

1.[2점] 공진(resonance)이란 무엇인지 서술하고, 공진을 회피해야 하는 사례와 공진을 활용하는 사례를 하나씩 제시하여라.

2.[6점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 () 안에 하되, 판단 근거를 제시하여라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) 진동수가 비슷한 두 개의 조화진동이 합성될 때 맥놀이 현상이 발생하는데, 두 진동수의 평균값은 일정하게 유지하면서 맥놀이 주기를 길게 하면 최대 진폭이 커진다. ()

판단 근거 :

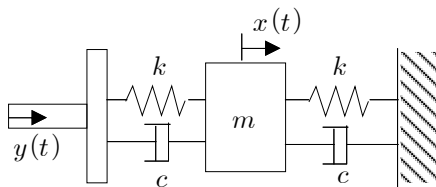
(b) 방진 테이블과 같이 바닥의 진동을 차단하기 위한 시설물에서 ‘진동 변위 전달률’이란 바닥으로부터의 운동이 테이블 상판으로 얼마나 전달되는가를 나타내는 표현인데, 감쇠가 클수록 진동 변위 전달률이 작아진다. ()

판단 근거 :

(c) 회전 불균형으로 인한 진동을 감쇠로써 줄일 수 있는데, 회전진동수 ω_r 이 고유진동수 ω_n 과 비슷할 때에는 감쇠의 영향이 크지만, 회전진동수가 고유진동수보다 훨씬 클 때에는 감쇠의 영향이 작다. ()

판단 근거 :

3.[6점] 2개의 감쇠기(damper)와 2개의 스프링이 질량 m 인 물체에 그림과 같이 결합한 1자유도계가 왼쪽에서 진동 변위 $y(t)$ 의 조화가진을 받고 있다. 오른쪽 벽은 고정되어 있다. 질량 m 인 물체의 응답을 진동 변위 $x(t)$ 로 표현한다.



(a) 질량 m 인 물체에 가해지는 힘들을 나타내는 자유물체도(free-body diagram)를 작성하고, 운동방정식을 유도하라. (최종 결과는 주어진 기호로 표기)

(b) 가진 변위가 $y(t) = 25 \cos(10 \pi t)$ mm 이고, 물체의 응답 변위 진폭이 7.5 mm 라 할 때, 스프링과 감쇠기에 의해 오른쪽 벽에 전달되는 힘의 크기는 몇 N인가? ($k = 16,000$ N/m, $c = 3,300$ N·s/m)

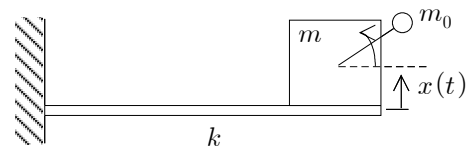
4.[6점] The response of an underdamped 1-DOF system excited by a harmonic cosine force is

$$x(t) = A e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) + X \cos(\omega t - \theta)$$

(a) For the system of mass $m = 20$ kg, spring stiffness $k = 128,000$ N/m, and damping coefficient $c = 700$ kg/s, calculate the steady-state amplitude X and phase θ if the harmonic force is 500 N at 60 rad/s.

(b) For the system of damping ratio $\zeta = 0.125$ and undamped natural frequency $\omega_n = 40$ rad/s with excitation force $F(t) = F_0 \cos(10t)$ and the steady-state response $(0.004 \text{ m}) \cos(10t - 0.85)$, calculate the amplitude A and phase ϕ of the response if the system was initially at rest.

5.[6점] 외팔보(cantilever) 끝에 결합된 물체에서 회전하는 편심 회전체가 그림과 같이 모형화 된다. 물체의 부피와 외팔보의 질량은 무시할 만하다. 보의 강성과 감쇠를 고려하여 1자유도계로 모형화 할 수 있다. 보의 강성(stiffness)값은 73,500 N/m 이고 감쇠비(damping ratio)값은 0.1 이다. 편심 질량 0.5 kg을 포함한 물체 전체 질량은 15 kg이다. 편심 질량은 회전중심으로부터 0.20m 떨어져 있다.



(a) 회전체가 1,800 rpm으로 회전할 때 물체의 진동 변위 $x(t)$ 의 크기는 몇 mm인가?

