

1.[4점] 진동에 관한 다음 물음에 답하여라.

(a) 기계에 속하는 자동차의 방진설계 뿐만 아니라 기계가 아닌 건축구조물의 면진설계와 오디오 제품의 음향설계가 기계진동학에서 다루는 진동설계의 대상에 포함되는 이유를 3 문장으로 서술하여라.

(노트의 문장을 그대로 옮기면 답으로 인정되지 않음)

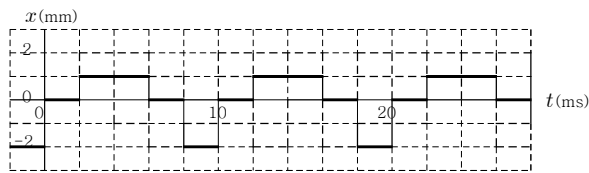
(b) 다음 문장의 < >에 적절한 영어 단어를 기입하여라.

(한글 단어는 40% 인정)

While the spring forms a physical model for storing potential energy and hence causing < >, the dashpot, or damper, forms the physical model for dissipating < > and thus damping the response of a mechanical system.

2.[4점] 진동과 소음에 관한 다음 물음에 답하여라.

(a) 다음과 같이 관찰된 진동 신호의 주기  $T$ , peak-to-peak 진폭  $x_{p-p}$ , RMS 진폭  $x_{rms}$ 는 각각 얼마인가?



(b) 어떤 전기모터를 가동할 때, 1 m 떨어진 지점에서의 음압은 3.6 Pa이고 3 m 떨어진 지점에서의 음압은 0.40 Pa로 측정되었다. 사람의 귀가 감지할 수 있는 최소 음압은 20  $\mu$ Pa 이라고 한다. 1 m 떨어진 지점에서의 음압 레벨은 몇 dB이고, 이는 3 m 떨어진 지점에서의 음압 레벨과 몇 dB 차이인가? (dB 단위 수치에서 소숫점 이하 생략)

3.[6점] Consider a 1-DOF (one degree-of-freedom) spring-mass-damper system.

(유효숫자[significant figures] 적용)

(a) The system has a mass of 25.0 kg, damping coefficient of 430 N/(m/s), and stiffness of 19,400 N/m. Calculate the undamped natural frequency  $\omega_n$ , damping ratio  $\zeta$ , damped natural frequency  $\omega_d$ , and oscillating period  $T$  for the damped system.

(b,c) The free response has the following form.

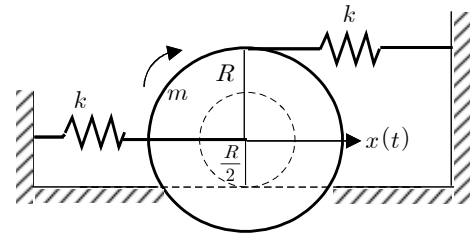
$$x(t) = A e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

For the system with the undamped natural frequency  $\omega_n = 1,950$  rad/s and the damping ratio  $\zeta = 0.290$ , determine the amplitude  $A$  in mm and phase  $\phi$  in radian when the initial displacement  $x_0$  is 5.20 mm and the initial velocity  $v_0$  is -6.5 m/s (= -6,500 mm/s).

4.[6점] 질량  $m$ 이 균일하게 분포된 원판으로 간주되는 바퀴가 그림과 같이 수평방향으로 미끄럼 없이 구른다. 스프링상수가  $k$ 인 두 개의 스프링이 그림과 같이 바깥 반지름  $R$ 인 상단지점과 중심에 연결되어 있다. 진동 변위  $x(t)$ 가 작아서 선형 해석 대상이다.

(균일한 원판의 중심에 관한 질량 관성모멘트는  $\frac{1}{2}mR^2$ )

(최종 답은 주어진 기호만으로 표현함)



(a) 이 시스템의 위치에너지(즉 변형에너지, potential energy)  $U$ 를 구하여라.

