1.[2점] 자동차의 실제 진동현상은 복잡하지만 단순화하여 해석할 수 있다. 이때 자동차의 bouncing 진동, pitching 진동, rolling 진동, yawing 진동이 무엇인지 각각 서술형으로 설명하라.

2.[6점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ( ) 안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) ‘진동’이란 반복적인 에너지 변환에 따른 운동으로서, 가령 스프링에 매달린 질량체의 경우에 스프링의 변형에너지와 질량체의 중력방향 위치에너지 간의 반복적인 에너지 변환에 따른 운동이다. ( )

판단 근거 :

(b) 공작기계의 공구 이송장치에 부정적인 진동을 회피하기 위하여 부족감쇠운동 보다는 과도감쇠운동을 하도록 설계하는데, 감쇠계수를 크게 할수록 공구가 제자리를 더 빠르게 찾아간다. ( )

판단 근거 :

(c) 탄성체 축과 강체 원판으로 이루어져서 원판이 회전 진동함에 따라 축이 비틂 진동을 하는 1자유도계가 있다. 축의 질량은 무시할 만하다. 이 축의 단면적을 반으로 줄이면 고유진동수도 반으로 작아진다.

판단 근거 : ( )

3.[6점] Consider a 1-DOF (degree-of-freedom) spring-mass-damper system.

(a) The system has a mass of 9.80 kg, damping coefficient of 350 N/(m/s), and stiffness of 15680 N/m. Calculate the oscillating period T in s for the damped system.

(b,c) The free response has the following form.

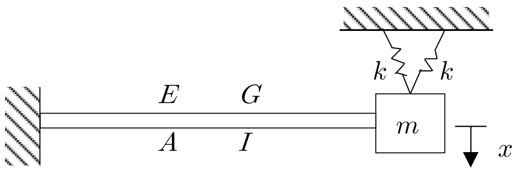
$$x(t) = A\, e^{-\zeta\omega_n t}\, \cos(\omega_d t - \phi)$$

For the system with the undamped natural frequency ω_n = 1800 rad/s and the damping ratio ζ = 0.260, determine the amplitude A in mm and phase ϕ in radian when the initial displacement x_0 is -7.50 mm and the initial velocity v_0 is 0.

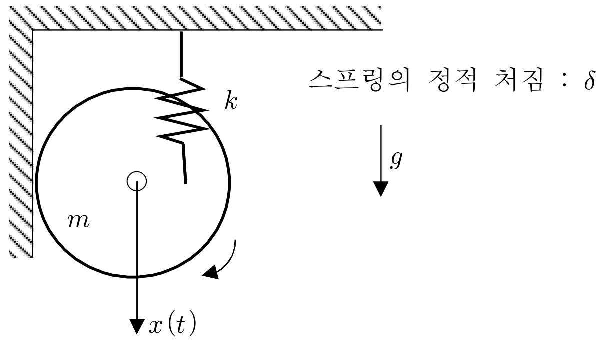
4.[6점] 다음 물음에 답하여라.

(a) 아파트 층간소음 규정에 따라 현재의 소음레벨 49 dB을 43 dB로 낮추어야 한다면, 현재 소음의 음압(sound pressure)은 몇 Pa이고, 이는 43 dB소음의 음압의 몇 배인가?

(b,c) 그림과 같이 길이 L인 탄성 외팔보에 집중질량m이 붙어 있고, 질량체는 강성 k인 경사진 스프링 2개에 매달려 있다. 스프링은 수직방향과 30° 경사를 이루고, 외팔보의 질량은 무시할 만하다. 이 시스템 전체의 등가 스프링상수 k_{eq}를 구하고, 질량체의 상하 진동에 대한 진동수 ω_n을 표현하여라. (문제 본문에 언급되지 않고 그림에만 표기된 기호를 사용하면, 그 기호의 의미를 제시하여야 함.)



5.[6점] 다음 그림에 보인 1자유도계에서, 원판은 균일한 강체로서 질량이 m이고 반지름이 R이며 (질량관성모멘트는 $\frac{1}{2}mR^2$), 미끄럼 없이 상하방향으로 구른다. 강성이 k인 스프링의 한쪽 끝은 천정에 고정되어 있고, 다른 쪽 끝은 원판의 중심에서 옆으로 $\frac{R}{2}$인 지점에 결합되어 있을 때 정적 평형을 유지하고 있다. 진동할 때 변위를 $x(t)$라 한다.



