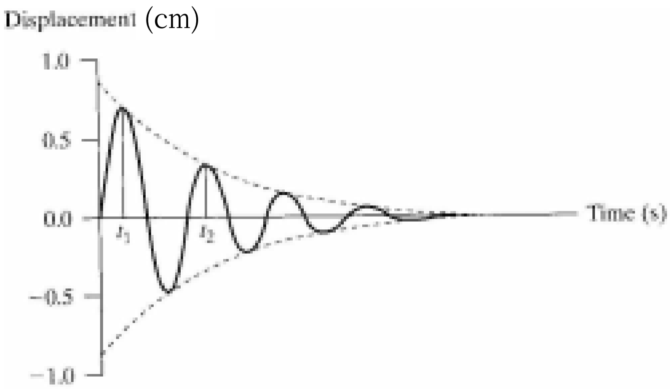
기 계 진 동 학　　2010년 학기말시험 (가반)　[27점]　　2010. 6. 10.

1.[6점] 질량 8 kg, 감쇠계수 120 kg/s, 강성 5000 N/m인 1자유도계가 정지상태에 있었는데, t=0 일 때 충격량 10 N·s인 1차 충격 가진이 있었고, t=1.5s 일 때 5 N·s인 2차 충격 가진이 있었다. t=1.5s 이후의 응답 변위 $x(t)$를 구하라.

2.[4점] The free response of a 1500-kg automobile with stiffness of k = 600,000 N/m is observed to be of the form shown below. Modeling the automobile as a single-degree-of-freedom oscillation in the vertical direction, determine the damping coefficient c if the displacement at t_1 is measured to be 0.7 cm and 0.3 cm at t_2.



3.[2+3점] 계단함수 형태의 가진력에 대한 응답(step response)이 다음과 같이 표현된다.

$$x(t) = \frac{F_0}{k}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\, e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t - \phi)\right]$$

여기서 $\phi = \tan^{-1}\dfrac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

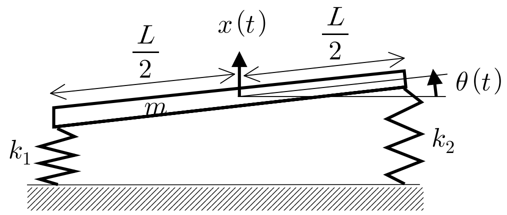
(a) 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 (　)안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

"감쇠비 ζ가 클수록 오버슛 (overshoot)이 작지만 상승시간 (rising time)과 정점시간 (peak time)은 길다."　　(　　)

판단 근거 :

(b) 진동 변위가 정상상태 응답 크기 $\dfrac{F_0}{k}$에 처음 도달하는 데 걸리는 시간, 즉 상승시간(rising time) t_r을 유도하여 구하라.

4.[6점] 자동차의 피칭(pitching) 진동을 해석하기 위하여, 그림과 같이 2자유도계로 단순화 하였다. 질량이 m이고 길이가 L인 균일한 막대의 양 끝이 스프링 위에 놓여 있다. 막대가 수평으로 놓인 정적 평형 위치를 기준으로, 질량 중심의 수직 변위를 $x(t)$라 하고, 막대의 회전각을 $\theta(t)$라 한다. 질량 중심에 대한 막대의 질량관성모멘트 J_0는 $\dfrac{1}{12}mL^2$ 이다. 중력은 결과에 영향을 주지 않으므로 고려하지 않는다.



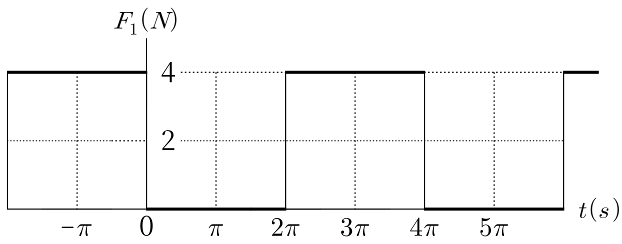
(a) 막대의 자유물체도(free-body diagram)을 그려라.

(b) $x(t)$와 $\theta(t)$로 표현되는 운동방정식을 유도하라.

(c) (b)에서 구한 운동방정식을 행렬(matrix) 형태로 표현하라.

5.[6점] 주기적 가진력을 Fourier급수로 표현한다.

(a) 다음 그림과 같은 주기적 가진력 $F_1(t)$의 Fourier 계수를 구하고, Fourier 급수를 전개한 형태로 처음 3개 항을 표현하라.



