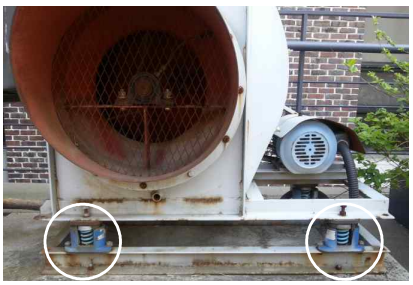
기 계 진 동 학 2015년 시험2 (가/나/다반) [26점] 2015. 5. 8.

1.[2점] 중앙도서관 건물 왼쪽에 송풍기와 모터가 사진과 같이 스프링 받침대 위에 설치되어 있다.(왼쪽 사진의 동그라미 부분을 확대한 것이 오른쪽 사진임) 모터와 송풍기는 고속 회전장치로서 가동 때 진동이 발생하는 경향이 있다.



강체 지지가 아니라 탄성 지지가 사용된 이유를 진동 관점에서 설명하여라. (그래프와 2~3문장 서술)

2.[6점] 진동에 관한 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ( )안에 하되, 판단 근거를 제시하여라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) 공진(resonance)이란 입력되는 조화가진력의 진동수가 시스템의 고유진동수와 일치하여 응답 진폭이 커지는 현상으로서, 시스템의 역학적 에너지가 증가하지만 일반적인 '에너지 보존 법칙'에 위배되는 건 아니다. ( )
판단 근거 :

(b) 진동수가 유사한 두 음파가 합쳐져 맥놀이(beat) 현상이 나타날 때, 두 진동수를 각각 한 옥타브 낮추면(즉, 진동수를 각각 1/2 로 줄이면) 맥놀이 주기가 짧아진다. ( )
판단 근거 :

(c) 국기게양대에 바람이 지나가면 와류(vortex)가 발생하고 이로 인해 깃봉에 가진력이 가해지고 깃봉이 진동한다. 유속이 클수록 이러한 진동의 진폭이 커진다. ( )
판단 근거 :

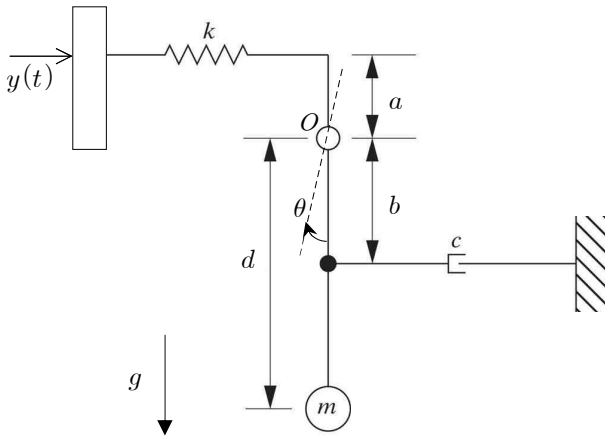
3.[6점] The response of an underdamped 1-DOF system excited by a harmonic sine force is

$$x(t) = A\,e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t+\phi) + X\sin(\omega t-\theta)$$

(a) For the system of mass m = 23.5 kg, damping coefficient c = 843 kg/s, and spring stiffness k = 385,000 N/m, calculate the steady-state amplitude X and phase θ if the harmonic force is 654 N at 28.5 Hz.

(b) For the system of damping ratio ζ = 0.225 and undamped natural frequency ω_n = 40.0 rad/s with excitation force $F(t)$ = F_0 sin(30.0 t) and the steady-state response $x_p(t)$ = (0.004 m) sin(30.0 t − 0.771), calculate the amplitude A and phase ϕ of the response if the system was initially at rest.

4.[6점] 그림과 같이 진자가 O점에 힌지(hinge, 또는 pivot) 되어 있다. 조화진동 변위 $y(t)$ = Y sinωt에 의해 진자가 작은 회전각 $\theta(t)$의 진동 응답을 나타낸다.
(답은 주어진 기호만으로 표현하여야 함.)

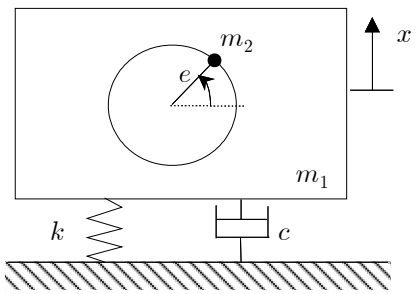


(a) 진자의 자유물체도(free-body diagram)를 아래에 그려라.

