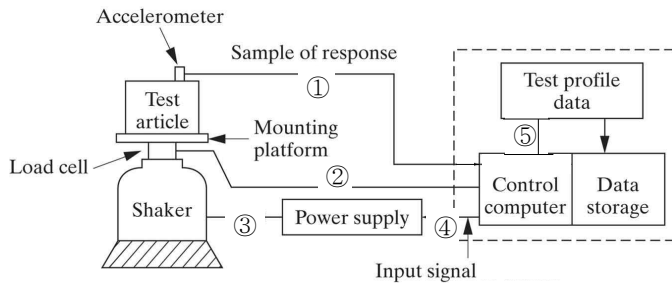


1.[2점] 진동실험에 관한 다음 질문에 답하여라.

(a) 진동 내구성(endurance) 시험을 위한 측정장비 구성도의 사례가 그림에 보여 있다. 신호의 흐름 방향을 나타내는 화살표를 ①, ②, ③, ④, ⑤에 표시하여라.



(b) 다음 문장의 < >에 적절한 영어 단어를 기입하여라.

(한글 단어는 40% 인정)

An important application of the forced-harmonic-vibration analysis and base-excitation problem is in the design of devices used to measure $\langle \ddot{x} \rangle$. A device that changes mechanical motion into a voltage (or vice versa) is called a $\langle \ddot{x} \rangle$. An accelerometer changes mechanical vibration into a voltage proportional to acceleration.

2.[6점] 1자유도 감쇠계의 질량체(질량 2.4 kg)에 충격하중을 가한 때($t=0$)부터 진동응답을 관찰하여 변위 극대점을 측정한 결과를 표에 기재하였다.

극대점	시간, t (s)	변위, x (mm)
1	0.04	3.4
2	0.20	(측정 못함)
3	0.36	(측정 못함)
4	0.52	0.32
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

(a) 이 시스템의 감쇠기(damper)의 감쇠비 (damping ratio) ζ 값을 구하여라.

(b) 이 시스템의 비감쇠(undamped) 고유진동수 ω_n 을 구하여라.

(c) 자유진동을 일으킨 충격하중의 충격량 $\hat{F}$ 은 몇 N·s인가?

3. [2점] 1자유도 감쇠계에서 질량과 강성이 일정할 때, 감쇠비 ζ 값이 감소함에 따라 계단함수하중 응답(step response) 그래프에서 다음 사항의 변화 경향(증가하는지 감소하는지)과 그 근거를 제시하여라.

(a) 부족감쇠계($0 < \zeta < 1$)의 경우, 오버슈트(overshoot)

(b) 과도감쇠계($\zeta > 1$)의 경우, 정착시간(settling time)

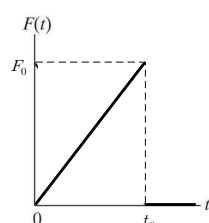
4.[4점] 1자유도 감쇠(damped)계에 다음과 같이 가진력 $F(t)$ 가 가해진다.

$$0 \leq t < t_0 \quad \text{에} \quad \text{서} \quad F(t) = F_0 \frac{t}{t_0}$$

$$t \geq t_0 \text{ 에서 } F(t) = 0$$

질량이 m , 비감쇠고유진동수가 ω_n ,

감쇠고유진동수가 ω_d , 감쇠비가 ζ 이다.



두 구간에서 응답 $x(t)$ 를 구하기 위한 합성곱 적분 (convolution integral)식을 두 가지씩 제시하여라.

(적분 계산 불필요)

(a) $0 \leq t < t_0$ 구간에서

①

②

(b) $t \geq t_0$ 구간에서

①

②

Laplace 변환 (또는 역변환)에 활용될 수 있는 공식

$$L\{\delta(t)\} = 1, \quad L\{1\} = \frac{1}{s}, \quad L\{e^{-at}\} = \frac{1}{s+a}$$

$$L\{\sin at\} = \frac{a}{s^2 + a^2}, \quad L\{\cos at\} = \frac{s}{s^2 + a^2}$$

5.[4점] 다음 운동방정식과 초기조건으로 표현되는 1 자유도 비감쇠계의 응답 $x(t)$ 를 Laplace 변환법으로 구하여라.

