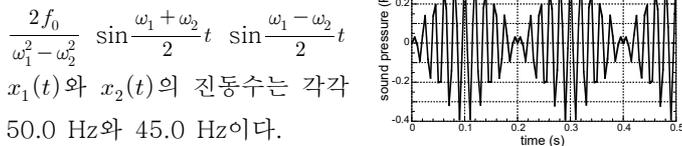


1.[2+4점] 조화가진 응답에 관한 물음에 답하여라.  
 (a) 다음 문장의 < >에 적절한 영어 단어를 기입하여라.  
 (한글 단어는 40% 인정)

- ① An automobile suspension system is excited harmonically by a road surface through a shock absorber, which may be modeled by a linear < > in parallel with a viscous < >.
- ② A common source of troublesome vibration is < > machinery. Many machines and devices have < > components, usually driven by electric motors. ( ②에서는 공통적으로 동일한 단어 )

(b) 조화진동 하는 두 음파  $x_1(t)$ 와  $x_2(t)$ 를 합성하여 식과 그래프로 나타내니 다음과 같다.



$x_1(t)$ 와  $x_2(t)$ 의 진동수는 각각 50.0 Hz와 45.0 Hz이다.  
 두 진동수를 각각 49.0 Hz와 46.0 Hz로 변경하면, 맥놀이 (beat) 주기는 몇 s이고 최대진폭은 몇 Pa이 되는가?

2.[4점] 감쇠를 무시할 수 있는 1자유도 계에서 조화가진 진동의 운동방정식을 표준형태로 나타내면 다음과 같다.

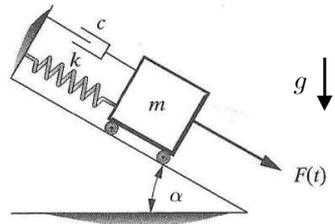
$$\ddot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = f_0 e^{j\omega t}$$

이 미분방정식의 제차해(homogeneous solution)는 다음과 같다.  $x_h(t) = a_1 e^{j\omega_n t} + a_2 e^{-j\omega_n t}$   
 구동진동수  $\omega$ 가 고유진동수  $\omega_n$ 과 일치할 때, 미분방정식의 특수해(particular solution)  $x_p(t)$ 를 유도하여 구하여라.

힌트:

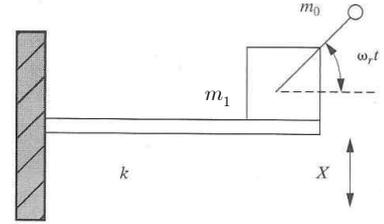
| 비제차항                   | 생성집합                        |
|------------------------|-----------------------------|
| $t^n$                  | $t^n, t^{n-1}, \dots, t, 1$ |
| $e^{at}$               | $e^{at}$                    |
| $\cos at$ 또는 $\sin at$ | $\cos at, \sin at$          |

3.[6점] Consider the forced vibration of a damped 1-DOF system. The surface is friction free. The harmonic force is  $F(t) = F_0 \sin \omega t$ .



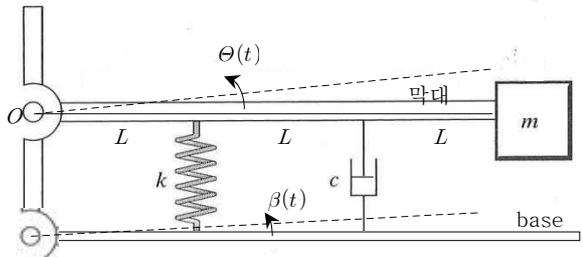
- (a) 중력을 고려하여 운동방정식을 구하기 위한 자유물체도(F.B.D.) 2개(정적 상태, 진동 상태)를 제시하고, 뉴턴 법칙에 근거하여 운동방정식을 유도하여라.
- (b)  $\alpha = 30^\circ$ ,  $k = 18,000$  N/m,  $c = 400$  kg/s,  $m = 80.0$  kg이며, 조화가진력은  $F(t) = (40.0 \text{ N}) \sin 5.0t$ 일 때, 정상상태(steady-state) 응답  $x_p(t) = X \sin(\omega t - \theta)$ 의 진폭  $X$ 와 위상  $\theta$ 를 구하여라.