(b) 다음과 같이 3개 항의 합으로 표현되는 가진력 $F(t)$를 그래프에 나타내어라.

$$F(t) = \frac{1}{2} + \cos\pi t + \frac{1}{2}\cos 2\pi t \qquad \text{(N)}$$

--------------- 정　답 ---------------

1. $x(t)$ = (52.4 mm) $e^{-7.5t}$ sin(23.85 t) + (26.2 mm) $e^{-7.5(t-1.5)}$ sin[23.85 (t-1.5)]

2. c = 8,020 kg/s

3. (a) O　(b) $t_r = \dfrac{1}{\omega_d}\left(\pi - \tan^{-1}\dfrac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$

4. (b) $m\ddot{x} + (k_1+k_2)\,x - (k_1-k_2)\,\dfrac{L}{2}\theta = 0$

$$\frac{1}{12}mL^2\ddot{\theta} - (k_1-k_2)\frac{L}{2}\,x + (k_1+k_2)\frac{L^2}{4}\theta = 0$$

5. (a) $F_1(t) = 2 - \dfrac{8}{\pi}\sin\dfrac{t}{2} - \dfrac{8}{3\pi}\sin\dfrac{3t}{2} - \cdots$ (N)

기 계 진 동 학　　2010년 학기말시험 (나반)　[27점]　　2010. 6. 11.

1.[5점] 질량 2 kg, 고유진동수 20 rad/s인 1자유도 비감쇠계가 정지상태에 있다가 t=0 일 때 초기 변위 0.05 m에 의해 자유진동을 하고 있다. t=3s 일 때 충격량 10 N·s인 충격 가진이 있다. t=3s 이후의 응답 변위 $x(t)$를 구하라.

2.[5점] In a damped single-degree-of-freedom system, the mass of the system is measured to be 8 kg and its spring constant is measured to be 5000 N/m. It is observed that during free vibration the amplitude decays to 0.2 of its initial value after two cycles. Calculate the viscous damping coefficient c.

3.[2+3점] 계단함수 형태의 가진력에 대한 응답(step response)이 다음과 같이 표현된다.

$$x(t) = \frac{F_0}{k}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\, e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t - \phi)\right]$$

여기서 $\phi = \tan^{-1}\dfrac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

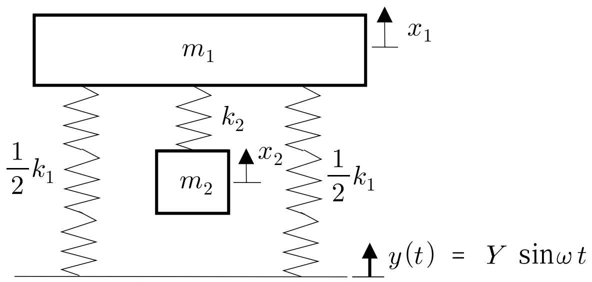
(a) 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 (　)안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

"감쇠비 ζ가 클수록 오버슛 (overshoot)이 작지만 정상상태 응답 $x_{ss}(t)$는 변함없다." (　　)

판단 근거 :

(b) 첫 번째 오버슛에 도달하는데 걸리는 시간(첫 번째 peak time, t_{p1})과 두 번째 오버슛에 도달하는 데 걸리는 시간(두 번째 peak time, t_{p2}) 사이의 시간($t_{p2} - t_{p1}$)을 유도하여 구하라.

4.[6점] 질량이 m_1인 테이블 판이 등가강성이 k_1인 스프링 받침 위에 놓여 있고, 바닥의 진동 변위 $Y \sin\omega t$ 에 의해 진동한다. 테이블 판의 진동을 저감시키기 위해 질량 m_2와 강성 k_2인 스프링으로 이루어진 1자유도계를 그림과 같이 테이블에 매단다. 중력은 결과에 영향을 주지 않으므로 고려하지 않는다.



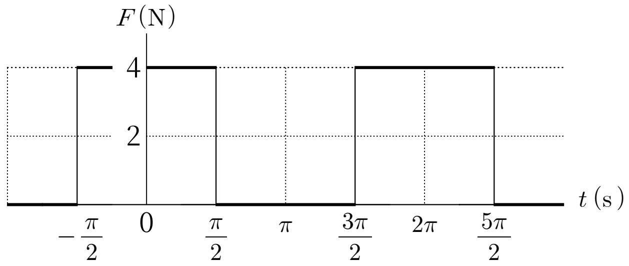
(a) 두 질량체의 자유물체도(free-body diagram)를 각각 그려라.

