, flag)
=> 1자유도계의 임펄스 입력에 대한 응답
% vtb3_1(m,c,k,F,tf,1)
=> flag 값이 1인 경우의 변수 지정
% vtb3_1(m,zeta,w,F,tf,2)
=> flag 값이 1이 아닌 경우 변수 지정
if flag == 1 => flag 값이 1인 경우
    num=F;=> 라플라스 변환된 전달 함수의 분자값
    den=[m c k];
=> 라플라스 변환된 전달 함수의 분모의 행렬값
else => flag 값이 1이 아닌 경우
    zeta=c; => c자리의 값을 감쇠비로 입력
    w=k; => k자리의 값을 비감쇠 고유진동수로 입력
    num=F/m; => m으로 나눈 전달 함수의 분자값
    den=[1 2*zeta*w w^2];
=> m으로 나눈 전달 함수의 분모의 행렬값
end
t=0:tf/200:tf;
=> 시간축을 0에서 tf까지 1/200 간격으로 나눔
x=step([num 0],den,t);
=> 스텝 응답의 함수로 임펄스 응답을 구함
plot(t,x) => x축은 t, y축은 x로 그래프 출력
title('Impulse Response of the SDOF damped oscillator')
ylabel('Displacement x(t) m')
xlabel('time (sec)')
```

EDU? type vtb3_2.m

```
function vtb3_2(m,c,k,F0,tf,flag)
=> 1자유도계의 스텝 입력에 대한 응답
% vtb3_2(m,c,k,F0,tf,1)
=> flag 값이 1인 경우 변수 지정
% vtb3_2(m,zeta,w,F0,tf,2)
=> flag 값이 1이 아닌 경우 변수지정
if flag == 1 => flag 값이 1인 경우
    num=F0; => 라플라스 변환된 전달 함수의 분자값
    den=[m c k];
=> 라플라스 변환된 전달 함수의 분모의 행렬값
else => flag 값이 1이 아닌 경우
    zeta=c; => c의 자리의 값을 감쇠비로 입력
    w=k; => k의 자리의 값을 비감쇠 고유진동수로 입력
    num=F0/m; => m으로 나눈 전달 함수의 분자값
    den=[1 2*zeta*w w^2];
=> m으로 나눈 전달 함수의 분모의 행렬값
end
t=0:tf/200:tf;
=> 시간축을 0에서 tf까지 1/200 간격으로 나눔
x=step(num,den,t);
=> 스텝입력에 대한 응답을 구하는 함수
plot(t,x)
title('Step Response of the SDOF damped oscillator')
ylabel('Displacement x(t) m')
xlabel('time (sec)')
```

EDU? type vtb4_1.m

```
vtb4_1(M, K, dispar)은 다자유도계의 고유진동수, 고유
벡터 그리고 모드 형상을 구하는 m-file
if nargin==2 => 입력 변수 2 개인 경우
    dispar=0; => 고유벡터만 출력
end
% Calculates evectors and evalues
[P,lam]=eig(M^(-.5)*K*M^(-.5)); => 고유벡터와
고유값 계산
[w,k]=sort(sqrt(diag(lam))); => 오름차순으로
고유진동수를 구함
P=P(:,k); => 열의 위치가 바뀜
% Makes sure the first entry of every column is
positive
for i=1:length(M)
    if P(1,i)<0 => 열의 첫번째 값이 0 보다 작은 경우
        P(:,i)=-P(:,i); => 양의 값으로 바꿈
    end
end

U=M^(-.5)*P; => 모드 형상을 구함
if dispar==1 => dispar 이 1 인 경우
clc
disp('The natural frequencies are') => 제목 출력
disp(' ')
for i=1:length(M) => 1 에서 행렬 M 의 열의 숫자까지
disp(['omega',num2str(i),' = ',num2str(w(i)),' rad/s'])
=> 고유진동수 출력
end
disp(' ')
disp('The eigenvectors of the system are')
P => 고유벡터 출력
disp(' ')
disp('The mode shapes of the system are')
U => 모드형상 출력
.
.
.
```

EDU? type vtb4_2.m

```
vtb4_2(M, K, x0, v0, tf, plotpar)는 다자유도계의
응답과 속도를 구하는 m-file
if nargin == 5
    plotpar=0;
end
t=0:tf/200:tf;
N=length(M); => 질량 행렬의 열의 수를 N 으로 지정
A=[zeros(N) eye(N);-inv(M)*K zeros(N)];
    => 고유값 문제의 상태 행렬
B=zeros(2*N,1);
IC=[x0;v0];
[Ad,Bd]=c2d(A,B,t(2)-t(1));
    => 연속형을 이산형 시불변 모델로 전환
X(1,:)=IC'; => IC 의 전치행렬화
for i=2:length(t)
    X(i,:)=X(i-1,:)*Ad;
end
x=X(:,1:N); => 변위의 계산
v=X(:,N+ 1:2*N); => 속도의 계산
% plotting routines
if plotpar~= 0 => plotpar 이 0 이 아닌 경우
    if plotpar~=2 => plotpar 이 2 가 아닌 경우
        for i=1:N
            plot(t,x(:,i))
        end
        => x 축 시간, y 축 변위로 그래프 출력
        ylabel(['Displacement of X',num2str(i)])
        xlabel('time (sec)')
        title('Press any key to continue')
        pause => 위의 그래프를 그린 후 정지,
            [enter]를 치면 다음 실행
    end
end
if plotpar~=1 => plotpar 이 1 이 아닌 경우
    for i=1:N
        plot(t,v(:,i))
        => x 축 시간, y 축 속도로 그래프 출력
        ylabel(['Velocity of X',num2str(i)])
        xlabel('time (sec)')
        title('Press any key to continue')
```