

1.[2점] ‘조화가진(harmonic excitation)’이란 ‘단일 진동수 성분의 외력(a sinusoidal external force of a single frequency)’이다.

(a) 조화가진의 대표적인 원인은 불균일하게 분포된 질량체의 회전이다. 회전불균형 사례를 5개 제시하여라.

(b) 1940년에 미국 Tacoma Narrows Bridge에 공진을 일으킨 조화가진의 원인은 바람의 와류였다. 유동 기인 진동, 즉, 공기 또는 물의 와류에 의해 조화가진이 가해지는 사례를 5개 제시하여라.

2.[6점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ()안에 하되, 판단 근거를 제시하여라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) 버스나 트럭을 장시간 운전하는 기사의 의자 받침을 유연하게(즉, 강성이 작게) 하면 바닥의 진동이 차단되는데, 기사의 몸무게가 클수록 진동차단 효과가 더 크다. ()
판단 근거 :

(b) 맥놀이(beat)현상이 나타나는 범종을 만들고자 할 때 두 개의 진동수 성분의 소리가 합쳐지도록 해야 하는데, 두 진동수의 차이를 반으로 줄이면 맥놀이 주기는 2배로 길어진다. ()
판단 근거 :

(c) 공진(resonance)현상에서 시간이 흐름에 따라 진폭이 점차 커지면 진동 주기가 점차 길어진다. ()
판단 근거 :

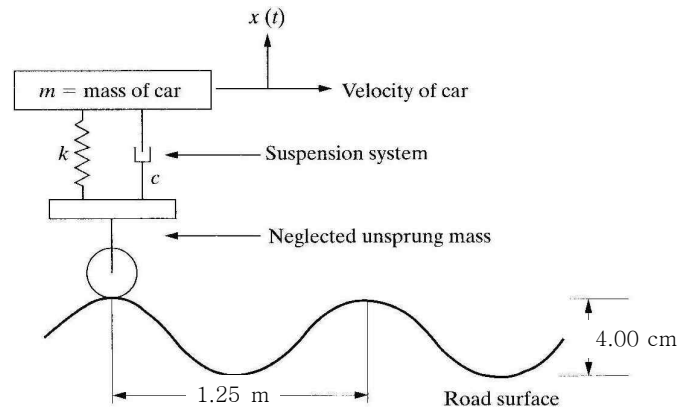
3.[6점] The response of an underdamped 1-DOF system excited by a harmonic cosine force is

$$x(t) = A e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) + X \cos(\omega t - \theta)$$

(a) For the system of mass $m = 22.5$ kg, damping coefficient $c = 743$ kg/s, and spring stiffness $k = 328,000$ N/m, calculate the steady-state amplitude X and phase θ if the harmonic force is 574 N at 27.5 Hz.

(b) For the system of damping ratio $\zeta = 0.125$ and undamped natural frequency $\omega_n = 40.0$ rad/s with excitation force $F(t) = F_0 \cos(20.0t)$ and the steady-state response $(0.004 \text{ m}) \cos(20.0t - 0.165)$, calculate the amplitude A and phase ϕ of the response if the system was initially at rest.

4.[6점] 1자유도계로 단순화 될 수 있는 차량이 그림과 같이 sine함수 형태의 도로 위를 지나가고 있다.

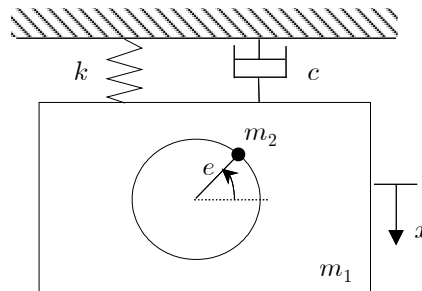


(a) 속력이 27.0 km/h 인 경우, 바퀴의 상하운동 변위를 $y(t) = Y \sin\omega t$ 로 표현할 때, Y 는 몇 cm이고, 바퀴의 상하운동 진동수 f 는 몇 Hz이고 ω 는 몇 rad/s인가?

(b) 차량의 비감쇠 고유진동수 ω_n 이 15.70 rad/s이고 감쇠비 ζ 가 0.220일 때, 속력이 27.0 km/h 인 경우 차체의 정상상태 응답 변위 $x_p(t) = X \sin(\omega t - \theta)$ 의 진폭 X 는 몇 cm인가?

(c) 다른 속력인 경우 차체의 정상상태 응답이 $(1.50 \text{ cm}) \sin(40.0t - 0.20)$ 이다. 이 경우 바퀴의 상하진동이 스프링을 통해 차체에 전달되는 힘의 크기를 구하여라. 스프링의 강성 k 는 32,700 N/m이다.

5.[6점] 그림과 같이 편심 질량이 m_2 인 회전체가 회전 반지름 e 로서 1 분당 N 번 회전하고 있다. 물체의 전체 질량에서 편심 질량을 제외한 나머지 질량이 m_1 이다. 수직방향 진동을 해석한다.



