기 계 진 동 학　　2016년 시험1 (가/나/다반) [26점]　　2016. 4. 8.

1.[2점] 진동에 관한 다음 물음에 답하여라.

(a) 점성감쇠기(viscous damper)의 ①구조, ②기능, ③활용에 관해 각각 한 문장으로 서술하여라.

(b) 음압(sound pressure)이 p_1인 소리의 음압레벨이 70 dB 이고 음압이 p_2인 소리의 음압레벨이 82 dB 이라면, $\dfrac{p_2}{p_1}$는 얼마인가? (유효숫자 2자리로 답을 제시함.)

2.[6점] 진동에 관한 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 (　)안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답이 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) '자유도(DOF, degree-of-freedom)'란 운동을 완전히 묘사하는 데에 필요한 독립 좌표 개수이고, '기계진동학' 과목에서 주로 1자유도계를 공부하는 이유는 실제 물리계에 1자유도계가 많기 때문이다. (　　)

판단 근거 :

(b) 스프링에 집중질량체가 매달려 있지 않아도 스프링의 분포질량에 의해서 자유진동 할 수 있다. (　　)

판단 근거 :

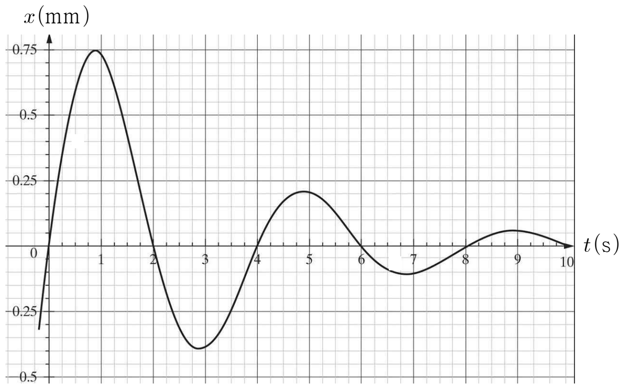
(c) '그린카(green car)'란 엔진 효율이 높고 연비가 좋아서 소음진동이 작고 이산화탄소 배출량이 적은 친환경 자동차이다. (　　)

판단 근거 :

3.[6점] Consider a 1-DOF (degree-of-freedom) spring-mass-damper system. The free response has the following form.

$$x(t) = A\,e^{-\zeta\omega_n t}\,\sin(\omega_d t + \phi)$$

(a) 자유응답 그래프가 다음과 같을 때, A, ϕ, ω_n, ω_d, ζ 중 값을 알 수 있는 기호 2개의 의미와 값을 제시하여라.



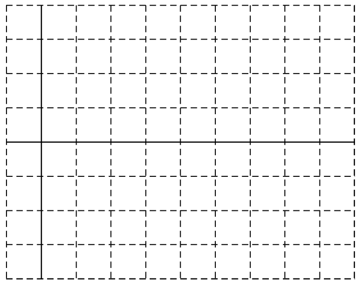
(b,c) For the system with the undamped natural frequency ω_n = 1,600 rad/s and the damping ratio ζ = 0.280, determine the amplitude A in mm and phase ϕ in radian when the initial displacement x_0 is 4.50 mm and the initial velocity v_0 is −5.85 m/s (= −5,850 mm/s).

4.[6점] 다음 물음에 답하여라.

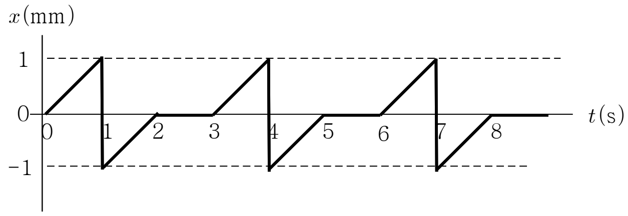
(a) 1자유도 비감쇠계에서 정지하고 있던 질량체에 t=0 일 때의 초기가진에 의한 자유응답이 다음과 같다.

$$x(t) = 1.5\cos(3.14\ t - 1.57)\ \ (\mathrm{mm})$$

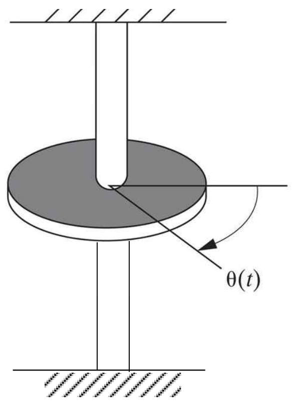
처음 한 주기 동안의 결과를 그래프로 나타내어라.