(a) 이 시스템의 운동에너지(kinetic energy)를 그림에 표시된 기호들로 표현하여라.

(b) 이 시스템의 위치에너지(potential energy)를 그림에 표시된 기호들로 표현하여라.

(c) 에너지방법에의해 운동방정식을 유도하고, 고유진동수 ω_n을 표현하여라.

기 계 진 동 학 　　 2013년 시험1 (나반) [26점] 　　 2013. 4. 11.

1.[2점] 진동 설계란 무엇이며, 그 방법 중 진동 해석은 무엇이고 장점은 무엇인지를 서술형으로 설명하라.

2.[6점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ( ) 안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) 스프링-댐퍼-질량체로 구성된 1자유도 부족감쇠계의 자유진동은 시간이 흐름에 따라 질량체의 운동폭이 작아지고 진동 주기도 짧아진다. ( )

판단 근거 :

(b) 단면이 직사각형인 외팔보의 끝에 질량체가 붙어있고 보의 질량을 무시할 수 있을 때, 보의 길이가 2배이고 직사각형 단면의 높이가 2배인 경우의 상하방향 고유진동수는 본래의 외팔보의 고유진동수와 같다.

판단근거 : ( )

(c) 코일 스프링(helical spring)의 설계를 변경할 때, 본래의 철사보다 단면 지름이 1.5배인 철사를 사용하고 코일 지름을 1.5배로 하며 감은 회수도 1.5배로 하면 본래의 스프링과 강성이 같다. ( )

판단 근거 :

3.[6점] Consider a 1-DOF (degree-of-freedom) spring-mass-damper system.

(a) The system has a mass of 8.50 kg, damping coefficient of 320 N/(m/s), and stiffness of 21250 N/m. Calculate the damped natural frequency f_d in Hz.

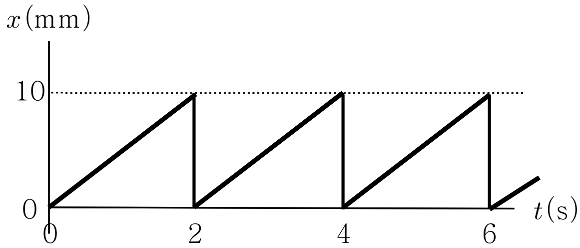
(b,c) The free response has the following form.

$$x(t) = A\, e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

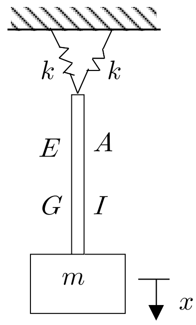
For the system with the undamped natural frequency ω_n = 2450 rad/s and the damping ratio ζ = 0.280, determine the amplitude A in mm and phase ϕ in radian when the initial displacement x_0 is -5.40 mm and the initial velocity v_0 is 0.

4.[6점] 다음 물음에 답하여라.

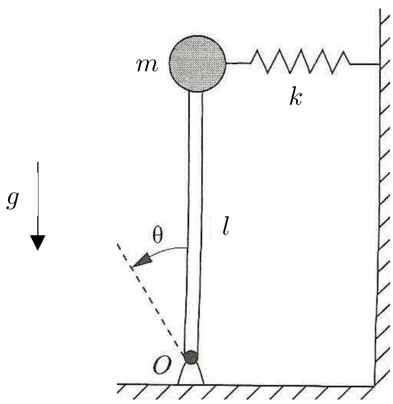
(a) 자동차 엔진의 한 밸브의 운동 변위를 관찰하니 아래 그래프와 같을 때, 변위의 RMS(root-mean-squre) 평균값 x_{rms}를 계산하여라.



(b,c) 그림과 같이 길이 L인 탄성 봉에 집중질량 m이 매달려 있고, 탄성봉의 위쪽은 강성 k인 경사진 스프링 2개에 매달려 있다. 스프링은 수직방향과 30° 경사를 이루고, 탄성 봉의 질량은 무시할 만하다. 이 시스템 전체의 등가 스프링상수 k_{eq}를 구하고, 질량체의 상하 진동에 대한 고유진동수 ω_n을 표현하여라. (문제 본문에 언급되지 않고 그림에만 표기된 기호를 사용하면, 그 기호의 의미를 제시하여야 함.)



