기 계 진 동 학	2011년 시험2 (가반) [26점]	2011. 5. 3.

1.[2점] 모터와 같이 회전체가 있는 기계에서 위험속도(또는 위험 회전수)란 무엇인지 서술하고, 고속 회전 모터에서 이러한 위험 상황을 회피하는 설계 방안을 제시하라.

2.[6점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ( ) 안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) 약간 느슨해진 기타(guitar) 줄의 라(La)음을 튀기며 소리굽쇠로 440 Hz 음을 발생시키니 맥놀이 현상이 나타났다. 조율이 될 때까지 기타 줄을 조여가는 과정에서 맥놀이 주기 시간은 점점 짧아진다. ( )

판단 근거 :

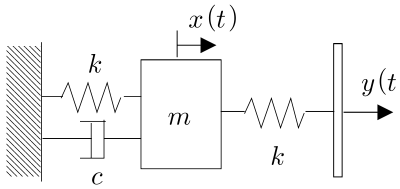
(b) 사각 철판이 네 모퉁이에서 스프링과 댐퍼로 구성된 방진장치로 받쳐지고 있어서 바닥의 진동 변위보다 철판의 진동 변위가 작다면, 사각 철판 대신 매우 가벼운 사각 종이판이 방진장치로 받쳐질 때 종이판의 진동 변위도 바닥의 진동 변위보다 작다. ( )

판단 근거 :

(c) 방진 테이블 위에 설치해 놓은 모터가 회전불균형 때문에 진동할 때, 바닥으로 전달되는 힘을 최소화 하기 위해서는 테이블 방진장치의 강성을 작게 하고 감쇠를 작게 하는 게 좋다. ( )

판단 근거 :

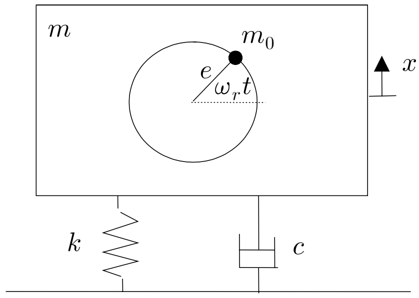
3.[6점] 감쇠기(damper)와 2개의 스프링이 질량 m인 물체에 그림과 같이 결합한 1자유도계가 우측에서 진동 변위 $y(t)$의 가진을 받고 있다. 좌측 벽은 고정되어 있다. 질량 m인 물체의 진동 변위를 $x(t)$라고 한다.



(a) 질량 m인 물체에 가해지는 힘들을 나타내는 자유물체도(free-body diagram)를 작성하고, 운동방정식을 뉴튼법칙에 따라 유도하라.

(b) 가진 변위가 $y(t) = Y \sin(20\pi t)$ mm 이고, 물체의 응답 변위 진폭이 6.0 mm 라 할 때, 좌측 벽에 전달되는 힘의 크기는 몇 N인가? (k = 12000 N/m, c = 3400 N·s/m)

4.[6점] Consider a typical unbalanced machine problem as shown below with a machine mass of 120 kg, a mount stiffness of 500 kN/m, and a damping value of 4000 kg/s. The amplitude of the out-of-balance force is measured to be 350 N at a running speed of 3600 rev/min. The machine vibrates in the vertical direction.



(a) Determine the frequency ratio and damping ratio.

(b) Determine the amplitude of motion due to the out of balance.

(c) If the out-of-balance mass is estimated to be 1.5 % of the total mass, estimate the value of e.

5.[6점] 질량 m, 강성 k, 감쇠계수 c인 요소들로 구성된 1자유도계에 일정한 크기 F_0의 조화가진력이 가해질 때의 정상상태 응답(steady-state response)을 구하였더니 진폭이 다음과 같이 표현되었다.

$$X = \frac{F_0}{k}\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

여기서 진동수 비 r은 가진진동수 ω와 고유진동수 ω_n의 비이고, 감쇠비 ζ는 감쇠계수와 임계감쇠계수의 비이다. 진폭 X를 F_0/k로 나누면 정규화진폭이 된다.