4.[6점] 분포질량을 무시할 만한 탄성 외팔보 끝에 집중질량  $m_1$ 이 있고, 여기에 원운동 하는 집중질량  $m_0$ 가 추가되어 있다. 외팔보(cantilever)의 횡강성  $k$ 는 길이  $L$ , 탄성계수  $E$ , 단면의 면적관성모멘트  $I$ 로부터  $80.0$  kN/m으로 산출되었다. 질량  $m_1$ 은  $20.0$  kg이고  $m_0$ 는  $0.4$  kg이며, 외팔보의 감쇠는 무시된다. 원운동 회전속도가  $1,800$  rev/min 일 때  $m_0$ 의 원운동(회전불균형)에 의한 조화가진력 크기가  $375$  N으로 측정되었다.



- (a) 편심질량  $m_0$ 의 원운동 반지름(회전중심으로부터 거리)은 얼마인가?
- (b) 회전진동수  $\omega_r$ 과 고유진동수  $\omega_n$ 의 비율인 진동수 비  $r$ 을 구하여라.
- (c) 회전불균형에 의한 진동 응답의 진폭을 구하여라.

5.[6점] 수평면(중력에 영향 받지 않는 면)에서 진동하는 1자유도계가 그림에 보여 있다. 길이가  $3L$ 인 강체 막대는 분포질량이 무시되고 힌지(hinge)된  $O$ 지점을 중심으로 회전 진동을 한다. 막대 끝의 집중 질량체는 부피가 무시되고 질량은  $m$ 이다. 감쇠기와 스프링이 연결된 바닥(base)의 작은 진동 각변위  $\beta(t)$ 로 인해 막대가 진동한다. 막대의 진동 각변위를  $\theta(t)$ 라고 표기한다. ( $\sin \beta \approx \beta$ ,  $\sin \theta \approx \theta$ )



- (a) 막대에 가해지는 힘들을 나타내는 자유물체도(free-body diagram)를 완성하여라. (주어진 기호로 표기)
- (b) 바닥의 진동 각변위가  $B \sin \omega t$ 일 때, 막대 진동의 운동방정식을 유도하여 구하여라. (최종 결과에는 주어진 기호만 사용해야 함)
- (c)  $k = 2,500$  N/m,  $c = 250$  kg/s,  $m = 30.0$  kg이고, 거리  $L$ 은  $0.04$  m 이며, 막대의 응답  $\theta(t)$ 가 다음과 같다면, 스프링과 감쇠기를 통해 막대에 전달되는 모멘트의 크기는 몇 N·m인가?  $\theta(t) = (0.05 \text{ rad}) \sin(20t - 1.14)$

1. (a) ① spring, damper, ② rotating

(b) 그래프에서 맥놀이 주기  $T_b = 0.20$  s, 최대진폭  $x_{\max} = 0.40$  Pa

$$\frac{\Delta f}{\Delta f'} = \frac{|f_1 - f_2|}{|f_1' - f_2'|} = \frac{(50 - 45) \text{ Hz}}{(49 - 46) \text{ Hz}} = \frac{5}{3}$$

$$T_b = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} = \frac{1}{|f_1 - f_2|} = \frac{1}{(50 - 45) \text{ Hz}} = 0.20 \text{ s}, \quad T_b' = \frac{1}{|f_1' - f_2'|} = \frac{1}{(49 - 46) \text{ Hz}} = 0.333 \text{ s}$$

$$\text{또는 } T_b' = \frac{1}{f_1' - f_2'} = T_b \frac{\Delta f}{\Delta f'} = (0.20 \text{ s}) \frac{5}{3} = 0.333 \text{ s}$$

$$x_{\max} = \frac{2f_0}{|\omega_1^2 - \omega_2^2|} = \frac{2f_0}{(\omega_1 + \omega_2)|\omega_1 - \omega_2|} = \frac{2f_0}{(\omega_1 + \omega_2)2\pi\Delta f} = 0.40 \text{ Pa}$$

$$x_{\max}' = \frac{2f_0}{(\omega_1 + \omega_2)2\pi\Delta f'} = \frac{2f_0}{(\omega_1 + \omega_2)2\pi\Delta f} \frac{\Delta f}{\Delta f'} = (0.40 \text{ Pa}) \frac{5}{3} = 0.667 \text{ Pa}$$