(b) 회전체가 공진 부근($r = 1$)에서 회전할 때, 외팔보를 통해 벽에 전달되는 힘(즉, 1자유도계 모형에서 스프링과 감쇠를 통해 바닥에 전달되는 힘)의 크기가 2,500 N이라면, 이때 진동 변위의 크기는 몇 mm인가?

1.[2점] 성덕대왕 신종(일명 에밀레 종)의 특징 중 하나인 맥놀이(beat)란 무엇인지 서술하고, 맥놀이를 줄이게 하는 방안을 제시하여라.

2.[4점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 () 안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) 비감쇠계의 공진 현상에서 시스템 내의 역학적 에너지는 증가하거나 감소하지 않는다. 즉 역학적 에너지가 보존된다. ()

판단 근거 :

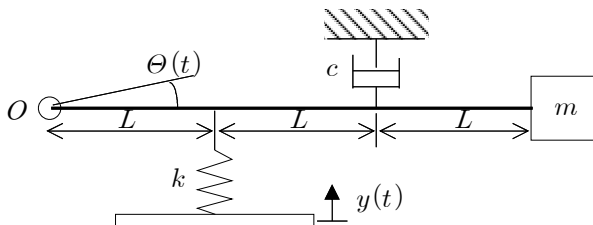
(b) 지진에 대비하는 건물에서 ‘면진’이란 지면과 건물 사이에 별도의 구조물을 설치해 지진의 영향을 흡수하는 기술이며, 그 원리는 자동차 현가장치의 진동 차단 원리와 같이 바닥의 운동이 물체에 전달되는 비율을 줄이는 것이다. ()

판단 근거 :

(c) 회전 불균형으로 인한 진동을 감쇠로써 줄이고자 할 때, 회전진동수 ω_r 이 고유진동수 ω_n 의 $\sqrt{2}$ 배보다 작을 때에는 감쇠가 클수록 진동 변위가 작지만, 회전진동수가 고유진동수의 $\sqrt{2}$ 배보다 클 때에는 감쇠가 작을수록 진동 변위가 작다. ()

판단 근거 :

3.[4점] 피아노 페달이 그림과 같이 모형화 된다. 길이 $3L$ 인 강체 막대는 질량이 무시되고 힌지(hinge)된 O 지점을 중심으로 회전 진동을 한다. 강체 막대 끝의 집중질량체는 부피가 무시되고 질량은 m 이다. 감쇠기(damper)는 고정부에 연결되어 있고, 스프링이 연결된 바닥의 작은 진동 변위 $y(t)$ 로 인해 페달이 진동한다. 막대의 회전 진동 각 변위를 $\theta(t)$ 라고 표기한다.



(a) 막대와 질량체의 결합 모형에 가해지는 힘들을 나타내는 자유물체도(free-body diagram)를 도시하고, 운동방정식을 유도하여라. (중력 표시 불필요, 최종 결과는 주어진 기호로 표기)

(b) $k = 2,500$ N/m, $c = 300$ kg/s, $m = 40$ kg이고, 거리 L 은 0.04 m 이며, 바닥의 진동 변위 $y(t) = Y \cos \omega t$ 일 때, 응답 $\theta(t)$ 는 다음과 같다.

$$\theta(t) = (0.10 \text{ rad}) \sin(20t - 1.14)$$

감쇠기(damper)를 통해 윗면 고정부에 전달되는 힘의 크기는 몇 N인가?

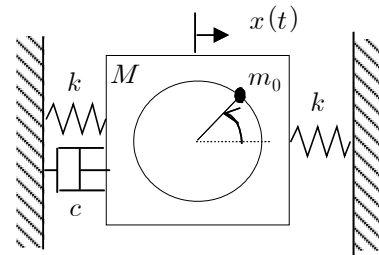
4.[6점] The response of an underdamped 1-DOF system excited by a harmonic sine force is

$$x(t) = A e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\omega_d t - \phi) + X \sin(\omega t - \theta)$$

(a) For the system of mass $m = 3.00$ kg, spring stiffness $k = 30,000$ N/m, and damping coefficient $c = 120$ kg/s, calculate the steady-state amplitude X and phase θ if the harmonic force is 900 N at 150 rad/s.