$$\ddot{x}(t) + 4x(t) = (5 \text{ N/kg}) \sin 3t, \quad x(0) = 2 \text{ m}, \quad \dot{x}(0) = 0$$

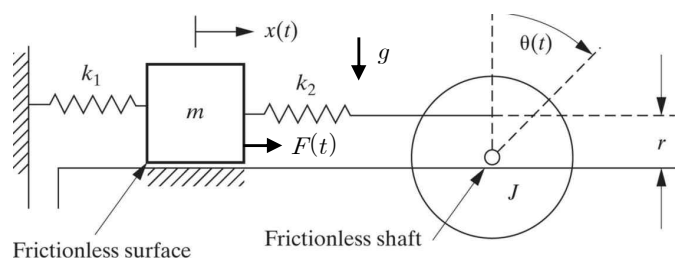
6.[4점] 분포질량을 무시할 만하고 강성이 40 N/m인 스프링에 2.5 kg 집중 질량체가 매달린 1자유도 감쇠계(감쇠비 $\zeta = 0.15$)가 있다. 질량체에 다음의 주기적 가진력 $F(t)$ 가 $t=0$ 일 때부터 가해진다.

$$F(t) = 3.0 + \frac{20}{\pi} \sin \pi t + \frac{20}{2\pi} \sin 2\pi t + \frac{20}{3\pi} \sin 3\pi t + \dots \quad (\text{N})$$

$t \geq 0$ 인 시간 구간에서 정상상태 응답 변위 $x_p(t)$ 를 다음과 같이 표현할 때 X_0 , X_s , θ_s 를 구하여라.

$$x_p(t) = X_0 + X_1 \sin(\pi t - \theta_1) + X_2 \sin(2\pi t - \theta_2) + X_3 \sin(3\pi t - \theta_3) + \dots$$

7. [6점] 어떤 기계 부품의 진동 모델이 그림에 보여 있다. 직선운동하는 물체(질량 m)는 가진력 $F(t)$ 를 받는다. 질량 관성모멘트가 J 인 원판은 이동하지 않고 제자리에서 회전한다. 원판의 무게는 W 이다.



(a) 두 물체의 자유물체도(F.B.D.)를 각각 완성하여라.

(b) 운동방정식을 유도해 구한 후, 행렬(matrix)형태로 표현 하여라. (주어진 기호로 표현함)

(c) $F(t) = F_0 \sin \omega t$ 인 조화가진력이 가해지고 있을 때, 질량 m 인 물체의 진동을 억제하는 방안을 J, r, k_1, k_2, ω 로써 표현하여라.

1. (a) ① $\rightarrow$, ② $\rightarrow$, ③ $\leftarrow$, ④ $\leftarrow$, ⑤ $\downarrow$ (교과서 619쪽)

(b) vibration, transducer (교과서 178쪽)

2. $m = 2.4 \text{ kg}$, $x(t_1) = 3.4 \text{ mm}$, $x(t_4) = 0.32 \text{ mm}$

$$(a) \quad \delta = \frac{1}{n} \ln \frac{x(t_1)}{x(t_{n+1})} = \frac{1}{3} \ln \frac{x(t_1)}{x(t_4)} = \frac{1}{3} \ln \frac{3.4}{0.32} = 0.7877$$

$$\Rightarrow \quad \zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} = \frac{0.7877}{\sqrt{4\pi^2 + 0.7877^2}} = 0.1244$$

$$(\zeta \approx \frac{\delta}{2\pi} = \frac{0.7877}{2\pi} = 0.1254)$$

- (b) $t_1 = 0.04 \text{ s}$, $t_4 = 0.52 \text{ s}$

$$t_{n+1} - t_1 = n T \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1}{n} (t_{n+1} - t_1) = \frac{1}{3} (t_4 - t_1) = \frac{1}{3} (0.52 - 0.04) \text{ s} = 0.16 \text{ s}$$

$$(\text{또는, } t_1 = 0.04 \text{ s}, \quad t_2 = 0.20 \text{ s} \quad \Rightarrow \quad T = t_2 - t_1 = (0.20 - 0.04) \text{ s} = 0.16 \text{ s})$$

$$\omega_d = \frac{2\pi \text{ rad}}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0.16 \text{ s}} = 39.27 \text{ rad/s}$$

