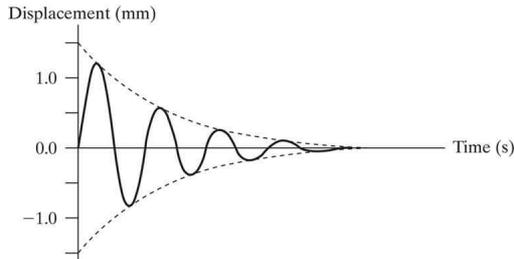


1.[4점] 다음 물음에 답하여라.

(a) ① 신제품 설계 방법을 실험과 해석(analysis)으로 구분한다. 실험 방법에 비하여 이론적 방법인 해석(analysis)의 장점을 3가지 제시하여라.

② 자유진동(또는 자유응답) 관점에서 진동계 설계에 고려할 사항 2가지를 제시하고, 고려하는 이유를 설명하여라.

(b) 1자유도 감쇠계의 자유응답이 다음과 같은 경우에,



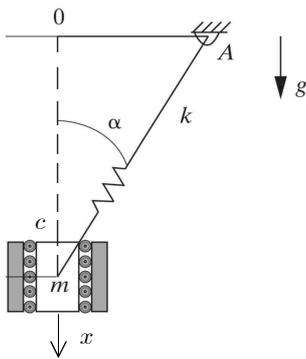
다음 사항들에 관한 정보를 알 수 있는 데까지 제시하여라.

- ① 진동 파라미터
- ② 초기변위
- ③ 초기속도
- ④ 응답변위 식 $x(t)$ 의 A 값

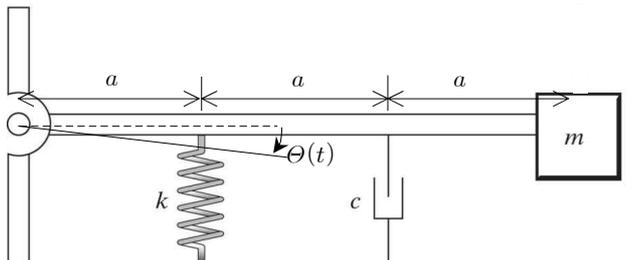
2.[4점] Consider a spring-mass system shown below, and assume the bearings provide a viscous damping force only in the vertical direction.

(a) Express the static equation under gravity, and then derive the equation of motion of the system

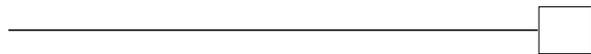
(b) Assume small displacement, and express the undamped natural frequency ω_n and the damping ratio ζ .



3.[6점] 피아노의 페달을 단순화 한 모델이 다음과 같다.



(a) 아래의 윤곽 그림에 자유물체도(free-body diagram)를 완성하여라.



(b,c) 운동방정식이 다음과 같이 유도된다.

$$9 a^2 m \ddot{\Theta} + 4 a^2 c \dot{\Theta} + a^2 k \Theta = 0$$

(b) $k = 2,400 \text{ N/m}$, $c = 30.0 \text{ N/(m/s)}$, $m = 32.0 \text{ kg}$, $a = 50.0 \text{ mm}$ 이다. 자유진동의 주기 T 는 몇 초(s)인가?

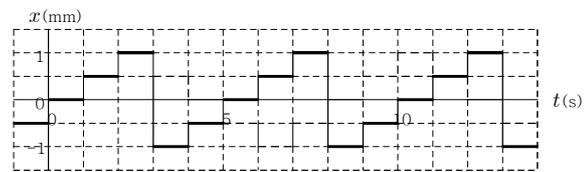
(c) 자유응답이 다음과 같이 표현된다.

$$\Theta(t) = A e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

비감쇠 고유진동수 $\omega_n = 1,900 \text{ rad/s}$, 감쇠비 $\zeta = 0.280$ 인 시스템에 초기조건 $\Theta(0) = 0.200 \text{ rad}$, $\dot{\Theta}(0) = 50.0 \text{ rad/s}$ 일 때, 응답 식의 A 와 ϕ 를 결정하여라. (단위 필수)

4.[6점] 진동에 관한 다음 물음에 답하여라.

(a) 다음과 같이 관찰된 진동 신호의 주기 T 와 RMS 진폭 x_{rms} 는 각각 얼마인가?

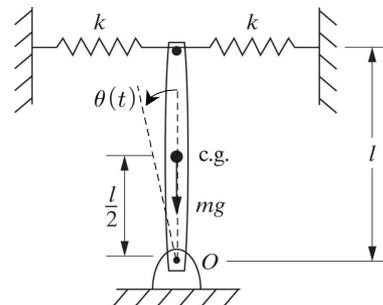


(b) 어떤 펌프를 가동할 때 소음을 측정하니, 1 m 떨어진 지점 A에서 101.9 dB이고 더 멀리 떨어진 지점 B에서 94.3 dB이다. 두 지점의 음압(sound pressure)의 비율 p_A/p_B 는 얼마인가?