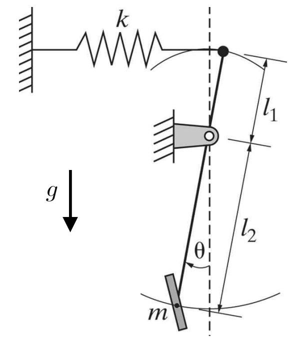


(b) 그림과 같은 주기적 신호의 RMS 진폭 x_{rms}를 계산하여 구하여라.



(c) 그림과 같이 2개의 탄성 축(shaft) 사이에 강체 원판이 결합되어 비틀림 진동을 한다. 축의 길이는 각각 L이고 질량은 무시될 만하며, 전단탄성계수는 G이고, 축 단면의 지름이 d이어서 극관성모멘트(polar moment of inertia)는 $\dfrac{\pi}{32}d^4$이다. 강체 원판의 질량은 m이고 반지름은 R이다. 축의 비틀림 진동에 대한 고유진동수 ω_n을 구하여라. (최종 답은 주어진 기호만 으로 표현함)





5.[6점] 비행기의 제어 페달이 그림과 같이 1자유도계로 단순화될 수 있다. 강체 레버(l_1+l_2)와 스프링(k)의 질량은 무시될 만하고, 페달(m)은 집중질량으로 간주된다. θ=0일 때 스프링은 변형되지 않은 상태이다.

(a) 운동에너지(kinetic energy) T와 위치에너지(potential energy) U를 주어진 기호로 표현하여라.

(b) 레버에 대한 자유물체도(free-body diagram)를 아래에 작성하여라.

(c) 뉴튼법칙에 의해 운동방정식을 유도하고, 각 변위 θ가 매우 작을 때 방정식을 선형화(linearize) 하여라.

기 계 진 동 학 2016년 시험1 (가/나/다반) 해 답

1. (a) 서술 : 핵심어 ① 점성유체(oil), 피스톤, ② 속도, 저항력(감쇠력), ③ (활용 사례)

(b) SPL_1 = 70 dB, SPL_2 = 82 dB

$$SPL_1 = 20\ \log\frac{p_1}{p_0},\quad SPL_2 = 20\ \log\frac{p_2}{p_0}$$

$$SPL_2 - SPL_1 = 20\ \log\frac{p_2}{p_0} - 20\ \log\frac{p_1}{p_0} = 20\ [\log\frac{p_2}{p_0} - \log\frac{p_1}{p_0}] = 20\ \log\frac{p_2}{p_1}$$

$$\Rightarrow\ \log\frac{p_2}{p_1} = \frac{SPL_2 - SPL_1}{20} = \frac{82-70}{20} = 0.6 \quad \Rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = 10^{0.6} = 3.98 \approx 4.0$$

2. (a) X 다자유도계 또는 연속계, 관심사

(b) O 등가질량 $m_e = \frac{1}{3} m_s$, $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m_e}}$

(c) X 경량화 ⇒ 소음진동 불리

3. (a) $x(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad A\ \sin\phi = 0 \quad \Rightarrow$ 위상(phase) $\phi = 0$

$T = 4$ s $\quad \Rightarrow \quad \omega_d = \frac{2\pi\,\text{rad}}{T} = \frac{2\pi}{4}$ rad/s = 1.571 rad/s

감쇠고유진동수(damped natural frequency)

(b,c) ω_n = 1,600 rad/s, ζ = 0.280, x_0 = 4.50 mm, v_0 = -5,850 mm/s.

$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.280^2}$ (1,600 rad/s) = 1,536 rad/s

$\zeta\omega_n$ = (0.280) (1,600 rad/s) = 448 rad/s

$$x(t) = A\ e^{-\zeta\omega_n t}\ \sin(\omega_d t + \phi)$$

$$\dot{x}(t) = A\ e^{-\zeta\omega_n t}\ [-\zeta\omega_n\ \sin(\omega_d t + \phi) + \omega_d\ \cos(\omega_d t + \phi)]$$

$x(0) = A\ \sin\phi = x_0 = 4.50$ mm > 0 ⋯ ①

$\dot{x}(0) = A\ [-\zeta\omega_n\ \sin\phi + \omega_d\ \cos\phi] = v_0$

$$\Rightarrow \quad A\ \cos\phi = \frac{v_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d} = \frac{(-5{,}850\ \text{mm/s}) + (448\ \text{rad/s})(4.50\ \text{mm})}{1{,}536\ \text{rad/s}}$$