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{39.27 \text{ rad/s}}{\sqrt{1 - 0.1244^2}} = 39.6 \text{ rad/s}$$

$$(c) \quad x(t) = \frac{\hat{F}}{m \omega_d} e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_d t \quad \Rightarrow \quad x(t_1) = \frac{\hat{F}}{m \omega_d} e^{-\zeta \omega_n t_1}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \hat{F} &= m \omega_d e^{\zeta \omega_n t_1} x(t_1) \\ &= (2.4 \text{ kg}) (39.27 \text{ rad/s}) \exp[(0.1244)(39.6 \text{ rad/s})(0.04 \text{ s})] (3.4 \times 10^{-3} \text{ m}) \\ &= 0.390 \text{ kg}\cdot\text{m/s} = 0.390 \text{ N}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

3. (a) 부족감쇠계($0 < \zeta < 1$)의 경우, 감쇠비 ζ 가 감소함에 따라

오버슈트(overshoot)이 증가한다. 근거: $O.S. = \frac{F_0}{k} e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}}$ 에서 지수함수 값 증가

- (b) 과도감쇠계($\zeta > 1$)의 경우, 감쇠비 ζ 가 감소함에 따라

정착시간(settling time) t_s 가 감소한다. 근거 : (실습에서 관찰한 그래프 제시)

4. (a) $0 \leq t < t_0$

$$\textcircled{1} \quad x(t) = \frac{F_0}{m \omega_d} \int_0^t \frac{\tau}{t_0} e^{-\zeta \omega_n (t - \tau)} \sin \omega_d (t - \tau) d\tau$$

$$\textcircled{2} \quad 0 < t - \tau < t \quad \Rightarrow \quad 0 < \tau < t, \quad x(t) = \frac{F_0}{m \omega_d} \int_0^t \frac{t - \tau}{t_0} e^{-\zeta \omega_n \tau} \sin \omega_d \tau d\tau$$

- (b) $t \geq t_0$

$$\textcircled{1} \quad x(t) = \frac{F_0}{m \omega_d} \int_0^{t_0} \frac{\tau}{t_0} e^{-\zeta \omega_n (t - \tau)} \sin \omega_d (t - \tau) d\tau$$

$$\textcircled{2} \quad 0 < t - \tau < t_0 \quad \Rightarrow \quad t - t_0 < \tau < t, \quad x(t) = \frac{F_0}{m \omega_d} \int_{t-t_0}^t \frac{t - \tau}{t_0} e^{-\zeta \omega_n \tau} \sin \omega_d \tau d\tau$$

5. $\ddot{x}(t) + 4x(t) = (5 \text{ N/kg}) \sin 3t, \quad x(0) = 2 \text{ m}, \quad \dot{x}(0) = 0$

$$[s^2 X(s) - s x_0 - v_0] + 4 X(s) = (5) \frac{3}{s^2 + 3^2}$$

$$(s^2 + 4) X(s) = \frac{15}{s^2 + 3^2} + 2s \Rightarrow X(s) = \frac{15}{(s^2 + 2^2)(s^2 + 3^2)} + \frac{2s}{s^2 + 2^2}$$

$$X(s) = \frac{As + B}{s^2 + 2^2} + \frac{Cs + D}{s^2 + 3^2}$$

$$X(s)(s^2 + 2^2)|_{s=2i} \Rightarrow A(2i) + B = \frac{15}{(s^2 + 3^2)} \Big|_{s=2i} + 2(2i) = 3 + 4i \Rightarrow A = 2, \quad B = 3$$

$$X(s)(s^2 + 3^2)|_{s=3i} \Rightarrow C(3i) + D = \frac{15}{(s^2 + 2^2)} \Big|_{s=3i} = -3 \Rightarrow C = 0, \quad D = -3$$

$$X(s) = \frac{2s + 3}{s^2 + 2^2} + \frac{-3}{s^2 + 3^2}$$

$$x(t) = L^{-1} \left[\frac{2s}{s^2 + 2^2} + \frac{3}{s^2 + 2^2} - \frac{3}{s^2 + 3^2} \right] = 2L^{-1} \left[\frac{s}{s^2 + 2^2} \right] + \frac{3}{2} L^{-1} \left[\frac{2}{s^2 + 2^2} \right] - L^{-1} \left[\frac{3}{s^2 + 3^2} \right]$$

$$= 2 \cos 2t + \frac{3}{2} \sin 2t - \sin 3t \quad (\text{m})$$

6. $k = 40 \text{ N/m}, \quad m = 2.5 \text{ kg}, \quad \zeta = 0.15 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40 \text{ N/m}}{2.5 \text{ kg}}} = 4.0 \text{ rad/s}$

