# 기 계 진 동 학 2022년 시험1 (가/나/다반) [26점] 2022. 4. 7.

1.[4점] 역학적 진동에 관한 다음 물음에 답하여라.

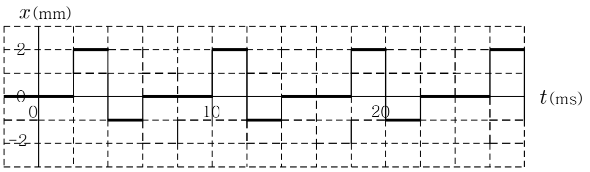
(a) 점성감쇠기(viscous damper)는 진동을 소산(dissipate) 시키는 요소로서, 진동 속도에 대응하여 힘, 즉 감쇠력을 나타낸다. 이러한 요소가 사용되는 사례를 5개 제시하여라.

(b) 다음 문장의 < >에 적절한 영어 단어를 기입하여라. (한글 단어는 40% 인정)

Design in vibration refers to adjusting the physical < > of a device to cause its vibration response to meet a specified shape or performance criteria. . . . The damping ratio depends on the values of $m$, $c$, and $k$. A designer may choose these values to produce the desired < >.

2.[4점] 진동과 소음에 관한 다음 물음에 답하여라.

(a) 다음과 같이 관찰된 진동 신호의 주기 $T$와 RMS 진폭 $x_{rms}$는 각각 얼마인가?




(b) 진공청소기 $A$와 $B$의 소음 크기를 측정하였더니 음압 레벨 (SPL, sound pressure level)이 $A$는 61.0 dB이고 $B$는 67.0 dB이었다. 소음의 음압 $p_B$와 $p_A$의 비율 $p_B/p_A$는 얼마인가? (최종 답은 유효숫자 2자리로 제시함)

3.[6점] Consider a 1-DOF (one degree-of-freedom) spring-mass-damper system.

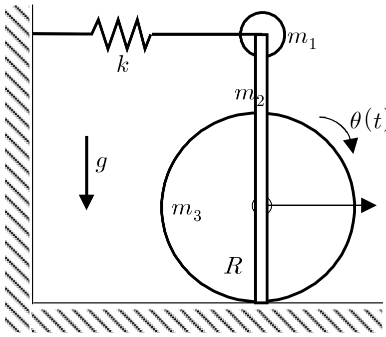
(a) The system has a mass of 24.0 kg, damping coefficient of 420 N/(m/s), and stiffness of 19,500 N/m. Calculate the undamped natural frequency $\omega_n$, damping ratio $\zeta$, damped natural frequency $\omega_d$, and oscillating period $T$ for the damped system.

(b,c) The free response has the following form.

$$x(t) = A\, e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t - \phi)$$

For the system with the undamped natural frequency $\omega_n$ = 1,900 rad/s and the damping ratio $\zeta$ = 0.280, determine the amplitude $A$ in mm and phase $\phi$ in radian when the initial displacement $x_0$ is -5.40 mm and the initial velocity $v_0$ is 0.

4.[8점] 집중질량 $m_1$이 막대 끝에 결합되어 있고, 여기에 연결된 스프링은 강성 $k$이고 다른 쪽 끝은 벽에 붙어 있다. 막대는 균일분포 질량이 $m_2$이고 길이가 $3R$이며, 바퀴의 지름선에 부착되어 함께 운동한다 (끝 점에 관한 질량 관성 모멘트는 $\frac{1}{3}m_2(3R)^2$). 원판형 바퀴는 미끄럼 없이 구르는 균일 강체로서 질량이 $m_3$이고 반지름이 $R$이다. $\sin\theta \approx \theta$이다. (최종 답은 주어진 기호만으로 표현함)



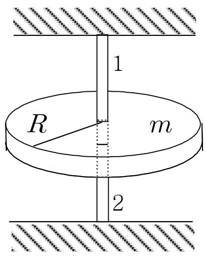

(a) 이 시스템의 위치에너지(potential energy) 합 $U$를 표현하여라. (그림에 보인 위치에서 $U$=0 임)

(b) 이 시스템의 운동에너지(kinetic energy) 합 $T$를 표현하여라.

(c) 운동방정식(eq. of motion)을 에너지방법으로 유도하여 구하여라.

(d) 안정(stable)하기 위한 스프링상수 $k$의 범위를 제시하여라.

5.[4점] 그림과 같이 2개의 탄성 축(shaft) 사이에 강체 원판이 결합되어 종진동과 비틀림 진동을 한다. 위의 축과 아래 축은 길이가 각각 $L_1$과 $L_2$이고 질량은 무시될 만하며, 탄성계수(영률)가 각각 $E_1$과 $E_2$이고 전단탄성계수가 각각 $G_1$과 $G_2$이며, 축 단면이 균일한 원형으로서 지름이 각각 $d_1$과 $d_2$이다. 균일한 강체 원판은 질량이 $m$이고 반지름은 $R$이다. (최종 답은 주어진 기호만으로 표현함)




(a) 종진동(longitudinal vibration) 고유진동수 $\omega_n$을 표현하여라.