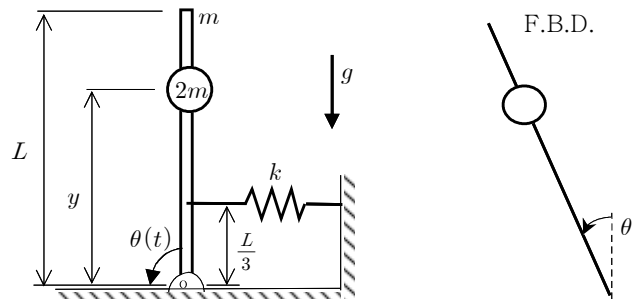
(b) 이 시스템의 운동에너지(kinetic energy)  $T$ 를 구하여라.

(c) 운동방정식(eq. of motion)을 에너지방법으로 구하여라.

5.[6점] 균일 분포질량  $m$ 인 막대가 중력 방향으로 놓여 있고 아래쪽 끝에 힌지(hinge)되어 회전운동 할 수 있다. 이 막대에 집중질량  $2m$ 이 결합되어 있고, 막대의  $\frac{L}{3}$  높이에 연결된 스프링은 강성이  $k$ 이고 다른 쪽 끝은 벽에 붙어 있다. 운동 각변위  $\theta(t)$ 가 작아서  $\sin\theta \approx \theta$  로 간주된다.

(균일한 막대의 끝 점에 관한 질량 관성모멘트는  $\frac{1}{3}mL^2$ )

(최종 답은 주어진 기호만으로 표현함)



(a) 자유물체도(F.B.D.)를 오른쪽 그림에 완성하고, 운동방정식을 뉴턴법칙(또는 Euler 법칙)으로 유도하여 구하여라.

(b)  $\frac{L}{3} \leq y \leq L$  에서 안정한(stable) 진동을 하기 위한 스프링 상수  $k$ 의 범위를 표현하고, 고유진동수  $\omega_n$ 을 표현하여라.

(c) 이 시스템의 운동에너지  $T$ 와 위치에너지  $U$ 를 구하여라.

1. (a) (키워드) 기계, 역학, 반복운동, 억제, 활용, 수송기계, 건축구조물, 가전제품

(b) ① vibration                      ② energy

2. (a)  $T = 10 \text{ ms}$ ,                       $x_{p-p} = (1 \text{ mm}) - (-2 \text{ mm}) = 3 \text{ mm}$

$$\begin{aligned} \int_0^T [x(t)]^2 dt &= \int_0^{T/5} [x_1(t)]^2 dt + \int_{T/5}^{3T/5} [x_2(t)]^2 dt + \int_{3T/5}^{4T/5} [x_3(t)]^2 dt + \int_{4T/5}^T [x_4(t)]^2 dt \\ &= \int_0^{T/5} 0 dt + \int_{T/5}^{3T/5} (1)^2 dt + \int_{3T/5}^{4T/5} 0 dt + \int_{4T/5}^T (-2)^2 dt = 0 + \frac{2T}{5}(1) + 0 + \frac{T}{5}(4) \end{aligned}$$

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [x(t)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left( \frac{6}{5} T \right)} = \sqrt{\frac{6}{5}} = 1.095 \text{ (mm)}$$

(b)  $p_0 = 20 \text{ } \mu\text{Pa}$ ,  $p_A = 3.6 \text{ Pa}$ ,  $p_B = 0.40 \text{ Pa}$

$$20 \log \frac{p_A}{p_0} = 20 \log \frac{3.6}{20 \times 10^{-6}} = 105.1 \text{ dB} \approx 105 \text{ dB}$$

$$20 \log \frac{p_A}{p_0} - 20 \log \frac{p_B}{p_0} = 20 \log \frac{p_A}{p_B} = 20 \log \frac{3.6}{0.40} = 19.08 \text{ dB} \approx 19 \text{ dB}$$