(b) $x_1(t)$와 $x_2(t)$로 표현되는 운동방정식을 유도하라.

(c) (b)에서 구한 운동방정식을 행렬(matrix) 형태로 표현하라.

5.[6점] 주기적 가진력을 Fourier급수로 표현한다.

(a) 다음 그림과 같은 주기적 가진력 $F(t)$의 Fourier 계수를 구하고, Fourier 급수를 전개한 형태로 처음 3개 항을 표현하라.



(b) 질량이 4.5 kg이고 강성이 1200 N/m이며 감쇠비(damping ratio) ζ가 0.25인 1자유도계가 있다. 다음과 같이 Fourier 급수로 표현되는 가진력 $F(t)$가 가해질 때 정상상태 응답 $x(t)$를 표현하라.

$F(t) = 30 + 30 \sin\pi t + \cdots$　　(N)

정 답

1. $x_1(t)$ = (0.05 m) $\cos 20t$
2. c = 50.8 kg/s
3. (a) O　(b) $t_{p2} - t_{p1} = \dfrac{2\pi}{\omega_d}$
4. (b) $m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = k_1 Y \sin\omega t$

   $m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0$
5. (a) $F(t) = 2 + \dfrac{8}{\pi}\cos t - \dfrac{8}{3\pi}\cos 3t + \cdots$　(N)

   (b) $x(t) = 0.025 + 0.0258 \sin(\pi t - 0.1)$　m

기 계 진 동 학 2010년 학기말시험 (가반) 해 답

1. m = 8 kg, c = 120 kg/s, k = 5000 N/m, $F(t) = (10\ \text{N·s})\ \delta(t) + (5\ \text{N·s})\ \delta(t-1.5)$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5000\ \text{N/m}}{8\ \text{kg}}} = 25\ \text{rad/s}$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{120\ \text{kg/s}}{2\sqrt{(8\ \text{kg})(5000\ \text{N/m})}} = 0.3, \qquad \zeta\omega_n = (0.3)(25\ \text{rad/s}) = 7.5\ \text{rad/s}$$

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\ \omega_n = \sqrt{1-0.3^2}\ (25\ \text{rad/s}) = 23.85\ \text{rad/s}$$

$$\frac{\widehat{F}_1}{m\omega_d} = \frac{10\ \text{N}\cdot\text{s}}{(8\ \text{kg})(23.85\ \text{rad/s})} = 0.0524\ \text{m}, \qquad \frac{\widehat{F}_2}{m\omega_d} = \frac{5\ \text{N}\cdot\text{s}}{(8\ \text{kg})(23.85\ \text{rad/s})} = 0.0262\ \text{m}$$

$$x_1(t) = \frac{\widehat{F}_1}{m\omega_d}\ e^{-\zeta\omega_n t}\ \sin\omega_d t = (0.0524\ \text{m})\ e^{-7.5t}\ \sin(23.85\ t)$$

$$x_2(t) = \frac{\widehat{F}_2}{m\omega_d}\ e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\ \sin\omega_d(t-\tau) = (0.0262\ \text{m})\ e^{-7.5(t-1.5)}\ \sin[23.85\ (t-1.5)]$$

t > 1.5s 일 때

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$
$$= (0.0524\ \text{m})\ e^{-7.5t}\ \sin(23.85\ t) + (0.0262\ \text{m})\ e^{-7.5(t-1.5)}\ \sin[23.85\ (t-1.5)]$$
$$= (52.4\ \text{mm})\ e^{-7.5t}\ \sin(23.85\ t) + (26.2\ \text{mm})\ e^{-7.5(t-1.5)}\ \sin[23.85\ (t-1.5)]$$

2. m = 1500 kg, k = 600,000 N/m, $x(t_1)$ = 0.7 cm, $x(t_2)$ = 0.3 cm

$$\delta = \ln\frac{x(t_1)}{x(t_2)} = \ln\frac{0.7}{0.3} = 0.8473, \qquad \zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2+\delta^2}} = \frac{(0.8473)}{\sqrt{4\pi^2+(0.8473)^2}} = 0.1336$$

$$c = 2\zeta\sqrt{mk} = 2(0.1336)\sqrt{(1500\ \text{kg})(600{,}000\ \text{N/m})} = 8{,}016\ \text{kg/s} \approx 8{,}020\ \text{kg/s}$$

3. (a) O (계단함수 가진 응답 그래프)