5.[6점] 어떤 기계요소가 아래 그림에 나타낸 것처럼 스프링에 연결된 도립진자(inverted pendulum)로 모델링될 수 있다. 진자 막대의 질량은 무시할 만하고, 진자의 회전각이 매우 작아서 스프링은 수평방향으로만 변형이 일어난다고 가정한다.



(a) 이 시스템의 운동에너지(kinetic energy)와 위치에너지(potential energy)를 표현하여라.

(b) 에너지방법에의해 운동방정식을 유도하고, 고유진동수 ω_n을 표현하여라.

기 계 진 동 학 2013년 시험1 (가반) 해 답

1. 서술 (핵심어 : bouncing – 상하방향,
   pitching – 옆에서 볼 때,
   rolling – 앞에서 볼 때,
   yawing – 위에서 볼 때)

2. (a) X 변형에너지를 포함한 위치에너지와 운동에너지 간의 반복적인 에너지 변환

   (b) X 과도감쇠운동에서 감쇠비 ζ가 클수록 느리게 수렴함. (실습 때 관찰, 출입문 관찰 등)

   (c) O $k = \dfrac{GJ_p}{L}$ 이고, $J_p = \dfrac{1}{2}\pi r^4 = \dfrac{1}{2\pi}(\pi r^2)^2 = \dfrac{1}{2\pi}A^2$ 이므로, $\sqrt{\dfrac{k}{m}} \propto A$

3. (a) m = 9.80 kg, c = 350 N/(m/s), k = 15,680 N/m

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{15{,}680\ \mathrm{N/m}}{9.80\ \mathrm{kg}}} = 40.0\ \mathrm{rad/s}$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{350\ \mathrm{kg/s}}{2\sqrt{(9.80\ \mathrm{kg})(15{,}680\ \mathrm{N/m})}} = 0.4464$$

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.4464^2}\ (40.0\ \mathrm{rad/s}) = 35.79\ \mathrm{rad/s}$$

$$T = \frac{1}{f_d} = \frac{2\pi\ \mathrm{rad}}{\omega_d} = \frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{35.79\ \mathrm{rad/s}} = 0.1755\ \mathrm{s}$$

(b,c) ω_n = 1,800 rad/s, ζ = 0.260, x_0 = -7.50 mm, v_0 = 0.

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.260^2}\ (1{,}800\ \mathrm{rad/s}) = 1738.1\ \mathrm{rad/s}$$

$$\zeta\omega_n = (0.260)(1{,}800\ \mathrm{rad/s}) = 468\ \mathrm{rad/s}$$

$$x(t) = A\ e^{-\zeta\omega_n t}\ \cos(\omega_d t - \phi)$$

$$\dot{x}(t) = A\ e^{-\zeta\omega_n t}\ [-\zeta\omega_n\ \cos(\omega_d t - \phi) - \omega_d\ \sin(\omega_d t - \phi)]$$

$$x(0) = A\ \cos\phi = x_0 = -7.50\ \mathrm{mm}\ < 0\ \cdots ①$$

$$\dot{x}(0) = A\ (-\zeta\omega_n\ \cos\phi + \omega_d\ \sin\phi) = v_0 = 0$$

$$\Rightarrow\quad A\ \sin\phi = \frac{\zeta\omega_n x_0}{\omega_d} = \frac{(468\ \mathrm{rad/s})(-7.50\ \mathrm{mm})}{1738.1\ \mathrm{rad/s}} = -2.019\ \mathrm{mm}\ < 0\ \cdots ②$$

$$①^2 + ②^2 \quad\Rightarrow\quad A = \sqrt{(-7.50\,\mathrm{mm})^2 + (-2.019\,\mathrm{mm})^2} = 7.77\ \mathrm{mm}$$

$$① \div ② \quad\Rightarrow\quad \phi = \tan^{-1}\frac{-2.019}{-7.50} = \tan^{-1}(0.2692) = 15.07° = 0.263\ \mathrm{rad}$$

$\sin\phi<0$ 이고 $\cos\phi<0$ 이므로, ϕ는 3사분면의 각도이어야 함.