(b) For the system of damping ratio $\zeta = 0.125$ and undamped natural frequency $\omega_n = 40$ rad/s with excitation force $F(t) = F_0 \sin(10t)$ and the steady-state response $(0.004 \text{ m}) \sin(10t - 0.85)$, calculate the amplitude A and phase ϕ of the response if the system was initially at rest.

5.[6점] 그림과 같이 전체 질량 M 인 물체 내에서 편심 질량 m_0 가 원운동 반지름 r 로서 1초에 n 바퀴씩 회전한다. 회전 불균형에 따른 수평방향 진동을 해석한다.



(a) 질량 M 인 물체의 운동방정식을 유도하여라. (최종 결과는 문제에 주어진 기호만으로 표현해야 함)

(b) 편심 질량의 초당 회전수 n 이 20이고, 물체의 변위 진폭이 4 mm 일때, 물체의 진동으로 인해 스프링과 감쇠기(damper)를 통해 왼쪽 벽에 전달되는 힘의 크기는 몇 N인가? ($k = 20,000$ N/m, 고유진동수 $\omega_n = 150$ rad/s, 감쇠비 $\zeta = 0.10$)

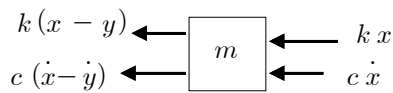
1. 서술 (핵심어 : 고유진동수, 구동진동수)

2. (a) O $T_b = \frac{2\pi}{|\omega_n - \omega|}$, $x_{\max} = \frac{2f_0}{|\omega_n^2 - \omega^2|} = \frac{2\pi}{|\omega_n - \omega|} \frac{2f_0/2\pi}{\omega_n + \omega} = T_b \frac{f_0/\pi}{\omega_n + \omega} \propto T_b$

(b) X $\frac{X_b}{Y} = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ 의 그래프

(c) O $\frac{m X_r}{m_0 e} = \frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ 의 그래프

3. (a)



뉴턴의 운동 제2법칙 $-k(x - y) - c(\dot{x} - \dot{y}) - kx - c\dot{x} = m\ddot{x}$
 $\Rightarrow m\ddot{x} + 2c\dot{x} + 2kx = c\dot{y} + ky$

(b) $y(t) = Y \cos(\omega t) = 25 \cos(10\pi t)$ mm $Y = 25$ mm, $\omega = 20\pi$ rad/s
 $\Rightarrow x(t) = X \cos(\omega t - \theta)$ $X = 7.5$ mm

$F_{tr}(t) = kx(t) + c\dot{x}(t) = kX \cos(\omega t - \theta) - c\omega X \sin(\omega t - \theta)$

$F_T = \sqrt{(kX)^2 + (-c\omega X)^2} = \sqrt{(k)^2 + (c\omega)^2} X$
 $= \sqrt{(16,000 \text{ N/m})^2 + [(3,300 \text{ Ns/m})(10\pi \text{ rad/s})]^2} (7.5 \text{ mm})$
 $= (104,900 \text{ N/m})(7.5 \times 10^{-3} \text{ m})$
 $= 787 \text{ N}$

4. (a) $m = 20$ kg, $c = 700$ kg/s, $k = 128,000$ N/m

$F(t) = F_0 \cos \omega t$, $F_0 = 500$ N, $\omega = 60$ rad/s

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{128,000 \text{ N/m}}{20 \text{ kg}}} = 80.0$ rad/s, $r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{60}{80} = 0.750$

$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{700 \text{ kg/s}}{2\sqrt{(20 \text{ kg})(128,000 \text{ kg/s}^2)}} = 0.2188$, $f_0 = \frac{500 \text{ N}}{20 \text{ kg}} = 25.0$ m/s²

$X = \frac{f_0}{\omega_n^2} \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = \frac{25.0 \text{ m/s}^2}{(80.0 \text{ rad/s})^2} \frac{1}{\sqrt{(1 - 0.75^2)^2 + [2(0.2188)(0.75)]^2}}$
 $= (0.003906 \text{ m})(1.8284) = 0.00714 \text{ m} = 7.14 \text{ mm}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta r}{1 - r^2} = \tan^{-1} \frac{2(0.2188)(0.75)}{1 - (0.75)^2} = \tan^{-1}(0.7502) = 0.644$ rad (= 36.9°)

