

1.[2점] ‘기계진동학(mechanical vibration)’에 관한 다음 물음에 서술형으로 답하여라.

(a) ‘역학적 진동(mechanical vibration)’이 ‘기계공학(mechanical engineering)’에 기여하는 내용은 무엇인가?

(b) 진동계의 ‘설계(design)’란 무엇이고, 설계 방법 중 해석(analysis)적 방법의 장점은 무엇인가?

2.[6점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ( ) 안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) 조화운동에서 속도 진폭이 일정할 때, 진동수가 클수록 가속도 진폭은 크고 변위 진폭은 작다. ( )  
판단 근거 :

(b) 소음의 크기를 rms 진폭으로 표현할 때 2배가 되면 dB 단위로는 6 dB 더 크다. ( )  
판단 근거 :

(c) U자 형상의 관(pipe)으로 이루어진 액주계 (일명 manometer)에서 관의 단면적이 균일하면 액체 진동의 고유진동수는 관의 길이에 따라 다르다. ( )  
판단 근거 :

3.[6점] Consider a 1-DOF (degree-of-freedom) spring-mass-damper system.

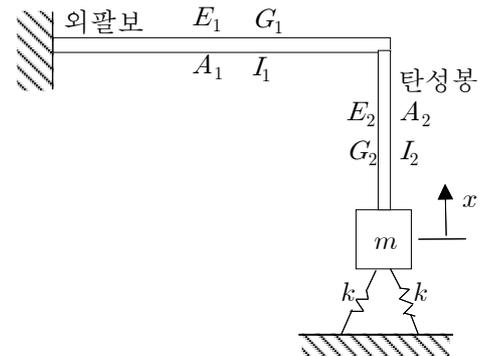
(a) The system has a mass of 21.2 kg, damping coefficient of 557 kg/s, and stiffness of 20.4 kN/m. Calculate the damping ratio  $\zeta$  and the oscillating period  $T$  in s for the damped system.

(b,c) The free response has the following form.

$$x(t) = A e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

For the system with the undamped natural frequency  $\omega_n = 2,540$  rad/s and the damping ratio  $\zeta = 0.285$ , determine the amplitude  $A$  in mm and phase  $\phi$  in radian when the initial displacement  $x_0$  is 4.50 mm and the initial velocity  $v_0$  is -6520 mm/s.

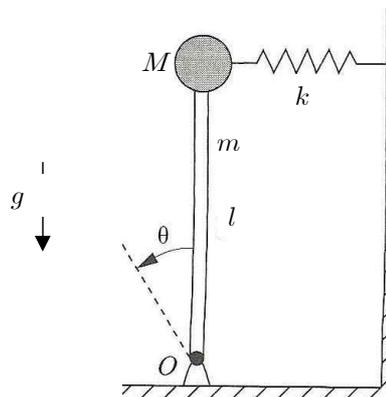
4.[6점] 그림과 같이, 외팔보에 탄성봉이 매달리고, 집중질량  $m$ 이 탄성봉에 매달리며 경사진 스프링 2개에 받쳐있다. 외팔보(길이  $L_1$ )는 균일하며 굽힘진동하고, 탄성봉(길이  $L_2$ )은 균일하며 종진동 하는데, 이들의 분포질량은 무시할 만하다. 스프링은 수직선에서  $30^\circ$  기울어 있다.



(a) 외팔보의 강성  $k_1$ , 탄성봉의 강성  $k_2$ , 두 스프링을 하나의 수직 스프링으로 간주할 때의 강성  $k_3$ 를 각각 표현하여라. (문제 본문에 언급되지 않고 그림에만 표기된 기호를 사용하면, 그 기호의 의미를 제시하여야 함.)

(b)  $k_1, k_2, k_3$ 와  $m$ 으로써 시스템 전체의 등가 스프링상수  $k_{eq}$ 를 구하고, 고유진동수  $\omega_n$ 을 표현하여라.

5.[6점] 어떤 기계요소가 아래 그림에 나타난 것처럼 스프링에 연결된 도립진자(inverted pendulum)로 모델링될 수 있다. 질량  $M$ 인 물체는 부피가 무시된다. 길이  $l$ 인 강체 막대의 질량  $m$ 은 균일하게 분포되어 있다. 진자의 회전각이 매우 작아서 스프링은 수평방향으로만 변형이 일어난다고 가정한다.



(a) 이 시스템의 운동에너지(kinetic energy)를 표현하여라.

(b) 이 시스템의 위치에너지(potential energy)를 표현하여라.

(c) 에너지방법에 의해 운동방정식을 유도하고, 이 시스템이 안정(stable)하기 위한 스프링상수  $k$ 의 범위를  $M, m, l, g$ 로써 표현하여라.

1. (a) 서술 (핵심어 : 역학, 설계, 생산)

(b) 서술 (핵심어 : 모양, 성능, 파라미터, 성능 예측, 시간, 비용)

2. (a) O  $|\ddot{x}| = \omega_n |\dot{x}| \propto \omega_n, \quad |x| = \frac{|\dot{x}|}{\omega_n} \propto \frac{1}{\omega_n}$

(b) O  $20 \log \frac{p_2}{p_0} - 20 \log \frac{p_1}{p_0} = 20 \log \frac{p_2}{p_1}$   
 $\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 2 \Rightarrow 20 \log 2 = 20 (0.301) = 6.02 \approx 6 \text{ (dB)}$

(c) X  $\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{l}}$ ,  $l$ 은 관 내 액체의 길이