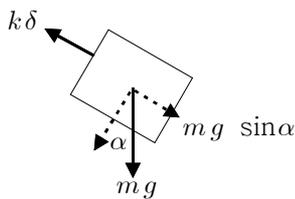
2.  $x_p(t) = A_0 t e^{j\omega t}$ ,  $\dot{x}_p = A_0 (e^{j\omega t} + j\omega t e^{j\omega t})$ ,  $\ddot{x}_p = A_0 (2j\omega e^{j\omega t} - \omega^2 t e^{j\omega t})$

$$A_0 (2j\omega e^{j\omega t} - \omega^2 t e^{j\omega t}) + \omega^2 A_0 t e^{j\omega t} = f_0 e^{j\omega t}$$

$$\Rightarrow 2j\omega A_0 = f_0 \quad \Rightarrow A_0 = \frac{f_0}{2j\omega} \quad \Rightarrow x_p(t) = \frac{f_0}{2j\omega} t e^{j\omega t}$$

3. (a) 자유물체도(F.B.D.)

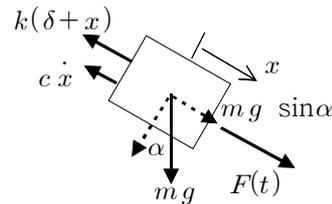
정적 상태



$$-k\delta + m g \sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = F_0 \sin\omega t$$

진동 상태



$$-k[x(t) + \delta] - c \dot{x}(t) + m g \sin\alpha + F(t) = m \ddot{x}(t)$$

(b)  $\alpha = 30^\circ$ ,  $k = 18,000$  N/m,  $c = 400$  kg/s,  $m = 80.0$  kg,  $F_0 = 40.0$  N,  $\omega = 5.0$  rad/s

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{18,000 \text{ N/m}}{80.0 \text{ kg}}} = 15.0 \text{ rad/s}, \quad \omega = 5.0 \text{ rad/s}, \quad r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{5.0}{15.0} = 0.333$$

$$f_0 = \frac{F_0}{m} = \frac{40.0 \text{ N}}{80.0 \text{ kg}} = 0.50 \text{ m/s}^2, \quad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{400 \text{ kg/s}}{2\sqrt{(80.0 \text{ kg})(18,000 \text{ N/m})}} = 0.1667$$

$$x_p(t) = X \sin(\omega t - \theta)$$

$$X = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}} = \frac{0.50}{\sqrt{(15.0^2 - 5.0^2)^2 + [2(0.1667)(15.0)(5.0)]^2}} \text{ m} = 2.48 \text{ mm}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} = \tan^{-1} \frac{2(0.1667)(15.0)(5.0)}{15.0^2 - 5.0^2} = \tan^{-1}(0.1250) = 0.1244 \text{ rad} (= 7.13^\circ)$$

$$\text{또는 } X = \frac{f_0}{\omega_n^2 \sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = \frac{0.50 \text{ m/s}^2}{(15.0 \text{ rad/s})^2 \sqrt{(1-0.333^2)^2 + [2(0.1667)(0.333)]^2}}$$

$$= (0.00222 \text{ m}) (1.116) = 0.00248 \text{ m} = 2.48 \text{ mm}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta r}{1-r^2} = \tan^{-1} \frac{2(0.1667)(0.333)}{1-0.333^2} = \tan^{-1}(0.1249) = 0.1242 \text{ rad} (= 7.12^\circ)$$