(a) 물체 주변에 작용하는 외력을 나타내는 자유물체도(free-body diagram)를 위 그림 오른쪽 여백에 그리고, 운동방정식을 뉴턴법칙에 따라 유도하라. (최종 결과는 문제에 주어진 기호만 사용하여 표현함)

(b) 회전수 N 이 1,800 rpm이고, 회전 반지름 e 는 0.040 m이고, 편심 질량 m_2 가 0.50 kg 이며 그 외 질량 m_1 이 9.50 kg이다. 스프링의 강성 k 가 16,000 N/m이고, 댐퍼의 감쇠계수 c 가 240 kg/s이다. 물체의 진폭은 몇 mm인가?

(c) 편심체 회전에 의한 가진력의 크기가 F_0 이고, 전체 질량이 m 이며 고유진동수가 ω_n 이면, 응답 진폭 A_0 가 다음과 같이 무차원화 될 수도 있다.

$$\frac{A_0}{F_0/m\omega_n^2} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

감쇠비 ζ 의 값이 0.1인 경우에 진동수비 r 의 함수로 무차원 진폭 그래프를 작성하여라.

1. (a) 모터, 터빈, 엔진, 회전식 펌프, 전기 세탁기, 고속 프레스, 안마기, 헬리콥터, ...
 (b) 국기 게양대 깃발, 축구공 무회전 킥, 야구공 무회전 투구, 전깃줄, 강물 교각, 해양 구조물, 해저 케이블, 해저 송유관, ...

2. (a) O $r \propto \frac{1}{\sqrt{k/m}}$
 (b) O $T_b \propto \frac{1}{|\omega_n - \omega|}$
 (c) X $x_p(t) \propto t \sin \omega t$

3. (a) $m = 22.5 \text{ kg}$, $c = 743 \text{ kg/s}$, $k = 328,000 \text{ N/m}$

$$F(t) = F_0 \cos \omega t, \quad F_0 = 574 \text{ N}, \quad \omega = (2\pi \text{ rad}) (27.5 \text{ Hz}) = 172.8 \text{ rad/s}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{328,000 \text{ N/m}}{22.5 \text{ kg}}} = 120.7 \text{ rad/s}, \quad r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{172.8}{120.7} = 1.431$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{743 \text{ kg/s}}{2\sqrt{(22.5 \text{ kg})(328,000 \text{ kg/s}^2)}} = 0.1368, \quad f_0 = \frac{574 \text{ N}}{22.5 \text{ kg}} = 25.5 \text{ m/s}^2$$

$$X = \frac{f_0}{\omega_n^2} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = \frac{25.5 \text{ m/s}^2}{(120.7 \text{ rad/s})^2} \frac{1}{\sqrt{(1-1.431^2)^2 + [2(0.1368)(1.431)]^2}}$$

$$= (0.001750 \text{ m})(0.894) = 0.001565 \text{ m} = 1.565 \text{ mm}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta r}{1-r^2} = \tan^{-1} \frac{2(0.1368)(1.431)}{1-(1.431)^2} = \tan^{-1}(-0.374) \quad \leftarrow \theta > 0$$

$$= -0.358 + \pi \text{ rad} = 2.78 \text{ rad} (= 159.5^\circ)$$

- (b) $\zeta = 0.125$, $\omega_n = 40.0 \text{ rad/s}$, $x_p(t) = (0.004 \text{ m}) \cos(20.0t - 0.165)$, $x_0 = v_0 = 0$

$$\omega_d = \sqrt{1-0.125^2} (40.0 \text{ rad/s}) = 39.7 \text{ rad/s}, \quad \zeta \omega_n = (0.125)(40.0 \text{ rad/s}) = 5.00 \text{ rad/s}$$

$$x(t) = A e^{-5.00t} \sin(39.7t + \phi) + (0.004 \text{ m}) \cos(20.0t - 0.165)$$

$$\dot{x}(t) = (-5.00 \text{ rad/s}) A e^{-5.00t} \sin(39.7t + \phi) + (39.7 \text{ rad/s}) A e^{-5.00t} \cos(39.7t + \phi) - (20.0 \text{ rad/s})(0.004 \text{ m}) \sin(20.0t - 0.165)$$

$$x(0) = A \sin \phi + (0.004 \text{ m}) \cos(-0.165) = 0 \quad \Rightarrow \quad A \sin \phi = -0.00395 \text{ m} < 0$$

$$\dot{x}(0) = (-5.00 \text{ rad/s}) A \sin \phi + (39.7 \text{ rad/s}) A \cos \phi - (0.08 \text{ m/s}) \sin(-0.165) = 0$$

$$\Rightarrow \quad A \cos \phi = [(5.00)(-0.00395) - (0.08)(0.164)]/39.7 \text{ m} = -0.000828 \text{ m} < 0$$

