기 계 진 동 학 2010년 시험1 (가반) [26점] 2010. 4. 8.

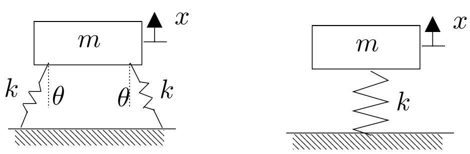
1.[2점] '기계적 진동'(mechanical vibration)이란 무엇이고, '기계의 진동'과의 차이는 무엇인지를 서술형으로 답하라.

2.[6점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ( ) 안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) 컴퓨터 hard disc driver의 head suspension을 설계할 때, 응답 모양이 부족감쇠운동보다 과도감쇠운동이 되도록 하는 게 좋다. ( )
판단 근거 :

(b) 부족감쇠계에서 감쇠고유진동수 ω_d는 비감쇠고유진동수 ω_n보다 항상 작다. ( )
판단 근거 :

(c) 다음과 같은 두 가지 1자유도계의 고유진동수는 서로 같다. ( )



θ=60°

판단 근거 :

3.[6점] Consider a 1-DOF (degree-of- freedom) spring-mass-damper system.
(a) The system has a mass of 5.2 kg, damping coefficient of 175 N/(m/s), and stiffness of 9540 N/m. Calculate the oscillating period T in s for the underdamped system.

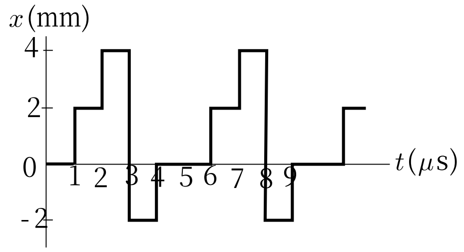
(b,c) The free response has the following form.

$$x(t) = A\, e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t + \phi)$$

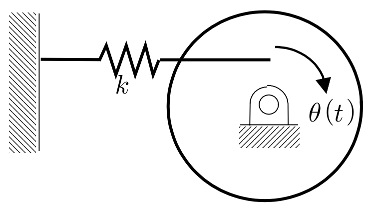
For the system with the undamped natural frequency ω_n = 1950 rad/s and the damping ratio ζ = 0.230, determine A in mm and ϕ in radian when the initial displacement x_0 is -2.50 mm and the initial velocity v_0 is 350 mm/s.

4.[6점] 진동의 크기를 표기하는 방법에 관하여 다음 질문에 답하라.
(a) 일반적으로 사람의 귀가 감지할 수 있는 소리(공기의 진동) 중 가장 작은 음압은 2×10^{-5} Pa이고, 가장 큰 음압은 60 Pa이다. 강의실의 소음 레벨을 측정하였더니 80 dB이었다면, 이에 해당하는 음압은 몇 Pa인가?

(b) 진동 변위를 관찰한 결과가 다음 그래프와 같을 때, peak-to-peak 진폭 x_{p-p}와 root-mean-square 진폭 x_{rms}를 구하라.



5.[6점] 다음 그림에 보인 1자유도계의 운동방정식을 에너지방법으로 유도하고, 계의 고유진동수를 제시하라. 질량이 m이고 반지름이 R인 강체 원판은 제자리에서 회전 진동을 한다. 균일한 원판의 회전관성모멘트는 $\frac{1}{2}mR^2$이다. 중심에서 수직 위로 $\frac{R}{2}$인 지점에 강성이 k인 스프링이 원판에 결합되어 있고 스프링 다른 쪽은 벽에 고정되어 있다.



정 답

2. (a) X (b) O (c) X
3. (a) T = 0.1595 s
   (b,c) A = 2.53 mm, ϕ = 2.98 rad
4. (a) p = 0.2 Pa
   (b) x_{p-p} = 6 mm, x_{rms} = 2.19 mm
5. $2m\ddot{\theta} + k\theta = 0$, $\omega_n = \sqrt{\dfrac{k}{2m}}$

기 계 진 동 학　　2010년 시험1 (나반) [26점]　　2010. 4. 9.