(b) $$x(t_r) = \frac{F_0}{k}\left[1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t_r}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cos(\omega_d t_r - \phi)\right] = \frac{F_0}{k}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{e^{-\zeta\omega_n t_r}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cos(\omega_d t_r - \phi) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \cos(\omega_d t_r - \phi) = 0$$

<방법 1> $\omega_d t_r - \phi = (n - \frac{1}{2})\pi$

n = 1 일 때, $\omega_d t_r - \phi = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega_d t_r = \frac{\pi}{2} + \phi = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

$$\Rightarrow \quad t_r = \frac{1}{\omega_d}\left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

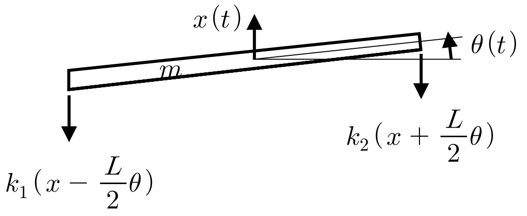
<방법 2> $\cos\omega_d t_r\ \cos\phi + \sin\omega_d t_r\ \sin\phi = 0$

$$\Rightarrow \quad \tan\omega_d t_r = -\frac{1}{\tan\phi} = -\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_d t_r = -\tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} + \pi$$ (t_r이 양수이어야 하므로 π를 더해줌)

$$\Rightarrow \quad t_r = \frac{1}{\omega_d}\left(\pi - \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$$

4. (a)



(b) $m\ddot{x} = -k_1(x-\frac{L}{2}\theta) - k_2(x+\frac{L}{2}\theta) = -(k_1+k_2)\ x + (k_1-k_2)\ \frac{L}{2}\theta$

$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + (k_1+k_2)\ x - (k_1-k_2)\ \frac{L}{2}\theta = 0 \qquad \cdots ①$

$J_0\ddot{\theta} = k_1(x-\frac{L}{2}\theta)\frac{L}{2} - k_2(x+\frac{L}{2}\theta)\frac{L}{2} = (k_1-k_2)\frac{L}{2}\ x - (k_1+k_2)\left(\frac{L}{2}\right)^2\theta$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{12}mL^2\ \ddot{\theta} - (k_1-k_2)\frac{L}{2}\ x + (k_1+k_2)\frac{L^2}{4}\theta = 0 \ \cdots ②$

(c) $\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & \frac{mL^2}{12} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -\frac{(k_1-k_2)L}{2} \\ -\frac{(k_1-k_2)L}{2} & \frac{(k_1+k_2)L^2}{4} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$

5. (a) $T = 4\pi, \quad \omega_T = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}, \qquad 0<t<2\pi$에서 $F_1(t) = 0, \quad 2\pi<t<4\pi$에서 $F_1(t) = 4$

$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T F_1(t)\,dt = \frac{2}{4\pi}\left\{\int_0^{2\pi}(0)\,dt + \int_{2\pi}^{4\pi}(4)\,dt\right\} = \frac{2}{4\pi}\{0+4(2\pi)\} = 4$

$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T F_1(t)\cos n\omega_T t\,dt = \frac{2}{4\pi}\left\{0+\int_{2\pi}^{4\pi}(4)\cos\frac{nt}{2}\,dt\right\}$

$= \frac{1}{2\pi}\left\{0+\frac{8}{n}\left[\sin\frac{nt}{2}\right]_{2\pi}^{4\pi}\right\} = \frac{4}{n\pi}\{\sin 2n\pi - \sin n\pi\} = 0$

$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T F_1(t)\sin n\omega_T t\,dt = \frac{2}{4\pi}\left\{0+\int_{2\pi}^{4\pi}(4)\sin\frac{nt}{2}\,dt\right\}$

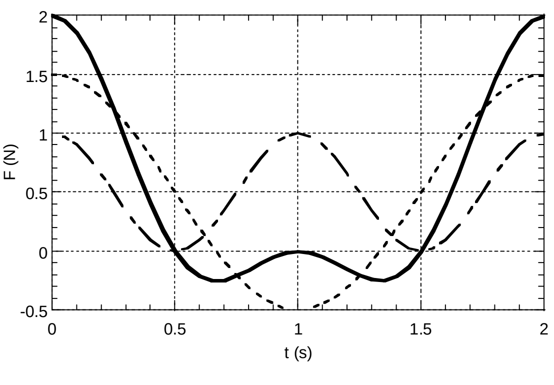
$= \frac{1}{2\pi}\left\{0-\frac{8}{n}\left[\cos\frac{nt}{2}\right]_{2\pi}^{4\pi}\right\} = \frac{-4}{n\pi}\{\cos 2n\pi - \cos n\pi\} = \frac{-4}{n\pi}\{1-(-1)^n\}$