(a) 감쇠비 ζ가 0, 0.5, 0.7인 경우에 대하여, 정규화 진폭 $\overline{X}$을 진동수 비 r의 함수로 하여 그래프를 작성하라.

(b) (a)의 그래프와 연관하여, 정상상태 응답의 진폭을 작게 하는 설계 파라미터 m, c, k의 값을 각각 크게 할지 작게 할지 선택하고 그 이유를 설명하라.

(c) 응답은 정상상태 응답과 과도 응답(transient response)으로 구성된다. 두 가지 응답의 차이점을 시간에 따른 진폭 변화와 진동수 관점에서 설명하라.

기 계 진 동 학　　2011년 시험2 (나반) [26점]　　2011. 5. 3.

1.[2점] 축구경기에서 어떤 선수가 프리킥 한 공은 회전하지 않고 진동하며 날아간다. 이 공이 진동하는 원리를 서술하라. 또한 이와 같은 원리로 진동이 나타나는 사례를 두 가지 제시하라.

2.[6점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ( ) 안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) 440 Hz 소리굽쇠가 진동하여 내는 소리와 멜로디온 라(La)음을 동시에 발생시켰더니 0.2초 주기의 맥놀이(beat)현상이 나타났다. 동일한 소리굽쇠 소리와 기타 라(La)음을 동시에 발생시켰더니 0.2초 주기의 맥놀이 현상이 나타났다. 두 악기의 라(La)음을 동시에 발생시켰더니 맥놀이 현상이 나타났다면, 이 때의 맥놀이 주기는 0.1초이다. (　　)

판단 근거 :

(b) 테이블을 스프링과 댐퍼로 지탱하여 바닥의 진동보다 테이블의 진동이 작게 나타나고 있을 때, 스프링 상수 값을 작게 하고 감쇠계수 값을 작게 할수록 진동 전달이 작아진다. (　　)

판단 근거 :

(c) 고속으로 회전하는 모터에서 회전수를 증가시킬수록 진동이 커진다. (　　)

판단 근거 :

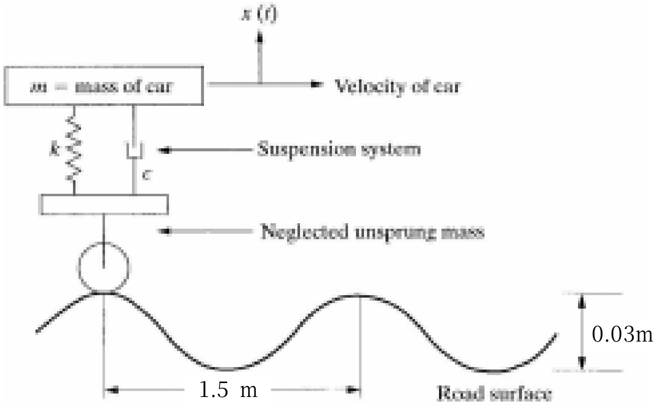
3.[3점] k = 15000 N/m, m = 5 kg이고, $F(t)$ = 800 sin(81.6t) N의 조화가진력을 받는 스프링-질량 시스템의 전체 응답을 구하라. 초기 변위는 0.01 m, 초기 속도는 20 m/s 이다.

4.[3점] 1자유도 감쇠계로 단순화되는 바닥가진 문제에서 진동 변위 전달률 X_b/Y는 다음과 같다.

$$\frac{X_b}{Y} = \frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

감쇠비 ζ가 0, 0.5, 0.7인 경우에 대하여 진동 변위 전달률 X_b/Y를 진동수 비 r의 함수로 그래프를 그려라.

5.[6점] Consider a single-degree-of freedom model of an automobile driving over a road as shown below. The road surface is approximated as sinusoidal in cross-section providing a base motion displacement of $y(t)$ = Y sin$\omega_b t$. The mass of the automobile is 750 kg, and its speed is 20 km/h.