$\sin \phi < 0$ 이고 $\cos \phi < 0$ 이므로, ϕ 는 3사분면 ($\pi < \phi < \frac{3}{2}\pi$ 또는 $-\pi < \phi < -\frac{1}{2}\pi$)

$$A = \sqrt{(-0.00395)^2 + (0.000828)^2} \text{ m} = 0.00404 \text{ m} = 4.04 \text{ mm}$$

$$\phi' = \tan^{-1} \frac{-0.00395}{-0.000828} = \tan^{-1}(4.768) = 1.364 \text{ rad} (= 78.2^\circ)$$

$$\phi \text{는 3사분면} \Rightarrow \quad \phi = 1.364 + \pi \text{ rad} = 4.50 \text{ rad} (= 258^\circ)$$

4. $v = 27.0 \text{ km/h}$, $A = 1.25 \text{ m}$

(a) $Y = \frac{1}{2} (4.00 \text{ cm}) = 2.00 \text{ cm}$

$$v = 27.0 \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ hour}}{3600 \text{ s}} = 7.50 \text{ m/s}$$

$$\text{파장 } \lambda = v T \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = \frac{7.50 \text{ m/s}}{1.25 \text{ m}} = 6.00 \text{ Hz}$$

$$\omega = (2\pi \text{ rad}) f = (2\pi \text{ rad}) (6.00 \text{ Hz}) = 12\pi \text{ rad/s} = 37.7 \text{ rad/s}$$

(b) $\omega_n = 15.70 \text{ rad/s}$, $\zeta = 0.220$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{37.7 \text{ rad/s}}{15.70 \text{ rad/s}} = 2.40$$

$$\frac{X}{Y} = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = \frac{\sqrt{1 + [2(0.220)(2.40)]^2}}{\sqrt{[1 - (2.40)^2]^2 + [2(0.220)(2.40)]^2}} = 0.298$$

$$X_b = Y \frac{X_b}{Y} = (2.00 \text{ cm})(0.298) = 0.597 \text{ cm}$$

(c) $X = 1.50 \text{ cm} = 0.0150 \text{ m}$, $\theta = 0.20 \text{ rad}$, $Y = 0.0200 \text{ m}$, $k = 32,700 \text{ N/m}$

$$y(t) = Y \sin \omega t, \quad x_p(t) = X \sin(\omega t - \theta)$$

$$F_{tr}(t) = k(x - y) = k [X \sin(\omega t - \theta) - Y \sin \omega t]$$

$$= k [X (\sin \omega t \cos \theta - \cos \omega t \sin \theta) - Y \sin \omega t]$$

$$= k [(X \cos \theta - Y) \sin \omega t - (X \sin \theta) \cos \omega t] = F_T \sin(\omega t - \phi)$$

힘의 크기 $F_T = k \sqrt{(X \cos \theta - Y)^2 + (X \sin \theta)^2}$

$$= (32,700 \text{ N/m}) \sqrt{[(0.0150 \text{ m}) \cos 0.20 - (0.0200 \text{ m})]^2 + [(0.0150 \text{ m}) \sin 0.20]^2}$$

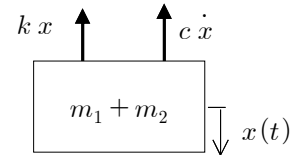
$$= (32,700 \text{ N/m}) (0.00608) = 198.8 \text{ N}$$

5. (a) $-kx - c\dot{x} = m_1 \ddot{x} + m_2 \frac{d^2}{dt^2}(x - e \sin \omega_r t)$

$$= m_1 \ddot{x} + m_2 \ddot{x} + m_2 e \omega_r^2 \sin \omega_r t$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2) \ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m_2 e \omega_r^2 \sin \omega_r t$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2) \ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m_2 e \left(\frac{2\pi N}{60}\right)^2 \sin \frac{2\pi N}{60} t$$



(b) $N = 1,800 \text{ rpm}$, $e = 0.040 \text{ m}$, $m_1 = 9.50 \text{ kg}$, $m_2 = 0.50 \text{ kg}$, $k = 16,000 \text{ N/m}$, $c = 240 \text{ kg/s}$

$$\omega_r = (2\pi \text{ rad}) (1,800 / \text{min}) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 188.5 \text{ rad/s}$$

$$M = m_1 + m_2 = (9.50 \text{ kg}) + (0.50 \text{ kg}) = 10.00 \text{ kg}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{16,000 \text{ N/m}}{10.00 \text{ kg}}} = 40.0 \text{ rad/s}, \quad r = \frac{\omega_r}{\omega_n} = \frac{188.5}{40.0} = 4.71$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{Mk}} = \frac{240 \text{ kg/s}}{2\sqrt{(10.00 \text{ kg})(16,000 \text{ N/m})}} = 0.300 \quad \text{(c)}$$

$$X_r = \frac{m_2 e}{M} \frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

$$= \frac{(0.50 \text{ kg})(0.040 \text{ m})}{(10.0 \text{ kg})} \frac{(4.71)^2}{\sqrt{(1 - 4.71^2)^2 + [2(0.30)(4.71)]^2}}$$

$$= (2.00 \times 10^{-3} \text{ m}) (1.038)$$

$$= 2.08 \times 10^{-3} \text{ m} = 2.08 \text{ mm}$$