$= -2.50$ mm < 0 ⋯ ②

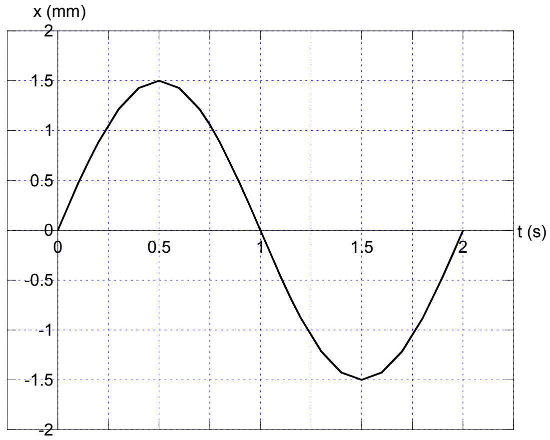
$\sin\phi>0$ 이고 $\cos\phi<0$ 이므로, ϕ는 2사분면의 각도이어야 함.

①^2 + ②^2 $\quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{(4.50\,\text{mm})^2 + (-2.50\,\text{mm})^2}$ = 5.148 mm ≈ 5.15 mm

① ÷ ② $\quad \Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1}\frac{4.50}{-2.50} = \tan^{-1}(-1.80)$ = -60.9° = -1.064 rad

⇒ ϕ = -1.064 rad + π rad = 2.08 rad (또는 ϕ = -1.144 rad - π rad = -4.21 rad)

4. (a)



(b) $T = 3$ s

$$\int_0^T [x(t)]^2 dt = \int_0^{T/3} [x_1(t)]^2 dt + \int_{T/3}^{2T/3} [x_2(t)]^2 dt + \int_{2T/3}^{T} [x_3(t)]^2 dt = 2\int_0^1 t^2 dt + 0 = \frac{2}{3}$$

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [x(t)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{3} = 0.471 \text{ (mm)}$$

(c) 축의 극관성 모멘트 $J_p = \frac{\pi}{32} d^4$, 원판의 질량관성모멘트 $J = \frac{1}{2} m R^2$

$$\theta = \frac{L}{GJ_p} T \quad \Rightarrow \quad T = k_t\,\theta \quad \Rightarrow \quad k_t = \frac{GJ_p}{L}$$

병렬 스프링 $k_{eq} = 2\ k_t = \frac{2\,GJ_p}{L}$

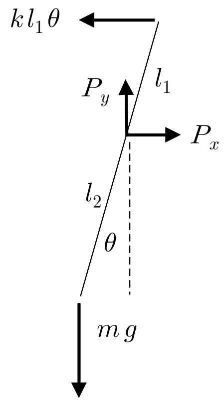
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{J}} = \sqrt{\frac{\frac{2GJ_p}{L}}{\frac{1}{2}mR^2}} = \sqrt{\frac{4GJ_p}{mR^2 L}} = \sqrt{\frac{4G\frac{\pi d^4}{32}}{mR^2 L}} = \sqrt{\frac{\pi\, G\, d^4}{8\, m\, R^2 L}}$$

5. (a) $T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m\,(l_2 \dot{\theta})^2 = \frac{1}{2} m\, l_2^2\, \dot{\theta}^2$

(또는 $T = \frac{1}{2} J\omega^2 = \frac{1}{2}(m\, l_2^2)\,\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} m\, l_2^2\, \dot{\theta}^2$)

$$U = \frac{1}{2} k x^2 + m g h = \frac{1}{2} k\,(l_1 \theta)^2 + m g\, l_2 (1 - \cos\theta)$$

(b)



(c) $\Sigma M_O = J\alpha$

$$-(k l_1 \theta)\ l_1\ \cos\theta - m g\, l_2\ \sin\theta = m\, l_2^2\, \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \quad m\, l_2^2\, \ddot{\theta} + k\, l_1^2\, \theta\ \cos\theta + m g\, l_2\ \sin\theta = 0$$

$$\theta \approx 0 \quad \Rightarrow \quad \sin\theta \approx \theta, \quad \cos\theta \approx 1$$

$$\Rightarrow \quad m\, l_2^2\, \ddot{\theta} + k\, l_1^2\, \theta + m g\, l_2\, \theta = 0$$

$$\Rightarrow \quad m\, l_2^2\, \ddot{\theta} + (k\, l_1^2 + m g\, l_2)\, \theta = 0$$