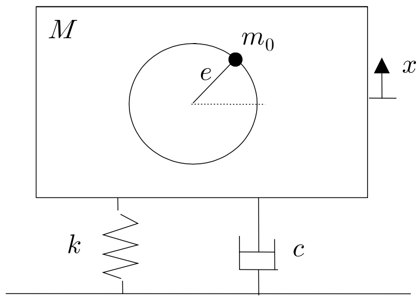


(a) Determine the values of Y and ω_b.

(b) Determine the amplitude X_b of the automobile vibration when the undamped natural frequency ω_n is 13.5 rad/s and damping ratio ζ is 0.180.

(c) Determine the magnitude of the force transmitted to the car through the suspension system, if the amplitude of the automobile vibration is 0.0319 m.

6.[6점] 그림과 같이 전체 질량이 M인 물체 내에서 편심 질량이 각각 m_0인 회전체가 회전 반지름 e로서 1분에 N바퀴씩 회전하고 있다. 회전 불균형에 따른 수직방향 진동을 해석한다.



(a) 질량 M인 물체 주변에 작용하는 외력을 나타내는 자유물체도(free-body diagram)를 그리고, 운동방정식을 뉴튼법칙에 따라 유도하라. (최종 결과는 문제에 주어진 기호만 사용하여 표현함)

(b) 회전수 N이 1200 rpm이고, 전체 질량 M이 10 kg이며, 편심 질량 m_0가 0.2 kg이고, 회전 반지름 e는 0.05 m이다. 스프링의 강성 k가 15,000 N/m이고, 댐퍼의 감쇠계수 c가 300 kg/s이다. 물체의 변위 진폭은 몇 mm인가?

(c) (b)와 같은 조건에서, 바닥에 전달되는 힘의 크기를 구하라.

기 계 진 동 학　　　　2011년 시험2 (가반)　해 답

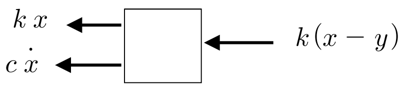
1. 서술 ([핵심어] 위험속도 : 고유진동수, 회전진동수, 공진.
위험 회피 : 고유진동수 작게, 질량 크게, 강성 작게.)

2. (a) X　　$T_b = \dfrac{2\pi}{|\omega_n - \omega|}$ 이므로, $|\omega_n - \omega|$ 가 작아질수록 T_b 가 커짐

(b) X　　$\dfrac{X_b}{Y}$ 그래프에서, $m \approx 0$ 이면 ω_n 이 상당히 크므로 진동수 비 $r \approx 0$ 이 되어 $\dfrac{X_b}{Y} \approx 1$

(c) O　　힘 전달률 그래프(우연히 X_b/Y 그래프와 일치)에서, k를 작게 하면 ω_n이 작아서
진동수 비 r이 크므로 힘 전달이 작음. 이때 감쇠비 ζ가 작은 게 유리함.

3. (a)



$$-c\,\dot{x}(t) - k\,x(t) - k[x(t) - y(t)] = m\,\ddot{x}(t) \qquad \Rightarrow \qquad m\,\ddot{x}(t) + c\,\dot{x}(t) + 2\,k\,x(t) = k\,y(t)$$

(b) $y(t) = Y\ \sin(20\pi\,t)$ mm　　$\Rightarrow$　　$x(t) = X\ \sin(20\pi\,t\ -\ \theta)$

$F_{tr}(t) = k\,x(t) + c\,\dot{x}(t) = k\,X\ \sin(20\pi\,t - \theta) + c\ (20\pi)\ X\ \cos(20\pi\,t - \theta)$

$F_T = \sqrt{(k\,X)^2 + [c\,(20\pi)\,X]^2} = \sqrt{(k)^2 + [c\,(20\pi)]^2}\ X$

$= \sqrt{(12000\ \mathrm{N/m})^2 + [(3400\ \mathrm{Ns/m})\,(20\pi\ \mathrm{rad/s})]^2}\ (6.0\ \mathrm{mm}) = (214000\ \mathrm{N/m})\ (6.0\times10^{-3}\ \mathrm{m})$