1.[2점] 일반적으로 ‘진동’이란 무엇이고, 그 중에서 역학적 진동(mechanical vibration)이란 무엇인지를 서술하라.

2.[6점] 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ( ) 안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

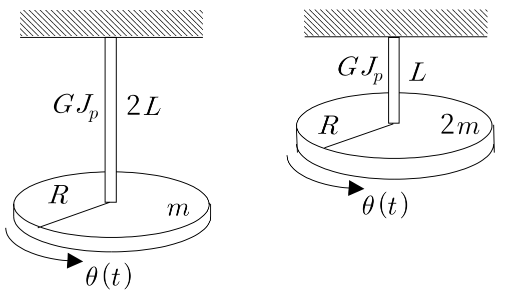
(a) 공작기계의 절삭공구 이송장치를 설계할 때, 응답 모양이 과도감쇠운동보다 부족감쇠운동이 되도록 하는 게 좋다. (　　)

판단 근거 :

(b) 질량 m과 강성 k인 스프링으로 이루어진 1자유도계에 감쇠계수 c인 감쇠기(damper)를 추가하여도 진동 주기에는 변함이 없다. (　　)

판단 근거 :

(c) 다음과 같은 두 가지 1자유도계의 고유진동수는 서로 같다. (　　)



판단 근거 :

3.[6점] Consider a 1-DOF (degree-of- freedom) spring-mass-damper system.

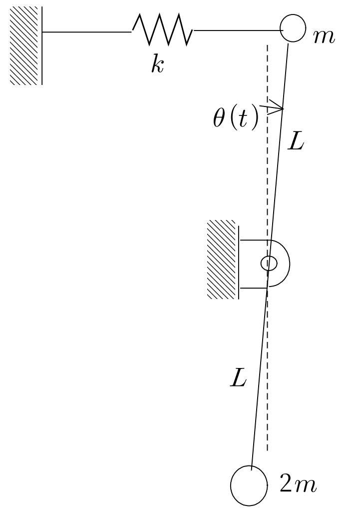
(a) The system has a mass of 8.5 kg, damping coefficient of 235 N/(m/s), and stiffness of 8750 N/m. Calculate the damped natural frequency f_d in Hz.

(b,c) The free response has the following form.

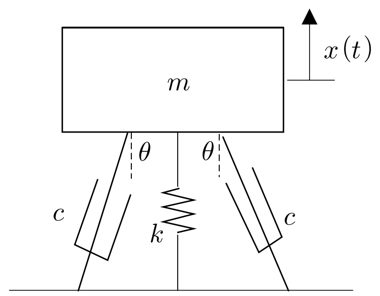
$$x(t) = A\, e^{-\zeta\omega_n t}\ \sin(\omega_d t + \phi)$$

For the system with the undamped natural frequency ω_n = 420 rad/s and the damping ratio ζ = 0.250, determine A in mm and ϕ in radian when the initial displacement x_0 is 5 mm and the initial velocity v_0 is -1600 mm/s.

4.[6점] 다음 그림에 보인 1자유도계의 운동방정식을 에너지방법으로 유도하고, 계의 고유진동수를 제시하라. 중력이 영향을 주지 않도록 수평면에서 강체 레버의 양 끝에 질량이 m과 $2m$인 두 질점이 결합되어 있다. 강체 레버의 질량은 무시할 만 하고 길이는 $2L$이며 중앙에서 핀 지지된다. 질점의 부피는 무시된다. 질량 m인 질점에 강성이 k인 스프링이 결합되어 있다. 스프링에 변형이 없을 때 스프링과 레버가 직각을 이룬다.