(b) $x_0 = v_0 = 0$

$$\omega_d = \sqrt{1 - 0.125^2} (40 \text{ rad/s}) = 39.7 \text{ rad/s}, \quad \zeta \omega_n = (0.125)(40 \text{ rad/s}) = 5.00 \text{ rad/s}$$

$$x(t) = A e^{-5t} \sin(39.7t + \phi) + (0.004 \text{ m}) \cos(10t - 0.85)$$

$$\dot{x}(t) = (-5 \text{ rad/s}) A e^{-5t} \sin(39.7t + \phi) + (39.7 \text{ rad/s}) A e^{-5t} \cos(39.7t + \phi) - (10 \text{ rad/s})(0.004 \text{ m}) \sin(10t - 0.85)$$

$$x(0) = A \sin\phi + (0.004 \text{ m}) \cos(-0.85) = 0 \quad \Rightarrow \quad A \sin\phi = -0.00264 \text{ m} < 0$$

$$\dot{x}(0) = (-5 \text{ rad/s}) A \sin\phi + (39.7 \text{ rad/s}) A \cos\phi - (0.04 \text{ m/s}) \sin(-0.85) = 0$$

$$\Rightarrow A \cos\phi = [(5)(-0.00264) - (0.04)(0.751)]/39.7 \text{ m} = -0.001089 \text{ m} < 0$$

$\sin\phi < 0$ 이고 $\cos\phi < 0$ 이므로, $\pi < \phi < \frac{3}{2}\pi$

$$A = \sqrt{(-0.00264)^2 + (-0.001089)^2} \text{ m} = 0.00286 \text{ m} = 2.86 \text{ mm}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{-0.00264}{-0.001089} = \tan^{-1}(2.424) = 1.180 \text{ rad} (= 67.6^\circ)$$

$\pi < \phi < \frac{3}{2}\pi$ 이므로, $\phi = 1.180 + \pi \text{ rad} = 4.32 \text{ rad} (= 248^\circ)$

5. $k = 73,500 \text{ N/m}$, $\zeta = 0.1$, $m = 15 \text{ kg}$, $m_0 = 0.5 \text{ kg}$, $e = 0.20 \text{ m}$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{73,500 \text{ N/m}}{15 \text{ kg}}} = 70 \text{ rad/s}$$

(a) $N = 1,800 \text{ rpm} \Rightarrow \omega_r = 2\pi \frac{N}{60} = (2\pi \text{ rad}) \frac{1,800 \text{ rev/min}}{60 \text{ s/min}} = 188.50 \text{ rad/s}$

$$r = \frac{\omega_r}{\omega_n} = \frac{188.50 \text{ rad/s}}{70 \text{ rad/s}} = 2.693$$

$$X_r = \frac{m_0 e}{m} \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = \frac{(0.5 \text{ kg})(0.20 \text{ m})}{15 \text{ kg}} \frac{2.693^2}{\sqrt{(1-2.693^2)^2 + [2(0.1)(2.693)]^2}}$$

$$= (6.667 \times 10^{-3} \text{ m})(1.156) = 7.71 \times 10^{-3} \text{ m} = 7.71 \text{ mm}$$

(b) $F_T = 2,500 \text{ N}$

$$F_{tr}(t) = k x(t) + c \dot{x}(t) = k X \sin(\omega_r t - \theta) + c \omega_r X \cos(\omega_r t - \theta)$$

$$F_T = \sqrt{(kX)^2 + (c\omega_r X)^2} = \sqrt{k^2 + (c\omega_r)^2} X_r = m \sqrt{\omega_n^4 + (2\zeta\omega_n\omega_r)^2} X_r = m \omega_n^2 \sqrt{1 + (2\zeta r)^2} X_r$$

$$X_r = \frac{F_T}{m \omega_n^2 \sqrt{1 + (2\zeta r)^2}} = \frac{2,500 \text{ N}}{(73,500 \text{ N/m}) \sqrt{1 + [2(0.1)(1)]^2}} = 33.4 \times 10^{-3} \text{ m} = 33.4 \text{ mm}$$