(b) 진자의 운동방정식을 구하여라.

(c) 진자의 감쇠비 ζ와 진동수 비 r(= ω/ω_n)을 구하여라.

5.[6점] 그림과 같이 편심 회전하는 장치의 수직방향 진동을 해석한다. 회전속도가 1,800 rpm이고, 편심체의 회전반지름 e는 0.040 m이고, 편심 질량 m_2가 0.50 kg 이며 그 외 질량 m_1이 9.50 kg이다. 스프링의 강성 k가 64,000 N/m이고, 댐퍼의 감쇠계수 c가 600 kg/s이다.



(a) 이 시스템의 진동수비 r과 감쇠비 ζ를 구하여라.

(b) 회전불균형에 의한 수직방향 변위 진폭을 구하여라.

(c) 진동에 의해 감쇠기(damper)를 통해 바닥으로 전달되는 힘의 크기를 구하여라.

기 계 진 동 학　　2015년 시험2 (가/나/다반) 해 답

1. (핵심어 : 회전불균형, 정규화 진폭 또는 힘 전달률, 진동수 비, 고유진동수, 강성)

2. (a) O　　외부 에너지가 가진력으로 유입됨

(b) X　　$T_b = \dfrac{2\pi}{|\omega_n - \omega|}$, $T_b' = \dfrac{2\pi}{|\frac{1}{2}\omega_n - \frac{1}{2}\omega|} = 2\,T_b$

(c) X　　유속 → 와류 진동수 ω → 고유진동수 ω_n과의 차이, $X = \dfrac{f_0}{|\omega_n^2 - \omega^2|}$

3. (a) m = 23.5 kg, c = 843 kg/s, k = 385,000 N/m

$F(t) = F_0 \sin\omega t$, F_0 = 654 N, ω = (2π rad) (28.5 Hz) = 179.1 rad/s

$\omega_n = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{385{,}000\ \text{N/m}}{23.5\ \text{kg}}}$ = 128.0 rad/s, $r = \dfrac{\omega}{\omega_n} = \dfrac{179.1}{128.0}$ = 1.399

$\zeta = \dfrac{c}{2\sqrt{m\,k}} = \dfrac{843\ \text{kg/s}}{2\sqrt{(23.5\ \text{kg})\,(385{,}000\ \text{kg/s}^2)}}$ = 0.1401, $f_0 = \dfrac{654\ \text{N}}{23.5\ \text{kg}}$ = 27.83 m/s^2

$X = \dfrac{f_0}{\omega_n^2}\dfrac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} = \dfrac{27.83\ \text{m/s}^2}{(128.0\ \text{rad/s})^2}\dfrac{1}{\sqrt{(1-1.399^2)^2+[2(0.1401)(1.399)]^2}}$

= (0.0016999 m)(0.967) = 0.001642 m = 1.642 mm

$\theta = \tan^{-1}\dfrac{2\zeta r}{1-r^2} = \tan^{-1}\dfrac{2(0.1401)(1.399)}{1-(1.399)^2} = \tan^{-1}(-0.410)$　　← $0 < \theta < \pi$

= −0.389 + π rad = 2.75 rad (= −22.3° + 180° = 157.7°)

(b) ζ = 0.225, ω_n = 40.0 rad/s, $x_p(t)$ = (0.004 m) sin(30.0t − 0.771), $x_0 = v_0 = 0$

$\omega_d = \sqrt{1-0.225^2}$ (40.0 rad/s) = 38.97 rad/s, $\zeta\omega_n$ = (0.225)(40.0 rad/s) = 9.00 rad/s

$x(t) = A\ e^{-9.00t}\sin(38.97t + \phi)$ + (0.004 m) sin(30.0t − 0.771)

$\dot{x}(t)$ = (−9.00 rad/s) $A\ e^{-9.00t}\sin(38.97t + \phi)$ + (38.97 rad/s) $A\ e^{-9.00t}\cos(38.97\ t + \phi)$

+ (30.0 rad/s)(0.004 m) cos(20.0 t − 0.771)