$\Rightarrow\quad \phi$ = 0.263 rad + π rad = 3.40 rad

4. (a) $S = 20\ \log\dfrac{p}{p_0}$, $p_0 = 2\times10^{-5}$ Pa

$$\Rightarrow \quad p = p_0\ 10^{\frac{S}{20}} = p_0\ 10^{\frac{49}{20}} = 282\ p_0 = 282\ (2\times10^{-5}\ \text{Pa}) = 5.64\times10^{-3}\ \text{Pa}$$

$$S_2 - S_1 = 20\ \log\frac{p_2}{p_0} - 20\ \log\frac{p_1}{p_0} = 20\ \log\frac{p_2}{p_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = 10^{\frac{S_2 - S_1}{20}} = 10^{\frac{49-43}{20}} = 1.995 \approx 2$$

(b,c) 병렬연결 된 경사 스프링 결합체와 횡강성 외팔보의 병렬연결

$$k_1 = 2\ k\ \cos^2 30° = \frac{3}{2}k$$

$k_2 = \dfrac{3EI}{L^3}$ E : 탄성계수(Young's modulus), I : 면적관성모멘트(2차 모멘트)

$$k_{eq} = k_1 + k_2 = \frac{3}{2}k + \frac{3EI}{L^3}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \sqrt{\frac{1}{m}\left(\frac{3}{2}k + \frac{3EI}{L^3}\right)}$$

5. (a) $T_1 = \dfrac{1}{2}m\,v^2 = \dfrac{1}{2}m\,\dot{x}^2$

$$T_2 = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m\,R^2\right)\left(\frac{\dot{x}}{R}\right)^2 = \frac{1}{4}m\,\dot{x}^2$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2}m\,\dot{x}^2 + \frac{1}{4}m\,\dot{x}^2 = \frac{3}{4}m\,\dot{x}^2$$

(b) 정적 처짐 : $m\,g\,R - k\,\delta\left(\dfrac{3}{2}R\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad m\,g - \dfrac{3}{2}k\,\delta = 0$

$$U_1 = -m\,g\left(\frac{2}{3}\delta + x\right)$$

$$U_2 = \frac{1}{2}k\left(\delta + \frac{3}{2}x\right)^2$$

$$U = U_1 + U_2 = -m\,g\left(\frac{2}{3}\delta + x\right) + \frac{1}{2}k\left(\delta + \frac{3}{2}x\right)^2$$

(c) $\dfrac{d}{dt}(T + U) = 0$

$$= \frac{d}{dt}\left[\frac{3}{4}m\,\dot{x}^2 - m\,g\left(\frac{2}{3}\delta + x\right) + \frac{1}{2}k\left(\delta + \frac{3}{2}x\right)^2\right]$$

$$= \frac{3}{2}m\,\dot{x}\,\ddot{x} - m\,g\,\dot{x} + k\left(\delta + \frac{3}{2}x\right)\frac{3}{2}\dot{x} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3}{2}m\,\ddot{x} - m\,g + \frac{3}{2}k\,\delta + \frac{9}{4}k\,x = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3}{2}m\,\ddot{x} + \frac{9}{4}k\,x = 0$$

운동방정식 $m\,\ddot{x} + \dfrac{3}{2}k\,x = 0$

고유진동수 $\omega_n = \sqrt{\dfrac{3k}{2m}}$

기 계 진 동 학 　　　　　2013년 시험1 (나반) 해 답

1. 서술 (핵심어 : 진동설계 - 진동 억제 또는 진동 활용, 진동의 모양이나 성능
진동해석 - 단순화, 식, 해, 성능 예측.
장점 - 시간과 비용)

2. (a) X $e^{-\zeta\omega_n t}$ 에 의해 운동 폭이 작아지나, 진동 주기 $T = \dfrac{2\pi \text{ rad}}{\omega_d}$ 는 일정함.

(b) O $k = \dfrac{3EI}{L^3}$ 이고 $I = \dfrac{1}{12}bh^3$ 이므로, $k \propto \left(\dfrac{h}{L}\right)^3$

(c) O $k = \dfrac{Gd^4}{64nR^3}$ 이므로, $k \propto \dfrac{d^4}{nR^3}$

3. (a) m = 8.50 kg, c = 320 N/(m/s), k = 21,250 N/m

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{21{,}250 \text{ N/m}}{8.50 \text{ kg}}} = 50.0 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{320 \text{ kg/s}}{2\sqrt{(8.50\text{ kg})(21{,}250\text{ N/m})}} = 0.3765$$

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.3765^2}\ (50.0 \text{ rad/s}) = 46.32 \text{ rad/s}$$

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi \text{ rad}} = \frac{46.32 \text{ rad/s}}{2\pi \text{ rad}} = 7.37 \text{ Hz}$$

(b,c) ω_n = 2,450 rad/s, ζ = 0.280, x_0 = -5.40 mm, v_0 = 0.