$= 1284$ N

4. $m = 120$ kg,　$k = 500$ kN/m,　$c = 4000$ kg/s,　$N = 3600$ rpm,　$F_0 = 350$ N

(a) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{500\times10^3\ \mathrm{kg/s^2}}{120\ \mathrm{kg}}} = 64.5$ rad/s,　$\omega_r = \dfrac{(2\pi\ \mathrm{rad})\,(3{,}600\ /\mathrm{min})}{60\ \mathrm{s/min}} = 377$ rad/s

$r = \dfrac{377}{64.5} = 5.84$,　　$\zeta = \dfrac{4000\ \mathrm{kg/s}}{2\sqrt{(120\ \mathrm{kg})(500\times10^3\ \mathrm{N/m})}} = 0.258$

(b) $X = \dfrac{m_0\,e}{m}\dfrac{\omega_r^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_r^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_r)^2}}$　　$(m_0\,e\,\omega_r^2 = F_0)$

$= \dfrac{F_0}{m\,\omega_r^2}\dfrac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$

$= \dfrac{(350\ \mathrm{N})}{(120\ \mathrm{kg})\,(377\ \mathrm{rad/s})^2}\dfrac{5.84^2}{\sqrt{(1-5.84^2)^2 + [2(0.258)(5.84)]^2}} = (2.052\times10^{-5}\ \mathrm{m})(1.026)$

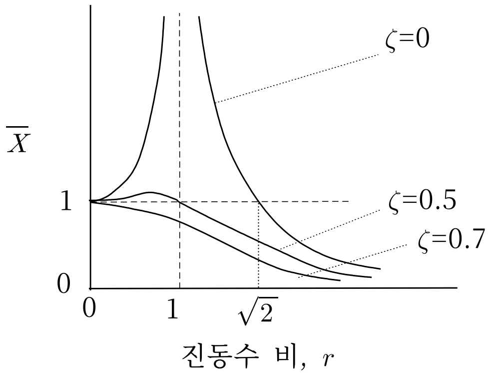
$= 2.105\times10^{-5}$ m $= 0.0211$ mm

(c) $\dfrac{m_0}{m} = 0.015$

$m_0 = 0.015\ m = 0.015\ (120\ \mathrm{kg}) = 1.80$ kg

$e = \dfrac{F_0}{m_0\omega_r^2} = \dfrac{350\ \mathrm{N}}{(1.80\ \mathrm{kg})\,(377\ \mathrm{rad/s})^2} = 1.368\times10^{-3}$ m $= 1.368$ mm

5. (a)



(b) 1. 감쇠는 응답진폭을 감소시키므로, 감쇠계수 c를 크게 한다.
2. 감쇠가 작을 때라도 진동수 비가 매우 크면 진폭이 작으므로, 진동수 비를 크게 하기 위해서 고유진동수를 작게 하는 방안으로 질량 m을 크게 하거나 강성 k를 작게 한다.

(c) 과도응답(transient response)은 감쇠로 인해 시간에 따라 진폭이 감소하고, 감쇠 고유진동수로 진동한다.
정상상태응답(steady-state response)은 일정한 크기의 진폭을 유지하고, 구동 진동수로 진동한다.

기 계 진 동 학 2011년 시험2 (나반) 해 답

1. 서술 (핵심어 : 와류(vortex), 조화가진력),
   사례 : 바람에 의한 교량 상판 진동, 강물에 의한 교량 교각 진동, 해류에 의한 해양 구조물 진동,
   바람에 의한 국기게양대 진동, 바람에 의한 풍력발전기 타워 진동 등

2. (a) O $\dfrac{2\pi}{|\omega_1-\omega_0|}$ = 0.2 s $\Rightarrow$ $\omega_1-\omega_0 = \pm\dfrac{2\pi\,\text{rad}}{0.2\,\text{s}}$