(b) 비틀림 진동(torsional vibration) 고유진동수 $\omega_t$를 표현하여라.

# 기 계 진 동 학 　　　 2022년 시험1 (가/나/다반) 해 답

1. (a) 충격흡수기(shock absorber), 파이프 진동저감장치(P-SVD), 방진 패드, 포신 완충기, 도어 클로저(door closer), ⋯

   (b) ① parameters　　　② response

2. (a) $T$ = 8 ms

$$\int_0^T [x(t)]^2 dt = \int_0^{T/4} [x_1(t)]^2 dt + \int_{T/4}^{2T/4} [x_2(t)]^2 dt + \int_{2T/4}^{3T/4} [x_3(t)]^2 dt + \int_{3T/4}^{T} [x_4(t)]^2 dt$$

$$= \int_0^{T/4} 0\, dt + \int_{T/4}^{2T/4} (2)^2 dt + \int_{2T/4}^{3T/4} (-1)^2 dt + \int_{3T/4}^{T} 0\, dt = 0 + \frac{T}{4}(4) + \frac{T}{4}(1) + 0$$

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [x(t)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left(\frac{5}{4}T\right)} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1.118 \text{ (mm)}$$

   (b) $SPL_A$ = 61.0 dB, $SPL_B$ = 67.0 dB

$$20 \log\frac{p_A}{p_0} = SPL_A \ , \quad 20 \log\frac{p_B}{p_0} = SPL_B$$

$$\Rightarrow \quad 20 \log\frac{p_B}{p_0} - 20 \log\frac{p_A}{p_0} = SPL_B - SPL_A \qquad \Rightarrow \quad 20 \log\frac{p_B}{p_A} = SPL_B - SPL_A$$

$$\Rightarrow \quad \frac{p_B}{p_A} = 10^{\frac{SPL_B - SPL_A}{20}} = 10^{\frac{67.0-61.0}{20}} = 10^{0.3} = 1.995 \approx 2.0$$

3. (a) $m$ = 24.0 kg, $c$ = 420 N/(m/s), $k$ = 19,500 N/m

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{19{,}500 \text{ N/m}}{24.0 \text{ kg}}} = 28.5 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{420 \text{ N/(m/s)}}{2\sqrt{(24.0 \text{ kg})(19{,}500 \text{ N/m})}} = 0.307$$

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.307^2}\,(28.5 \text{ rad/s}) = 27.1 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi \text{ rad}}{\omega_d} = \frac{2\pi \text{ rad}}{27.1 \text{ rad/s}} = 0.232 \text{ s}$$

   (b,c) $\omega_n$ = 1,900 rad/s, $\zeta$ = 0.280, $x_0$ = −5.40 mm, $v_0$ = 0

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.280^2}\ (1{,}900 \text{ rad/s}) = 1{,}824 \text{ rad/s}$$

$$\zeta\omega_n = (0.280)\ (1{,}900 \text{ rad/s}) = 532 \text{ rad/s}$$

$$x(t) = A\ e^{-\zeta\omega_n t}\ \cos(\omega_d t - \phi)$$

$$\dot{x}(t) = A\ e^{-\zeta\omega_n t}\ [-\zeta\omega_n\ \cos(\omega_d t - \phi) - \omega_d\ \sin(\omega_d t - \phi)]$$

$$x(0) = A\ \cos\phi = x_0 = -5.40 \text{ mm} \ < 0 \quad \cdots ①$$

$$\dot{x}(0) = A\ [-\zeta\omega_n\ \cos\phi + \omega_d\ \sin\phi] = v_0 \quad \Rightarrow \quad -\zeta\omega_n x_0 + \omega_d\ A\ \sin\phi = v_0$$

$$\Rightarrow \quad A\ \sin\phi = \frac{v_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d} = \frac{0 + (532 \text{ rad/s})(-5.40 \text{ mm})}{1{,}824 \text{ rad/s}}$$

$$= -1.575 \text{ mm} \ < 0 \quad \cdots ②$$

sin$\phi$<0 이고 cos$\phi$<0 이므로, $\phi$는 3사분면의 각도이어야 함.

$$①^2 + ②^2 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{(-5.40 \text{ mm})^2 + (-1.575 \text{ mm})^2} = 5.625 \text{ mm} \approx 5.63 \text{ mm}$$

$$① \div ② \quad \Rightarrow \quad \phi' = \tan^{-1}\frac{-1.575}{-5.40} = \tan^{-1}(0.2917) = 16.26° = 0.284 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \quad \phi = \phi' + \pi \text{ rad} = 0.284 \text{ rad} + \pi \text{ rad} = 3.43 \text{ rad}$$