$x(0) = A\sin\phi$ + (0.004 m) sin(−0.771) = 0　　⇒　　$A\sin\phi$ = 0.002787 m > 0

$\dot{x}(0)$ = (−9.00 rad/s) $A\sin\phi$ + (38.97 rad/s) $A\cos\phi$ + (0.12 m/s) cos(−0.771) = 0

⇒　$A\cos\phi$ = [(9.00)(0.002787) − (0.12)(0.7171)]/38.97 m = −0.001564 m < 0

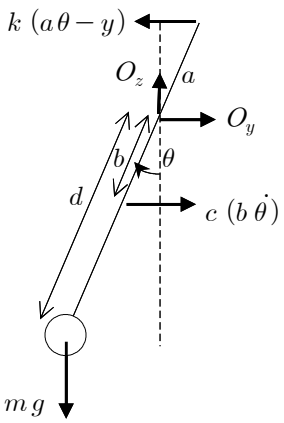
$\sin\phi > 0$ 이고 $\cos\phi < 0$ 이므로, ϕ는 2사분면 ($\frac{1}{2}\pi < \phi < \pi$)

$A = \sqrt{(0.002787)^2+(-0.001564)^2}$ m = 0.00320 m = 3.20 mm

$\phi' = \tan^{-1}\dfrac{0.002787}{-0.001564} = \tan^{-1}(-1.782)$ = −1.059 rad (= −60.7°)

$\phi = \phi' + \pi$ rad = 2.08 rad (= 119.3°)

4. (a) F.B.D.



(b) $\Sigma M_o = J\ddot{\theta}$

$$-k\,(a\theta - y)\,a - c\,(b\dot{\theta})\,b - mgd\theta = (md^2)\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \quad (md^2)\ddot{\theta} + (cb^2)\dot{\theta} + (ka^2 + mgd)\theta = ka\,y(t)$$

$$= ka\,Y\sin\omega t$$

(c) $J = md^2$, $\quad c_t = cb^2$, $\quad k_t = ka^2 + mgd$

$$\zeta = \frac{c_t}{2\sqrt{Jk_t}} = \frac{cb^2}{2\sqrt{(md^2)(ka^2 + mgd)}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J}} = \sqrt{\frac{ka^2 + mgd}{md^2}}$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{\omega}{\sqrt{\dfrac{ka^2 + mgd}{md^2}}} = \omega\sqrt{\frac{md^2}{ka^2 + mgd}}$$

5. (a) N = 1,800 rpm, e = 0.040 m, m_2 = 0.50 kg, m_1 = 19.50 kg, k = 64,000 N/m, c = 600 kg/s, $m = m_1 + m_2$ = 9.50 + 0.50 kg = 10.00 kg

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{64{,}000\ \text{kg/s}^2}{10.00\ \text{kg}}} = 80.0\ \text{rad/s}$$

$$\omega_r = \frac{(2\pi\ \text{rad/rev})N}{60\ \text{s/min}} = \frac{(2\pi\ \text{rad/rev})(1{,}800\ \text{rev/min})}{60\ \text{s/min}} = 188.5\ \text{rad/s}$$

$$r = \frac{\omega_r}{\omega_n} = \frac{188.5}{80.0} = 2.36 \qquad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{600\ \text{kg/s}}{2\sqrt{(10.00\ \text{kg})(64{,}000\ \text{N/m})}} = 0.375$$

(b) $$X = \frac{m_2 e}{m}\frac{\omega_r^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_r^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_r)^2}}$$

$$= \frac{m_2 e}{m}\frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

$$= \frac{(0.50\ \text{kg})(0.040\ \text{m})}{(10.00\ \text{kg})}\frac{2.36^2}{\sqrt{(1 - 2.36^2)^2 + [2(0.375)(2.36)]^2}} = (0.05)(0.040\ \text{m})(1.136)$$

$$= 2.27\times10^{-3}\ \text{m} = 2.27\ \text{mm}$$

(c) $x_p(t) = X_r\sin(\omega_r t - \theta_r)$ 라 하면,

$$F_{tr}(t) = c\,\dot{x}_p(t) = c\,\omega_r\,X_r\cos(\omega_r t - \theta_r) = F_T\cos(\omega_r t - \theta_r)$$

$$F_T = c\,\omega_r\,X_r = (600\ \text{kg/s})(188.5\ \text{rad/s})(2.27\times10^{-3}\ \text{m}) = 257\ \text{N}$$