$b_1 = \frac{-4}{\pi}\{1-(-1)\} = -\frac{8}{\pi}, \quad b_2 = \frac{-4}{2\pi}\{1-1\} = 0, \quad b_3 = \frac{-4}{3\pi}\{1-(-1)\} = -\frac{8}{3\pi}$

$F_1(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega_T t + b_n\sin n\omega_T t) = \frac{4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[0+b_n\sin\frac{nt}{2}\right]$

$= 2 - \frac{8}{\pi}\sin\frac{t}{2} - \frac{8}{3\pi}\sin\frac{3t}{2} - \cdots$ (N)

(b)



기 계 진 동 학　　　2010년 학기말시험 (나반) 해 답

1. $m = 2$ kg, $\omega_n = 20$ rad/s, $x(0) = 0.05$ m, $\dot{x}(0) = 0$, $F(t) = (10\ \text{N·s})\ \delta(t-3)$

$c = 0,\quad \zeta = 0$

$x_1(t) = A\ \sin(\omega_n t + \phi)$　　$x_1(0) = A\ \sin\phi = 0.05\ \text{m} > 0$　… ①

$\dot{x}_1(t) = \omega_n A\ \cos(\omega_n t + \phi)$　　$\dot{x}_1(0) = \omega_n A\ \cos\phi = 0$　… ②

② ⇒ $\cos\phi = 0,\quad \phi = \frac{\pi}{2}$ rad　　① ⇒ $A\ \sin\frac{\pi}{2} = 0.05$ m ⇒ $A = 0.05$ m

$x_1(t) = (0.05\ \text{m})\ \sin(20t + \frac{\pi}{2}) = (0.05\ \text{m})\ \cos 20t$

$$\frac{\hat{F}}{m\omega_d} = \frac{10\ \text{N}\cdot\text{s}}{(2\ \text{kg})(20\ \text{rad/s})} = 0.25\ \text{m}$$

$$x_2(t) = \frac{\hat{F}}{m\omega_d}\ e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\ \sin\omega_d(t-\tau) = (0.25\ \text{m})\ \sin[20\ (t\text{-}3)]$$

$t > 3$s 일 때

$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$= (0.05\ \text{m})\ \cos 20t + (0.25\ \text{m})\ \sin[20\ (t\text{-}3)]$

$= (50\ \text{mm})\ \cos 20t + (250\ \text{mm})\ \sin[20\ (t\text{-}3)]$

2. $m = 8$ kg, $k = 5000$ N/m, $n = 2$, $\frac{x_2}{x_0} = 0.2 \Rightarrow \frac{x_0}{x_2} = \frac{1}{0.2} = 5$

$$\delta = \frac{1}{n}\ \ln\frac{x_0}{x_n} = \frac{1}{2}\ \ln(5) = 0.8047$$

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} = \frac{(0.8047)}{\sqrt{4\pi^2 + (0.8047)^2}} = 0.1270$$

$$c = 2\zeta\sqrt{mk} = 2(0.127)\sqrt{(8\ \text{kg})(5000\ \text{N/m})} = 50.8\ \text{kg/s}$$

3. (a) O (계단함수 가진 응답 그래프, $x_{ss}(t) = \frac{F_0}{k}$ 는 감쇠비에 무관함)

(b) $$x(t) = \frac{F_0}{k}\left[1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cos(\omega_d t - \phi)\right]$$

$$\dot{x}(t) = \frac{F_0}{k}\frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\left[\zeta\omega_n\cos(\omega_d t - \phi) + \omega_d \sin(\omega_d t - \phi)\right]$$

$$\dot{x}(t_p) = 0 \quad\Rightarrow\quad \zeta\omega_n\cos(\omega_d t_p - \phi) + \omega_d\sin(\omega_d t_p - \phi) = 0$$