4. (a) $x_1 = (3R)\,\theta,\quad x_2 = (\frac{3}{2}R)\theta,\quad x_3 = R\theta$

$$(U_1)_{spring} = \frac{1}{2}k\,x_1^2 = \frac{1}{2}k\,(3R\theta)^2 = \frac{9}{2}k\,R^2\,\theta^2,$$

$$(U_1)_{gravity} = -m_1 g h_1 = -m_1 g\,(3R)\,(1-\cos\theta)$$

$$U_2 = -m_2 g\,(\frac{3}{2}R)(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow\ U = (U_1)_{spring} + (U_1)_{gravity} + U_2 = \frac{9}{2}k\,R^2\,\theta^2 - m_1 g\,(3R)\,(1-\cos\theta) - m_2 g\,(\frac{3}{2}R)(1-\cos\theta)$$

$$= \frac{9}{2}k\,R^2\,\theta^2 - \frac{3}{2}(2m_1 + m_2)\,g\,R\,(1-\cos\theta)$$

(b) $T_1 = \frac{1}{2}m_1\,\dot{x}_1^2 = \frac{1}{2}m_1\,(3R\dot{\theta})^2 = \frac{9}{2}m_1\,R^2\,\dot{\theta}^2$

$$T_2 = \frac{1}{2}J_2\,\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}m_2\,(3R)^2\right]\dot{\theta}^2 = \frac{3}{2}m_2\,R^2\,\dot{\theta}^2$$

$$T_3 = \frac{1}{2}J_3\,\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_3\,\dot{x}_3^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_3 R^2\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_3\,(R\dot{\theta})^2 = \frac{3}{4}m_3 R^2\,\dot{\theta}^2$$

$$\Rightarrow\ T = T_1 + T_2 + T_3$$

$$= \frac{9}{2}m_1\,R^2\,\dot{\theta}^2 + \frac{3}{2}m_2\,R^2\,\dot{\theta}^2 + \frac{3}{4}m_3 R^2\,\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}\,(9m_1 + 3m_2 + \frac{3}{2}m_3)\,R^2\,\dot{\theta}^2$$

(c) $\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\,(9m_1 + 3m_2 + \frac{3}{2}m_3)\,R^2\,\dot{\theta}^2 + \frac{9}{2}k\,R^2\,\theta^2 - \frac{3}{2}(2m_1 + m_2)\,g\,R\,(1-\cos\theta)\right] = 0$

$$\Rightarrow\ (9m_1 + 3m_2 + \frac{3}{2}m_3)\,R^2\,\dot{\theta}\,\ddot{\theta} + 9k\,R^2\,\theta\,\dot{\theta} - \frac{3}{2}(2m_1 + m_2)\,g\,R\sin\theta\,\dot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow\ (3m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m_3)\,R\,\ddot{\theta} + \left[3\,k\,R - \frac{1}{2}(2m_1 + m_2)\,g\right]\theta = 0$$

(d) 안정(stable)하려면 발산하지 않고 진동해야 하므로

$$3\,k\,R - \frac{1}{2}(2m_1 + m_2)\,g > 0 \qquad \Rightarrow \qquad k > \frac{(2m_1 + m_2)\,g}{6R}$$

5. (a) $A_1 = \frac{\pi}{4}d_1^2,\ A_2 = \frac{\pi}{4}d_2^2,\quad k_1 = \frac{E_1 A_1}{L_1},\ k_2 = \frac{E_2 A_2}{L_2}$

$$k = k_1 + k_2 = \frac{E_1 A_1}{L_1} + \frac{E_2 A_2}{L_2} = \left(\frac{\pi}{4}d_1^2\right)\frac{E_1}{L_1} + \left(\frac{\pi}{4}d_2^2\right)\frac{E_2}{L_2} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{E_1 d_1^2}{L_1} + \frac{E_2 d_2^2}{L_2}\right)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\pi}{4m}\left(\frac{E_1 d_1^2}{L_1} + \frac{E_2 d_2^2}{L_2}\right)}$$

(b) $J_{p1} = \frac{\pi}{32}d_1^4,\ J_{p2} = \frac{\pi}{32}d_2^4,\quad k_{t1} = \frac{G_1 J_{p1}}{L_1},\ k_{t2} = \frac{G_2 J_{p2}}{L_2},\quad J = \frac{1}{2}m\,R^2$

$$k_t = k_{t1} + k_{t2} = \frac{G_1 J_{p1}}{L_1} + \frac{G_2 J_{p2}}{L_2} = \left(\frac{\pi}{32}d_1^4\right)\frac{G_1}{L_1} + \left(\frac{\pi}{32}d_2^4\right)\frac{G_2}{L_2} = \frac{\pi}{32}\left(\frac{G_1 d_1^4}{L_1} + \frac{G_2 d_2^4}{L_2}\right)$$

$$\omega_t = \sqrt{\frac{k_t}{J}} = \sqrt{\frac{\pi}{16\,m\,R^2}\left(\frac{G_1 d_1^4}{L_1} + \frac{G_2 d_2^4}{L_2}\right)}$$