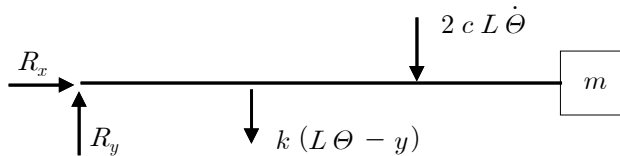
1. 서술 (핵심어 : 두 조화진동 합, 두 진동수의 차이)

2. (a) X 가진에 의해 역학적 에너지가 투입되므로 에너지가 증가함.

(b) O 스프링과 댐퍼(또는 shock absorber)

(c) X $\frac{m X_r}{m_0 e} = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ 의 그래프

3. (a)



$$\begin{aligned} \Sigma M_O &= I_O \ddot{\theta} & I_O &= m (3L)^2 = 9 m L^2 \\ -L [k (L\theta - y)] - 2L (2cL\dot{\theta}) &= 9 m L^2 \ddot{\theta} \\ \Rightarrow 9 m L^2 \ddot{\theta} + 4 c L^2 \dot{\theta} + k L^2 \theta &= k L y \\ \Rightarrow 9 m L \ddot{\theta} + 4 c L \dot{\theta} + k L \theta &= k y \end{aligned}$$

(b) $k = 2,500 \text{ N/m}$, $c = 300 \text{ kg/s}$, $m = 40 \text{ kg}$, $L = 0.04 \text{ m}$

$$\theta(t) = X \sin(\omega t - \theta) \quad X = 0.10 \text{ rad}, \quad \omega = 20 \text{ rad/s}, \quad \theta = 1.14 \text{ rad}$$

$$F_{tr}(t) = 2cL\dot{\theta} = -2cL\omega X \sin(\omega t - \theta)$$

$$F_T = 2cL\omega X = 2 (300 \text{ kg/s}) (0.04 \text{ m}) (20 \text{ rad/s}) (0.10 \text{ rad}) = 48.0 \text{ N}$$

4. (a) $m = 3.00 \text{ kg}$, $c = 120 \text{ kg/s}$, $k = 30,000 \text{ N/m}$

$$F(t) = F_0 \sin \omega t, \quad F_0 = 900 \text{ N}, \quad \omega = 150 \text{ rad/s},$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{30,000 \text{ N/m}}{3.00 \text{ kg}}} = 100 \text{ rad/s}, \quad r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{150}{100} = 1.50$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{120 \text{ kg/s}}{2\sqrt{(3.00 \text{ kg})(30,000 \text{ kg/s}^2)}} = 0.200, \quad f_0 = \frac{900 \text{ N}}{3.00 \text{ kg}} = 300 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{aligned} X &= \frac{f_0}{\omega_n^2} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = \frac{300 \text{ m/s}^2}{(100 \text{ rad/s})^2} \frac{1}{\sqrt{(1-1.50^2)^2 + [2(0.200)(1.50)]^2}} \\ &= (0.030 \text{ m})(0.7212) = 0.0216 \text{ m} = 21.6 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta r}{1-r^2} = \tan^{-1} \frac{2(0.200)(1.50)}{1-(1.50)^2} = \tan^{-1}(-0.480) = -0.448 \text{ rad} (= -25.6^\circ)$$

θ 는 감쇠로 인한 위상지연이므로 $0 < \theta < \pi$. 따라서 $\theta = -0.448 + \pi \text{ rad} = 2.69 \text{ rad} (= 154.4^\circ)$