3. (a)  $m = 25.0 \text{ kg}$ ,  $c = 430 \text{ N/(m/s)}$ ,  $k = 19,400 \text{ N/m}$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{19,400 \text{ N/m}}{25.0 \text{ kg}}} = 27.86 \text{ rad/s} \approx 27.9 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{430 \text{ N/(m/s)}}{2 \sqrt{(25.0 \text{ kg})(19,400 \text{ N/m})}} = 0.3087 \approx 0.309$$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n = \sqrt{1 - 0.3087^2} (27.86 \text{ rad/s}) = 26.5 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi \text{ rad}}{\omega_d} = \frac{2\pi \text{ rad}}{26.5 \text{ rad/s}} = 0.237 \text{ s}$$

(b,c)  $\omega_n = 1,950 \text{ rad/s}$ ,  $\zeta = 0.290$ ,  $x_0 = 5.20 \text{ mm}$ ,  $v_0 = -6,500 \text{ mm/s}$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n = \sqrt{1 - 0.290^2} (1,950 \text{ rad/s}) = 1,866 \text{ rad/s}$$

$$\zeta \omega_n = (0.290) (1,950 \text{ rad/s}) = 565.5 \text{ rad/s}$$

$$x(t) = A e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

$$\dot{x}(t) = A e^{-\zeta \omega_n t} [-\zeta \omega_n \sin(\omega_d t + \phi) + \omega_d \cos(\omega_d t + \phi)]$$

$$x(0) = A \sin \phi = x_0 = 5.20 \text{ mm} > 0 \quad \dots \text{ ①}$$

$$\dot{x}(0) = A [-\zeta \omega_n \sin \phi + \omega_d \cos \phi] = v_0 \Rightarrow -\zeta \omega_n x_0 + \omega_d A \cos \phi = v_0$$

$$\Rightarrow A \cos \phi = \frac{v_0 + \zeta \omega_n x_0}{\omega_d} = \frac{(-6,500 \text{ mm/s}) + (565.5 \text{ rad/s})(5.20 \text{ mm})}{1,866 \text{ rad/s}}$$

$$= -1.908 \text{ mm} < 0 \quad \dots \text{ ②}$$

$\sin \phi > 0$  이고  $\cos \phi < 0$  이므로,  $\phi$ 는 2사분면의 각도이어야 함.

$$\text{①}^2 + \text{②}^2 \Rightarrow A = \sqrt{(5.20 \text{ mm})^2 + (-1.908 \text{ mm})^2} = 5.539 \text{ mm} \approx 5.54 \text{ mm}$$

$$\text{①} \div \text{②} \Rightarrow \phi' = \tan^{-1} \frac{5.20}{-1.908} = \tan^{-1}(-2.725) = -69.85^\circ = -1.219 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \phi = \phi' + \pi \text{ rad} = -1.219 \text{ rad} + \pi \text{ rad} = 1.922 \text{ rad}$$

4. (a)  $x = \left(\frac{R}{2}\right)\theta \Rightarrow \theta = \left(\frac{2}{R}\right)x, \quad x_2 = \left(\frac{3}{2}R\right)\theta = \left(\frac{3}{2}R\right)\left(\frac{2}{R}\right)x = 3x$   
 $U_1 = \frac{1}{2}kx^2, \quad U_2 = \frac{1}{2}k(-x_2)^2 = \frac{1}{2}k(3x)^2 = \frac{9}{2}kx^2$   
 $U = U_1 + U_2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{9}{2}kx^2 = 5kx^2$

(b)  $T_1 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2, \quad T_2 = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{2}{R}\dot{x}\right)^2 = m\dot{x}^2$   
 $T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + m\dot{x}^2 = \frac{3}{2}m\dot{x}^2$