(c) 보행 운동을 '역학적 반복운동'으로 간주할 때, 다음 키워드에 따라 보행운동을 서술하여라.

- ① 역학적 에너지
- ② 진자(pendulum)
- ③ 안정-불안정(stable-unstable)

5.[6점] 질량 m 인 균일 막대가 도립진자(inverted pendulum)을 형성하고, 길이 l 인 막대 끝에 강성 k 인 스프링 2개가 그림과 같이 결합되어 있다. 진자의 각변위 θ 가 작아서 $\sin\theta \approx \theta$ 로 간주된다.



(a) 주어진 기호들로 운동에너지 T 와 위치에너지 U 를 표현하여라.

(b) 에너지 방법으로 모델링하여 운동방정식을 유도하여라.

(c) 이 시스템의 응답이 안정(stable)하게 진동(oscillate)하는 조건을 제시하고, 그 때의 고유진동수 ω_n 을 표현하여라.

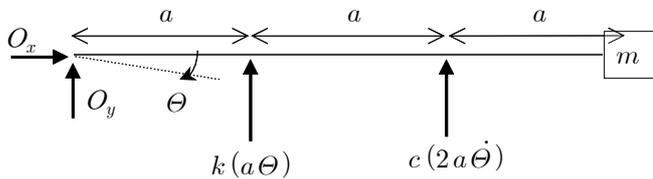
1. (a) ① 성능 예측에 기간 단축, 비용 절약, 설계단계에서 실물 없이 가능
 ② 응답 모양 : 부족감쇠 진동응답, 과도감쇠 비진동응답,
 진동수 성능 : 고유진동수

- (b) ① 감쇠비 $\zeta < 1$ ② $x_0 = 0$ ③ $v_0 > 0$ ④ $A = 1.5 \text{ mm}$

2. (a) 정적 처짐 상태 $mg - k\delta \cos\alpha = 0$
 자유진동 상태 $mg - k(\delta + \Delta l) \cos\theta - c\dot{x} = m\ddot{x}$
 근사화 $\cos\alpha \approx \cos\theta$, $\Delta l \approx x \cos\theta \Rightarrow m\ddot{x} + c\dot{x} + (k \cos^2\alpha)x = 0$

- (b) undamped natural frequency damping ratio
 $\omega_n = \sqrt{\frac{k \cos^2\alpha}{m}}$ $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk \cos^2\alpha}}$
 (중력가속도는 고유진동수 및 감쇠비에 영향을 주지 않음.)

3. (a) 자유물체도(F.B.D.)



$$\Sigma M_O = I_o \ddot{\theta} \quad I_o = m(3a)^2 = 9a^2m$$

$$-k(a\theta)a - c(2a\dot{\theta})(2a) = (9a^2m)\ddot{\theta}$$

$$9a^2m\ddot{\theta} + 4a^2c\dot{\theta} + a^2k\theta = 0$$

- (b) $k = 2,400 \text{ N/m}$, $c = 30.0 \text{ N/(m/s)}$, $m = 32.0 \text{ kg}$, $a = 0.05 \text{ m}$

$$m_{eq} = 9a^2m = 9(0.05 \text{ m})^2(32.0 \text{ kg}) = 0.720 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$c_{eq} = 4a^2c = 4(0.05 \text{ m})^2(30.0 \text{ kg/s}) = 0.300 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

$$k_{eq} = a^2k = (0.05 \text{ m})^2(2,400 \text{ N/m}) = 6.00 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}} = \sqrt{\frac{6.00 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2}{0.720 \text{ kg}\cdot\text{m}^2}} = 2.887 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{c_{eq}}{2m_{eq}\omega_n} = \frac{0.30 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}}{2(0.720 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(2.887 \text{ rad/s})} = 0.0722$$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n = \sqrt{1 - 0.0722^2} (2.887 \text{ rad/s}) = 2.879 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi \text{ rad}}{\omega_d} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2.879 \text{ rad/s}} = 2.182 \text{ s} \quad \Rightarrow \quad T = 2.18 \text{ s}$$

- (c) $\omega_n = 1,900 \text{ rad/s}$, $\zeta = 0.280$, $\theta(0) = 0.200 \text{ rad}$, $\dot{\theta}(0) = 50.0 \text{ rad/s}$.