3. (a)  $m = 21.2 \text{ kg}, \quad c = 557 \text{ N/(m/s)}, \quad k = 20,400 \text{ N/m}$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{557 \text{ kg/s}}{2\sqrt{(21.2 \text{ kg})(20,400 \text{ N/m})}} = 0.423$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20,400 \text{ N/m}}{21.2 \text{ kg}}} = 31.0 \text{ rad/s}$$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n = \sqrt{1 - 0.423^2} (31.0 \text{ rad/s}) = 28.08 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{1}{f_d} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\omega_d} = \frac{2\pi \text{ rad}}{28.08 \text{ rad/s}} = 0.224 \text{ s}$$

(b,c)  $\omega_n = 2,540 \text{ rad/s}, \quad \zeta = 0.285, \quad x_0 = 4.50 \text{ mm}, \quad v_0 = -6,520 \text{ mm/s}.$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n = \sqrt{1 - 0.285^2} (2,540 \text{ rad/s}) = 2,435 \text{ rad/s}$$

$$\zeta \omega_n = (0.285) (2,540 \text{ rad/s}) = 723.9 \text{ rad/s}$$

$$x(t) = A e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

$$\dot{x}(t) = A e^{-\zeta \omega_n t} [-\zeta \omega_n \sin(\omega_d t + \phi) + \omega_d \cos(\omega_d t + \phi)]$$

$$x(0) = A \sin \phi = x_0 = 4.50 \text{ mm} > 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\dot{x}(0) = A (-\zeta \omega_n \sin \phi + \omega_d \cos \phi) = v_0 = -6520 \text{ mm/s}$$

$$\Rightarrow A \cos \phi = \frac{v_0 + \zeta \omega_n x_0}{\omega_d} = \frac{(-6,520 \text{ mm/s}) + (723.9 \text{ rad/s})(4.50 \text{ mm})}{2,435 \text{ rad/s}}$$

$$= -1.340 \text{ mm} < 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}^2 + \textcircled{2}^2 \Rightarrow A = \sqrt{(4.50 \text{ mm})^2 + (-1.340 \text{ mm})^2} = 4.70 \text{ mm}$$

$$\textcircled{1} \div \textcircled{2} \Rightarrow \phi = \tan^{-1} \frac{4.50}{-1.340} = \tan^{-1}(-3.36) = -73.4^\circ = -1.281 \text{ rad}$$

$\sin \phi > 0$  이고  $\cos \phi < 0$  이므로,  $\phi$ 는 2사분면의 각도이어야 함.

$$\Rightarrow \phi = -1.281 \text{ rad} + \pi \text{ rad} = 1.860 \text{ rad} \quad (\text{또는 } \phi = -1.281 \text{ rad} - \pi \text{ rad} = -4.42 \text{ rad})$$

4. 직렬연결 된 외팔보와 탄성봉에 병렬연결 된 경사 스프링 결합체

(a) 외팔보  $k_1 = \frac{3 E_1 I_1}{L_1^3}$   $E_1$  : 탄성계수(Young's modulus),  $I_1$  : 면적관성모멘트(2차 모멘트)

탄성봉  $k_2 = \frac{E_2 A_2}{L_2}$   $E_2$  : 탄성계수(Young's modulus),  $A_2$  : 단면적

스프링  $k_3 = 2 k \cos^2 30^\circ = \frac{3}{2} k$   $k$  : 각 스프링의 스프링상수

(b)  $\frac{1}{k_{eq1}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \Rightarrow k_{eq1} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

$k_{eq} = k_{eq1} + k_3 = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} + k_3 = \frac{k_1 k_2 + (k_1 + k_2) k_3}{k_1 + k_2} = \frac{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3}{k_1 + k_2}$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \sqrt{\frac{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3}{m (k_1 + k_2)}}$

5. (a)  $T_1 = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} M (l \dot{\theta})^2 = \frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}^2$

$T_2 = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} m l^2 \right) \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} m \right) l^2 \dot{\theta}^2$

$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} m \right) l^2 \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \left( M + \frac{1}{3} m \right) l^2 \dot{\theta}^2$

(b)  $U_1 = -M g h_1 = -M g l (1 - \cos \theta)$

$U_2 = -m g h_2 = -m g \frac{l}{2} (1 - \cos \theta)$

$U_3 = \frac{1}{2} k (l \theta)^2 = \frac{1}{2} k l^2 \theta^2$

$U = U_1 + U_2 + U_3 = -\left( M + \frac{1}{2} m \right) g l (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} k l^2 \theta^2$

(c)  $\frac{d}{dt} (T + U) = 0$

$\Rightarrow \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} \left( M + \frac{1}{3} m \right) l^2 \dot{\theta}^2 - \left( M + \frac{1}{2} m \right) g l (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} k l^2 \theta^2 \right] = 0$

$\Rightarrow \left( M + \frac{1}{3} m \right) l^2 \dot{\theta} \ddot{\theta} - \left( M + \frac{1}{2} m \right) g l \sin \theta \dot{\theta} + k l^2 \theta \dot{\theta} = 0$

$\Rightarrow \left( M + \frac{1}{3} m \right) l \ddot{\theta} - \left( M + \frac{1}{2} m \right) g l \sin \theta + k l \theta = 0$

회전각이 매우 작음.  $\theta \approx 0 \Rightarrow \sin \theta \approx \theta$

운동방정식  $\left( M + \frac{1}{3} m \right) l \ddot{\theta} + \left[ k l - \left( M + \frac{1}{2} m \right) g \right] \theta = 0$

안정 조건  $k l - \left( M + \frac{1}{2} m \right) g > 0 \Rightarrow k > \frac{\left( M + \frac{1}{2} m \right) g}{l}$