(c)  $\frac{d}{dt}\left(\frac{3}{2}m\dot{x}^2 + 5kx^2\right) = 0$   
 $\Rightarrow 3m\dot{x}\ddot{x} + 10kx\dot{x} = 0$   
 $\Rightarrow 3m\ddot{x} + 10kx = 0$

5. (a)  $J_1 = \frac{1}{3}mL^2, \quad J_2 = (2m)y^2, \quad J = J_1 + J_2 = \frac{1}{3}mL^2 + 2my^2$

$\Sigma M_O = J\ddot{\theta}$   
 $\Rightarrow mg\left(\frac{L}{2}\sin\theta\right) + (2m)g(y\sin\theta) - k\left(\frac{L}{3}\sin\theta\right)\left(\frac{L}{3}\cos\theta\right) = \left(\frac{1}{3}mL^2 + 2my^2\right)\ddot{\theta}$   
 $\Rightarrow \left(\frac{1}{3}mL^2 + 2my^2\right)\ddot{\theta} + \left[k\left(\frac{L^2}{9}\cos\theta\right) - mg\frac{L}{2} - (2m)gy\right]\sin\theta = 0$

$\theta \approx 0$  이면  $\sin\theta \approx \theta, \cos\theta \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}mL^2 + 2my^2\right)\ddot{\theta} + \left(\frac{1}{9}kL^2 - \frac{1}{2}mgL - 2mgy\right)\theta = 0$

(b)  $\frac{1}{9}kL^2 - \frac{1}{2}mgL - 2mgy > 0 \Rightarrow k > \frac{9mg}{2L} + \frac{18mgy}{L^2}$

$y = L$  일 때 unstable 가능성이 가장 큼  $\Rightarrow k > \frac{45mg}{2L}$

$\frac{1}{3}mL^2 + 2my^2 = m\left(\frac{1}{3}L^2 + 2y^2\right), \quad \frac{1}{9}kL^2 - \frac{1}{2}mgL - 2mgy = \frac{1}{9}kL^2 - mg\left(\frac{L}{2} + 2y\right)$

$\omega_n = \sqrt{\frac{\frac{1}{9}kL^2 - \frac{1}{2}mgL - 2mgy}{\frac{1}{3}mL^2 + 2my^2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{9}kL^2 - mg\left(\frac{L}{2} + 2y\right)}{m\left(\frac{1}{3}L^2 + 2y^2\right)}}$

(c) 1 집중질량, 2 막대, 3 스프링

$T_1 = \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}mL^2\right)\dot{\theta}^2 = \frac{1}{6}mL^2\dot{\theta}^2, \quad T_2 = \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}(2my^2)\dot{\theta}^2 = my^2\dot{\theta}^2$   
 $\Rightarrow T = T_1 + T_2 = \frac{1}{6}mL^2\dot{\theta}^2 + my^2\dot{\theta}^2 = m\left(\frac{1}{6}L^2 + y^2\right)\dot{\theta}^2$

$U_1 = -mgh_1(1 - \cos\theta) = -mg\left(\frac{1}{2}L\right)(1 - \cos\theta) \quad \text{또는} \quad U_1 = mg\left(\frac{1}{2}L\right)\cos\theta$

$U_2 = -2mgy(1 - \cos\theta) \quad \text{또는} \quad U_2 = -2mgy\cos\theta$

$U_3 = \frac{1}{2}kx_3^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{1}{3}L\theta\right)^2 = \frac{1}{18}kL^2\theta^2$

$\Rightarrow U = U_1 + U_2 + U_3 = -mg\left(\frac{1}{2}L\right)(1 - \cos\theta) - 2mgy(1 - \cos\theta) + \frac{1}{18}kL^2\theta^2$

$= -mg\left(\frac{1}{2}L + 2y\right)(1 - \cos\theta) + \frac{1}{18}kL^2\theta^2 \quad \text{또는} \quad mg\left(\frac{1}{2}L + 2y\right)\cos\theta + \frac{1}{18}kL^2\theta^2$