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n = \sqrt{1 - 0.280^2} (1,900 \text{ rad/s}) = 1,824 \text{ rad/s}$$

$$\zeta \omega_n = (0.280) (1,900 \text{ rad/s}) = 532 \text{ rad/s}$$

$$\theta(t) = A e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t - \phi)$$

$$\dot{\theta}(t) = A e^{-\zeta \omega_n t} [-\zeta \omega_n \sin(\omega_d t + \phi) + \omega_d \cos(\omega_d t + \phi)]$$

$$\Theta(0) = A \sin \phi = 0.200 \text{ rad} > 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} \dot{\Theta}(0) &= A [-\zeta \omega_n \sin \phi + \omega_d \cos \phi] \Rightarrow -\zeta \omega_n \Theta(0) + \omega_d A \cos \phi = \dot{\Theta}(0) \\ &\Rightarrow A \cos \phi = \frac{\dot{\Theta}(0) + \zeta \omega_n \Theta(0)}{\omega_d} = \frac{(50.0 \text{ rad/s}) + (532 \text{ rad/s})(0.200 \text{ rad})}{1,824 \text{ rad/s}} \\ &= 0.0857 \text{ rad} > 0 \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$\sin \phi > 0$ 이고 $\cos \phi > 0$ 이므로, ϕ 는 1사분면의 각도이어야 함.

$$\textcircled{1}^2 + \textcircled{2}^2 \Rightarrow A = \sqrt{(0.200 \text{ rad})^2 + (0.0857 \text{ rad})^2} = 0.2176 \text{ rad} \approx 0.218 \text{ rad}$$

$$\textcircled{1} \div \textcircled{2} \Rightarrow \phi = \tan^{-1} \frac{0.200}{0.0857} = \tan^{-1}(2.334) = 66.8^\circ = 1.166 \text{ rad}$$

4. (a) $T = 5 \text{ s}$

$$\begin{aligned} \int_0^T [x(t)]^2 dt &= \left(\int_0^1 0^2 dt + \int_1^2 0.5^2 dt + \int_2^3 1^2 dt + \int_3^4 (-1)^2 dt + \int_4^5 (-0.5)^2 dt \right) \\ &= (0 + 0.25 + 1 + 1 + 0.25) = 2.5 \end{aligned}$$

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [x(t)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{5} (2.5)} = \sqrt{0.5} = 0.707 \text{ (mm)}$$

(b) $SPL_A = 101.9 \text{ dB}$, $SPL_B = 94.3 \text{ dB}$

$$20 \log \frac{p_A}{p_0} = SPL_A, \quad 20 \log \frac{p_B}{p_0} = SPL_B$$

$$\Rightarrow 20 \log \frac{p_A}{p_0} - 20 \log \frac{p_B}{p_0} = SPL_A - SPL_B \Rightarrow 20 \log \frac{p_A}{p_B} = SPL_A - SPL_B$$

$$\Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = 10^{\frac{SPL_A - SPL_B}{20}} = 10^{\frac{101.9 - 94.3}{20}} = 10^{0.38} = 2.40$$

(c) ① 위치에너지와 운동에너지의 주기적 변환 \Rightarrow 위치에너지 최대값이 주기적으로 반복됨

② 독립진자 \Rightarrow 질량 중심이 회전중심보다 위에 있음

③ 안정-불안정 상태가 주기적으로 반복됨

5. (a)

$$T = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m l^2 \right) \dot{\theta}^2 = \frac{1}{6} m l^2 \dot{\theta}^2$$

$$U = 2 \left[\frac{1}{2} k (l\theta)^2 \right] - m g \frac{l}{2} (1 - \cos \theta) = k l^2 \theta^2 - \frac{1}{2} m g l (1 - \cos \theta)$$

$$(b) \frac{d}{dt}(T+U) = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{6} m l^2 \dot{\theta}^2 + k l^2 \theta^2 - \frac{1}{2} m g l (1 - \cos \theta) \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} m l^2 \dot{\theta} \ddot{\theta} + 2 k l^2 \theta \dot{\theta} - \frac{1}{2} m g l \sin \theta \dot{\theta} = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} m l \ddot{\theta} + 2 k l \theta - \frac{1}{2} m g \sin \theta = 0$$

$\theta \approx 0$ 이면, $\sin \theta \approx \theta$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} m l \ddot{\theta} + 2 k l \theta - \frac{1}{2} m g \theta = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} m l \ddot{\theta} + \left(2 k l - \frac{1}{2} m g \right) \theta = 0$$

(c) stable : 조화함수 형태로 진동(oscillation)함

$$2 k l - \frac{1}{2} m g > 0 \quad (\text{또는 } 4 k l - m g > 0)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2 k l - \frac{1}{2} m g}{\frac{1}{3} m l}} \quad (\text{또는 } \omega_n = \sqrt{\frac{3(4 k l - m g)}{2 m l}} = \sqrt{\frac{6 k}{m} - \frac{3 g}{2 l}})$$