   마찬가지로 $\omega_2-\omega_0 = \pm\dfrac{2\pi\,\text{rad}}{0.2\,\text{s}}$

   $(\omega_1-\omega_0)$ - $(\omega_2-\omega_0)$ = $\dfrac{2\pi\,\text{rad}}{0.2\,\text{s}}$ - $\left(\pm\dfrac{2\pi\,\text{rad}}{0.2\,\text{s}}\right)$ = 0 또는 $\pm\dfrac{4\pi\,\text{rad}}{0.2\,\text{s}}$

   맥놀이 현상이 나타났다면, $\omega_1-\omega_2 = \pm\dfrac{4\pi\,\text{rad}}{0.2\,\text{s}}$, $\dfrac{2\pi}{|\omega_1-\omega_2|}$ = 0.1 s

   (b) O $\dfrac{X_b}{Y}$ 그래프에서, 진동수 비 r이 $\sqrt{2}$보다 큰 상황에서, k값을 작게 하면 r값이 커져서 진동전달률이 작아지고, 감쇠비 ζ 값이 작을 수록 진동전달률이 작아진다.

   (c) X 회전불균형 진동의 정규화진폭 mX_r/m_0e 그래프에서, 회전진동수 ω_r이 고유진동수 ω_n과 유사할 때에는 진폭이 크지만, 회전진동수 ω_r이 커질수록 진폭이 작아진다.

3. k = 15000 N/m, m = 5 kg, $F(t)$ = 800sin(81.6t) N, x_0 = 0.01 m, v_0 = 20 m/s

   $\omega_n = \sqrt{\dfrac{15000\,\text{N/m}}{5\,\text{kg}}}$ = 54.8 rad/s, $f_0 = \dfrac{800\text{ N}}{5\text{ kg}}$ = 160 m/s^2

   $\dfrac{f_0}{\omega_n^2-\omega^2} = \dfrac{(160\,\text{m/s}^2)}{(54.8\,\text{rad/s})^2-(81.6\,\text{rad/s})^2}$ = -0.0437 m, X = 0.0437 m

   [풀이 1]

   $x(t) = A_1 \sin\omega_n t + A_2 \cos\omega_n t - X \sin 81.6t$

   $x(0) = A_2 = x_0$ $\Rightarrow$ A_2 = 0.01 m

   $\dot{x}(0) = \omega_n A_1 - (81.6)X = v_0$ $\Rightarrow$ $A_1 = \dfrac{v_0+81.6\,X}{\omega_n} = \dfrac{(20\,\text{m/s})+(81.6\,\text{rad/s})(0.0437\,\text{m})}{54.8\,\text{rad/s}}$

   = 0.430 m

   $\therefore$ $x(t)$ = 0.430 sin54.8t + 0.01 cos54.8t - 0.0437 sin81.6t m

   [풀이 2]

   $x(t) = A\sin(54.8t+\phi)$ - (0.0437 m) sin81.6t

   $x(0) = A\sin\phi$ = (0.01 m) > 0 ⋯ ①

   $\dot{x}(0)$ = (54.8 rad/s) $A\cos\phi$ - (0.0437 m)(81.6 rad/s) = 20 m/s

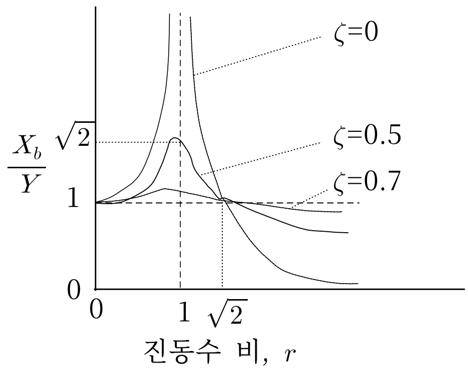
   $\Rightarrow$ $A\cos\phi$ = 0.430 m >0 ⋯ ②

   ①^2+②^2 $\Rightarrow$ $A = \sqrt{(0.01\,\text{m})^2+(0.430\,\text{m})^2}$ = 0.430 m

   ①÷② $\Rightarrow$ $\phi = \tan^{-1}\dfrac{0.01}{0.430}$ = 0.023 rad

   $\therefore$ $x(t)$ = 0.430 sin(54.8t + 0.023) - 0.0437 sin81.6t m

4.