(b) $x_0 = v_0 = 0$

$$\omega_d = \sqrt{1 - 0.125^2} (40 \text{ rad/s}) = 39.7 \text{ rad/s}, \quad \zeta \omega_n = (0.125)(40 \text{ rad/s}) = 5.00 \text{ rad/s}$$

$$x(t) = A e^{-5t} \cos(39.7t - \phi) + (0.004 \text{ m}) \sin(10t - 0.85)$$

$$\dot{x}(t) = (-5 \text{ rad/s}) A e^{-5t} \cos(39.7t - \phi) - (39.7 \text{ rad/s}) A e^{-5t} \sin(39.7t - \phi) \\ + (10 \text{ rad/s})(0.004 \text{ m}) \cos(10t - 0.85)$$

$$x(0) = A \cos\phi + (0.004 \text{ m}) \sin(-0.85) = 0 \quad \Rightarrow \quad A \cos\phi = 0.003005 \text{ m} > 0$$

$$\dot{x}(0) = (-5 \text{ rad/s}) A \cos\phi - (39.7 \text{ rad/s}) A \sin(-\phi) + (0.04 \text{ m/s}) \cos(-0.85) = 0 \\ \Rightarrow \quad A \sin\phi = [(5)(0.003005) - (0.04)(0.660)]/39.7 \text{ m} = -0.000287 \text{ m} < 0$$

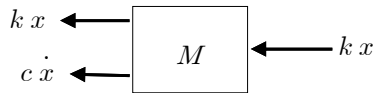
$$\sin\phi < 0 \text{ 이고 } \cos\phi > 0 \text{ 이므로, } -\frac{\pi}{2} < \phi < 0 \quad (\text{또는 } \frac{3\pi}{2} < \phi < 2\pi)$$

$$A = \sqrt{0.003005^2 + (-0.000287)^2} \text{ m} = 0.00302 \text{ m} = 3.02 \text{ mm}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{-0.000287}{0.003005} = \tan^{-1}(-0.0955) = -0.0952 \text{ rad} (= -5.46^\circ)$$

$$\text{또는 } 6.19 \text{ rad} (= 355^\circ)$$

5. (a)



$$-kx - c\dot{x} - kx = (M - m_0)\ddot{x} + m_0 \frac{d^2}{dt^2}(x + r \cos\omega_r t) \quad \omega_r = 2\pi n$$

$$= M\ddot{x} - m_0\ddot{x} + m_0\ddot{x} - m_0 r \omega_r^2 \cos\omega_r t$$

$$\Rightarrow \quad M\ddot{x} + c\dot{x} + 2kx = m_0 r \omega_r^2 \cos\omega_r t$$

$$\Rightarrow \quad M\ddot{x} + c\dot{x} + 2kx = m_0 r (2\pi n)^2 \cos(2\pi n t)$$

(b) $k = 20,000 \text{ N/m}, \quad \omega_n = 150 \text{ rad/s}, \quad \zeta = 0.10$

$$\omega_r = (2\pi \text{ rad})(20 \text{ rev/s}) = 40\pi \text{ rad/s} = 125.7 \text{ rad/s}$$

$$X_r = 4 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad x(t) = X_r \cos(\omega_r t - \theta)$$

$$F_{tr}(t) = kx(t) + c\dot{x}(t) = kX_r \cos(\omega_r t - \theta) - c\omega_r X_r \sin(\omega_r t - \theta)$$

$$F_T = \sqrt{(kX_r)^2 + (-c\omega_r X_r)^2} = \sqrt{k^2 + (c\omega_r)^2} X_r = m \sqrt{\omega_n^4 + (2\zeta\omega_n\omega_r)^2} X_r = k \sqrt{1 + (2\zeta r)^2} X_r$$

<방법1>

$$m = \frac{k}{\omega_n^2} = \frac{20,000 \text{ N/m}}{(150 \text{ rad/s})^2} = 0.889 \text{ kg}$$

$$c = 2m\omega_n\zeta = 2(0.889 \text{ kg})(150 \text{ rad/s})(0.10) = 26.67 \text{ kg/s}$$

$$F_T = \sqrt{k^2 + (c\omega_r)^2} X_r$$

$$= \sqrt{(20,000 \text{ N/m})^2 + [(26.67 \text{ kg/s})(125.7 \text{ rad/s})]^2} (4 \times 10^{-3} \text{ m}) = 81.1 \text{ N}$$

<방법2>

$$r = \frac{\omega_r}{\omega_n} = \frac{125.7}{150} = 0.838$$

$$F_T = k \sqrt{1 + (2\zeta r)^2} X_r = (20,000 \text{ N/m}) \sqrt{1 + [2(0.1)(0.838)]^2} (4 \times 10^{-3} \text{ m}) = 81.1 \text{ N}$$