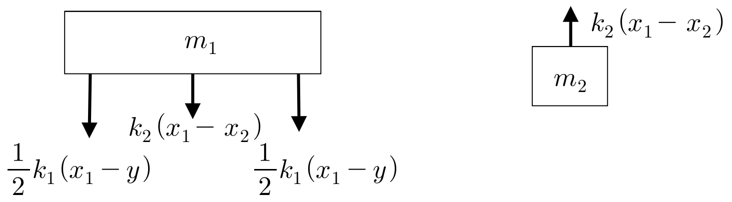
$$\tan(\omega_d t_p - \phi) = \frac{-\zeta\omega_n}{\omega_d} \quad\Rightarrow\quad \omega_d t_p - \phi = n\pi + \tan^{-1}\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$\omega_d t_p = n\pi + \tan^{-1}\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} + \tan^{-1}\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = n\pi$ (n이 홀수일 때 극대값)

$$\omega_d(t_{p2} - t_{p1}) = 3\pi - \pi = 2\pi$$

$$\Rightarrow\quad t_{p2} - t_{p1} = \frac{2\pi}{\omega_d}$$

4. (a)



(b) $m_1 \ddot{x}_1 = -\frac{1}{2} k_1 (x_1 - y) - \frac{1}{2} k_1 (x_1 - y) - k_2 (x_1 - x_2)$

$\Rightarrow \quad m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = k_1 Y \sin\omega t \quad \cdots ①$

$m_2 \ddot{x}_2 = k_2 (x_1 - x_2) \quad \Rightarrow \quad m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0 \quad \cdots ②$

(c) $$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 Y \sin\omega t \\ 0 \end{Bmatrix}$$

5. (a) $T = 2\pi$ s, $\omega_T = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$ rad/s, $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$에서 $F_1(t) = 4$, $\frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{2}$에서 $F_1(t) = 0$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T F_1(t)\,dt = \frac{2}{2\pi}\left\{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (4)\,dt + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (0)\,dt\right\} = \frac{2}{2\pi}\{4(\pi) + 0\} = 4$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T F_1(t)\cos n\omega_T t\,dt = \frac{2}{2\pi}\left\{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (4)\cos nt\,dt + 0\right\}$$

$$= \frac{1}{\pi}\left\{\frac{4}{n}[\sin nt]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} + 0\right\} = \frac{4}{n\pi}\left\{\sin\frac{n\pi}{2} - \sin\frac{-n\pi}{2}\right\} = \frac{8}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}$$

$$a_1 = \frac{8}{\pi}\sin\frac{\pi}{2} = \frac{8}{\pi}, \quad a_2 = \frac{8}{2\pi}\sin\pi = 0, \quad a_3 = \frac{8}{3\pi}\sin\frac{3\pi}{2} = -\frac{8}{3\pi}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T F_1(t)\sin n\omega_T t\,dt = \frac{2}{2\pi}\left\{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (4)\sin nt\,dt + 0\right\}$$

$$= \frac{1}{\pi}\left\{\frac{-4}{n}[\cos nt]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} + 0\right\} = \frac{-4}{n\pi}\left\{\cos\frac{n\pi}{2} - \cos\frac{-n\pi}{2}\right\} = 0$$

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos n\omega_T t + b_n \sin n\omega_T t\right) = \frac{4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos nt + 0]$$

$$= 2 + \frac{8}{\pi}\cos t - \frac{8}{3\pi}\cos 3t + \cdots \quad \text{(N)}$$

(b) $m = 4.5$ kg, $k = 1200$ N/m, $\zeta = 0.25$ $\quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1200\ \text{N/m}}{4.5\ \text{kg}}} = 16.33$ rad/s

$F_1(t) = 30$ N (계단함수 가진) $\Rightarrow$ $x_1(t) = \frac{F_0}{k} = \frac{30\ \text{N}}{1200\ \text{N/m}} = 0.025$ m

$F_2(t) = 30 \sin\pi t$ (조화가진) $\quad \omega_2 = \pi$ rad/s, $\Rightarrow$ $x_2(t) = X_2 \sin(\omega_2 t - \theta_2)$

$$X_2 = \frac{F_2/m}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_2^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_2)^2}} = \frac{(30\ \text{N})/(4.5\ \text{kg})}{\sqrt{[(16.33)^2 - (\pi)^2]^2 + [2(0.25)(16.33)(\pi)]^2}\ \text{rad/s}} = 0.0258\ \text{m}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\frac{2\zeta\omega_n\omega_2}{\omega_n^2 - \omega_2^2} = \tan^{-1}\frac{2(0.25)(16.33)(\pi)}{16.33^2 - \pi^2} = \tan^{-1}(0.1) = 0.1\ \text{rad}$$

$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = 0.025 + 0.0258 \sin(\pi t - 0.1)$ m