4.  $m_1 = 20.0 \text{ kg}$ ,  $m_0 = 0.40 \text{ kg}$ ,  $k = 80.0 \text{ kN/m}$ ,  $c = 0$ ,  $N = 1,800 \text{ rpm}$ ,  $F_0 = 375 \text{ N}$

$$(a) \omega_r = \frac{(2\pi \text{ rad})(1,800 / \text{min})}{60 \text{ s/min}} = 188.5 \text{ rad/s}$$

$$m_0 e \omega_r^2 = F_0$$

$$e = \frac{F_0}{m_0 \omega_r^2} = \frac{375 \text{ N}}{(0.40 \text{ kg})(188.5 \text{ rad/s})^2} = 26.4 \times 10^{-3} \text{ m} = 26.4 \text{ mm}$$

$$(b) m = m_1 + m_0 = 20.0 + 0.4 \text{ kg} = 20.4 \text{ kg}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{80.0 \times 10^3 \text{ kg/s}^2}{20.4 \text{ kg}}} = 62.6 \text{ rad/s}$$

$$r = \frac{\omega_r}{\omega_n} = \frac{188.5}{62.6} = 3.01$$

$$(c) \zeta = 0$$

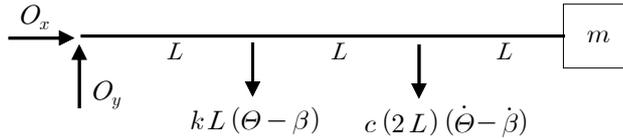
$$X = \frac{m_0 e}{m} \frac{\omega_r^2}{|\omega_n^2 - \omega_r^2|} = \frac{(0.4 \text{ kg})(26.4 \times 10^{-3} \text{ m})}{(20.4 \text{ kg})} \frac{188.5^2}{|62.6^2 - 188.5^2|}$$

$$= (0.517 \times 10^{-3} \text{ m})(1.124) = 0.581 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.581 \text{ mm}$$

$$\text{또는 } X = \frac{m_0 e}{m} \frac{r^2}{|1 - r^2|} = \frac{(0.4 \text{ kg})(26.4 \times 10^{-3} \text{ m})}{(20.4 \text{ kg})} \frac{3.01^2}{|1 - 3.01^2|}$$

$$= (0.517 \times 10^{-3} \text{ m})(1.124) = 0.581 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.581 \text{ mm}$$

5. (a) 자유물체도 (F.B.D.)



$$(b) \Sigma M_O = I_O \ddot{\theta}, \quad I_O = m(3L)^2 = 9mL^2, \quad \beta(t) = B \sin \omega t$$

$$-L[kL(\theta - \beta)] - 2L[2cL(\dot{\theta} - \dot{\beta})] = 9mL^2 \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow 9mL^2 \ddot{\theta} + 4cL^2 \dot{\theta} + kL^2 \theta = 4cL^2 \dot{\beta} + kL^2 \beta$$

$$\Rightarrow 9mL^2 \ddot{\theta} + 4cL^2 \dot{\theta} + kL^2 \theta = 4\omega cL^2 B \cos \omega t + kL^2 B \sin \omega t$$

$$\text{또는 } 9m \ddot{\theta} + 4c \dot{\theta} + k \theta = 4\omega c B \cos \omega t + k B \sin \omega t$$

$$(c) k = 2,500 \text{ N/m}, \quad c = 250 \text{ kg/s}, \quad m = 30.0 \text{ kg}, \quad L = 0.04 \text{ m}$$

$$\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t - \theta) \quad \theta_0 = 0.05 \text{ rad}, \quad \omega = 20 \text{ rad/s}, \quad \theta = 1.14 \text{ rad}$$

$$M_{tr}(t) = L[kL(\theta - \beta)] + 2L[2cL(\dot{\theta} - \dot{\beta})] = -9mL^2 \ddot{\theta}$$

$$= 9mL^2 \omega^2 \theta_0 \sin(\omega t - \theta)$$

$$M_T = 9mL^2 \omega^2 \theta_0 = 9(30.0 \text{ kg})(0.04 \text{ m})^2 (20 \text{ rad/s})^2 (0.05 \text{ rad}) = 8.64 \text{ N}\cdot\text{m}$$