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.280^2}\ (2{,}450 \text{ rad/s}) = 2{,}352 \text{ rad/s}$$

$$\zeta\omega_n = (0.280)\ (2{,}450 \text{ rad/s}) = 686 \text{ rad/s}$$

$$x(t) = A\ e^{-\zeta\omega_n t}\ \sin(\omega_d t + \phi)$$

$$\dot{x}(t) = A\ e^{-\zeta\omega_n t}\ [-\zeta\omega_n\ \sin(\omega_d t + \phi) + \omega_d\ \cos(\omega_d t + \phi)]$$

$$x(0) = A\ \sin\phi = x_0 = -5.40 \text{ mm} \ < 0 \quad \cdots ①$$

$$\dot{x}(0) = A\ (-\zeta\omega_n\ \sin\phi + \omega_d\ \cos\phi) = v_0 = 0$$

$$\Rightarrow \quad A\ \cos\phi = \frac{\zeta\omega_n x_0}{\omega_d} = \frac{(686 \text{ rad/s})(-5.40 \text{ mm})}{2{,}352 \text{ rad/s}} = -1.575 \text{ mm} \ < 0 \quad \cdots ②$$

$$①^2 + ②^2 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{(-5.40\text{ mm})^2 + (-1.575\text{ mm})^2} = 5.63 \text{ mm}$$

$$① \div ② \quad \Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1}\frac{-5.40}{-1.575} = \tan^{-1}(3.429) = 73.7° = 1.287 \text{ rad}$$

$\sin\phi<0$ 이고 $\cos\phi<0$ 이므로, ϕ는 3사분면의 각도이어야 함.

$\Rightarrow$ ϕ = 1.287 rad + π rad = 4.43 rad (또는 ϕ = 1.287 rad - π rad = -1.855 rad)

4. (a) 주기 T = 2 s, $0 \le t \le 2$s 에서 $x(t) = 5t$

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [x(t)]^2\,dt}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{2}\int_0^2 [5t]^2\,dt} = 5\sqrt{\frac{1}{2}\int_0^2 t^2\,dt}$$
$$= 5\sqrt{\frac{1}{6}[t^3]_0^2} = 5\sqrt{\frac{8}{6}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = 5.77 \text{ (mm)}$$

(b) 병렬연결 된 경사 스프링 결합체와 종진동 봉의 직렬연결

$$k_1 = 2\,k\,\cos^2 30° = \frac{3}{2}k$$

$$k_2 = \frac{EA}{L}$$ E : 탄성계수(Young's modulus), A : 단면적

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{2}{3k} + \frac{L}{EA} = \frac{2EA + 3kL}{3kEA}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}} = \sqrt{\frac{3kEA}{m(2EA + 3kL)}}$$

5. (a) $T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta})^2 = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$

$$U_1 = -mgh = -mgl\,(1 - \cos\theta)$$
$$U_2 = \frac{1}{2}k(l\theta)^2 = \frac{1}{2}kl^2\theta^2$$
$$U = U_1 + U_2 = -mgl\,(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2}kl^2\theta^2$$

(b) $\frac{d}{dt}(T+U) = 0$

$$= \frac{d}{dt}[\frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 - mgl\,(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2}kl^2\theta^2]$$
$$= ml^2\dot{\theta}\ddot{\theta} - mgl\,\sin\theta\,\dot{\theta} + kl^2\theta\dot{\theta} = 0$$
$$\Rightarrow \quad ml^2\ddot{\theta} - mgl\,\sin\theta + kl^2\theta = 0$$
$$\Rightarrow \quad ml\ddot{\theta} - mg\,\sin\theta + kl\theta = 0$$

회전각이 매우 작음. $\theta \approx 0 \quad \Rightarrow \quad \sin\theta \approx \theta$

$$ml\ddot{\theta} - mg\,\theta + kl\theta = 0$$

운동방정식 $ml\ddot{\theta} + (kl - mg)\,\theta = 0$

고유진동수 $\omega_n = \sqrt{\frac{kl - mg}{ml}} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{g}{l}}$