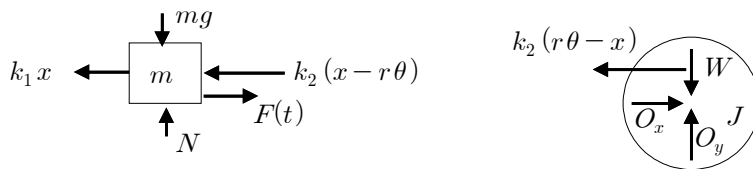
$$F_0(t) = 3.0 \text{ N (계단함수 가진)} \Rightarrow X_0 = \frac{F_0}{k} = \frac{3.0 \text{ N}}{40 \text{ N/m}} = 0.0750 \text{ m}$$

$$X_2 = \frac{b_2/m}{\sqrt{[\omega_n^2 - (2\omega_T)^2]^2 + [2\zeta\omega_n(2\omega_T)]^2}} = \frac{20}{2\pi(2.5)} \frac{1}{\sqrt{(4.0^2 - (2\pi)^2)^2 + [2(0.15)(4.0)(2\pi)]^2}}$$

$$= (1.273)(0.04055) (\text{m}) = 0.0516 \text{ m}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{2\zeta\omega_n(2\omega_T)}{\omega_n^2 - (2\omega_T)^2} = \tan^{-1} \frac{2(0.15)(4.0)(2\pi)}{4.0^2 - (2\pi)^2} = \tan^{-1}(-0.3211) = -0.311 + \pi \text{ rad} = 2.83 \text{ rad}$$

7. (a) 자유물체도 (F.B.D.)



$$(b) \quad m \ddot{x}(t) = -k_1 x(t) - k_2 [x(t) - r\theta(t)] + F(t) \Rightarrow m \ddot{x}(t) + (k_1 + k_2) x(t) - k_2 r \theta(t) = F(t)$$

$$J \ddot{\theta}(t) = -k_2 [r\theta(t) - x(t)] r \Rightarrow J \ddot{\theta}(t) - k_2 r x(t) + k_2 r^2 \theta(t) = 0$$

행렬(matrix) 형태

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 r \\ -k_2 r & k_2 r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{또는} \quad \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J/r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}(t) \\ r\ddot{\theta}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ r\theta(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(c) $F(t) = F_0 \sin \omega t, \quad x(t) = X \sin \omega t, \quad \theta(t) = \Theta \sin \omega t$

$$-\omega^2 m X + (k_1 + k_2) X - k_2 r \Theta = F_0 \Rightarrow (-\omega^2 m + k_1 + k_2) X - k_2 r \Theta = F_0$$

$$-\omega^2 J \Theta - k_2 r X + k_2 r^2 \Theta = 0 \Rightarrow -k_2 r X + (-\omega^2 J + k_2 r^2) \Theta = 0$$

행렬(matrix) 형태

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 m + k_1 + k_2 & -k_2 r \\ -k_2 r & -\omega^2 J + k_2 r^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ \Theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{또는} \quad \begin{bmatrix} -\omega^2 m + k_1 + k_2 & -k_2 r \\ -k_2 & -\omega^2 J/r^2 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ r\Theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} F_0 & -k_2 r \\ 0 & -\omega^2 J + k_2 r^2 \end{vmatrix} = \frac{F_0}{D} (-\omega^2 J + k_2 r^2) = 0 \quad \text{또는} \quad X = \frac{1}{D_0} \begin{vmatrix} F_0 & -k_2 r \\ 0 & -\omega^2 J/r^2 + k_2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow -\omega^2 J + k_2 r^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{k_2 r^2}{J}} = \omega$$