5. (a) $Y = \dfrac{1}{2}(0.03 \text{ m}) = 0.015 \text{ m}$

$$f = (20 \text{ km/h}) \left(\frac{1 \text{ cycle}}{0.0015 \text{ km}}\right)\left(\frac{1 \text{ hour}}{3600 \text{ s}}\right) = 3.70 \text{ Hz}, \quad \omega_b = (3.70 \text{ Hz})\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ cycle}}\right) = 23.3 \text{ rad/s}$$

(b) $r = \dfrac{\omega_b}{\omega_n} = \dfrac{23.3 \text{ rad/s}}{13.5 \text{ rad/s}} = 1.726, \qquad \zeta = 0.180$

$$X_b = Y\frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} = (0.015 \text{ m})\frac{\sqrt{1+[2(0.18)(1.726)]^2}}{\sqrt{[1-(1.726)^2]^2+[2(0.18)(1.726)]^2}}$$
$$= (0.015 \text{ m})(0.568) = 0.00851 \text{ m} = 8.51 \text{ mm}$$

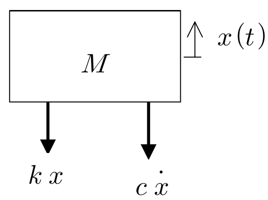
(c) $F_{tr}(t) = k(x-y) + c(\dot{x}-\dot{y})$

$$= -m\ddot{x} = m\omega_b^2 X_b \cos(\omega_b t - \theta_b - \phi) = F_T \cos(\omega_b t - \theta_b - \phi)$$

$$F_T = m\omega_b^2 X_b = (750 \text{ kg})(23.3 \text{ rad/s})^2(0.0319 \text{ m}) = 13{,}000 \text{ N} = 13.0 \text{ kN}$$

6. (a) $-kx - c\dot{x} = (M-m_0)\ddot{x} + m_0\dfrac{d^2}{dt^2}(x + e\sin\omega_r t)$

$$= M\ddot{x} - m_0\ddot{x} + m_0\ddot{x} - m_0 e\omega_r^2 \sin\omega_r t$$
$$\Rightarrow \quad M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m_0 e\omega_r^2 \sin\omega_r t$$
$$\Rightarrow \quad M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m_0 e\left(\frac{2\pi N}{60}\right)^2 \sin\frac{2\pi N}{60}t$$



(b) $\omega_r = (2\pi \text{ rad})(1{,}200 \text{ 1/min})\left(\dfrac{1 \text{ min}}{60\, s}\right) = 127.5 \text{ rad/s}$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{15{,}000 \text{ N/m}}{10 \text{ kg}}} = 38.7 \text{ rad/s}, \qquad r = \frac{\omega_r}{\omega_n} = \frac{127.5}{38.7} = 3.25$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{Mk}} = \frac{300 \text{ kg/s}}{2\sqrt{(10 \text{ kg})(15{,}000 \text{ N/m})}} = 0.387$$

$$X_r = \frac{m_0 e}{M}\frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} = \frac{(0.2 \text{ kg})(0.05 \text{ m})}{10 \text{ kg}} \frac{(3.25)^2}{\sqrt{(1-3.25^2)^2+[2(0.387)(3.25)]^2}}$$
$$= (0.001 \text{ m})(1.068) = 0.001068 \text{ m} = 1.068 \text{ mm}$$

(c) $F_{tr}(t) = kx + c\dot{x} = kX_r \sin(\omega_r t - \theta_r) + c\omega_r X_r \cos(\omega_r t - \theta_r) = F_T \sin(\omega_r t - \theta_r + \phi)$

힘의 크기 $F_T = \sqrt{(kX_r)^2 + (c\omega_r X_r)^2} = \sqrt{k^2 + (c\omega_r)^2}\, X_r$

$$= \sqrt{(15{,}000 \text{ N/m})^2 + [(300 \text{ kg/s})(125.7 \text{ rad/s})^2}\ (0.001068 \text{ m}) = 43.3 \text{ N}$$