5.[6점] 그림과 같이, 강성이 k인 스프링 1개가 수직으로 놓이고, 감쇠계수가 c인 감쇠기(damper) 2개가 수직방향에 대해 각도 θ로 경사지게 설치된 충격흡수기(shock absorber)가 있다. 질량체가 상하방향 진동을 할 때, 감쇠기 2개를 한 개의 등가 감쇠기로 표현하고자 한다. 등가감쇠계수 c_{eq}를 유도하라.



정 답

2. (a) X　(b) X　(c) O

3. (a) f_d = 4.61 Hz

   (b,c) A = 5.66 mm, ϕ = 2.06 rad

4. $3m\ddot{\theta} + k\theta = 0$, $\omega_n = \sqrt{\dfrac{k}{3m}}$

5. $c_{eq} = 2\ c\ \cos^2\theta$

기 계 진 동 학 　　　　2010년 시험1 (가반) 해 답

1. 서술 (핵심어 : 기계적 진동 - 역학적 진동, 역학적 에너지간의 반복적 변환 운동
   기계의 진동 - 역학적 진동의 일부, 기계 가동 중 발생하는 원치 않는 진동)

2. (a) X (과도감쇠운동은 위치 도달에 시간이 많이 걸림)
   (b) O ($\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n$, $0<\zeta<1$)
   (c) X ($k_{eq} = 2\,k\,\cos^2 60° = 2\,k\,(0.5)^2 = 0.5\,k \neq k$

3. (a) m = 5.2 kg, c = 175 N/(m/s), k = 9540 N/m

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{9540\ \mathrm{N/m}}{5.2\ \mathrm{kg}}} = 42.83\ \mathrm{rad/s}$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{175\ \mathrm{kg/s}}{2\sqrt{(5.2\ \mathrm{kg})(9540\ \mathrm{N/m})}} = 0.393$$

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.393^2}\ (42.83\ \mathrm{rad/s}) = 39.39\ \mathrm{rad/s}$$

$$T = \frac{1}{f_d} = \frac{2\pi\ \mathrm{rad}}{\omega_d} = \frac{2\pi\ \mathrm{rad}}{39.39\ \mathrm{rad/s}} = 0.1595\ \mathrm{s}$$

(b,c) ω_n = 1950 rad/s, ζ = 0.230, x_0 = -2.50 mm, v_0 = 350 mm/s.

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.230^2}\ (1950\ \mathrm{rad/s}) = 1897.7\ \mathrm{rad/s}$$

$$x(t) = A\,e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t + \phi) \qquad \dot{x}(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t}\,[-\zeta\omega_n \cos(\omega_d t + \phi) - \omega_d \sin(\omega_d t + \phi)]$$

$$x(0) = A\cos\phi = x_0 = -2.50\ \mathrm{mm} < 0 \ \cdots ①$$

$$\dot{x}(0) = A\,(-\zeta\omega_n \cos\phi - \omega_d \sin\phi) = v_0$$

$$\Rightarrow \quad A\sin\phi = \frac{-\zeta\omega_n x_0 - v_0}{\omega_d} = \frac{(-0.230)(1950\ \mathrm{rad/s})(-2.50\ \mathrm{mm}) - (350\ \mathrm{mm/s})}{1897.7\ \mathrm{rad/s}}$$

$$= 0.406\ \mathrm{mm} > 0 \ \cdots ②$$

$$①^2 + ②^2 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{(-2.50\ \mathrm{mm})^2 + (0.406\ \mathrm{mm})^2} = 2.53\ \mathrm{mm}$$

$$① \div ② \quad \Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1}\frac{0.406}{-2.50} = \tan^{-1}(-1.892) = -9.22° = -0.161\ \mathrm{rad}$$

$\sin\phi>0$ 이고 $\cos\phi<0$ 이므로, ϕ는 2사분면의 각도이어야 함.

$\Rightarrow$ ϕ = -0.161 rad + π rad = 2.98 rad

4. (a) $p_0 = 2\times10^{-5}$ Pa, S = 80 dB

$$S = 20\,\log\frac{p}{p_0} \qquad \Rightarrow \qquad p = p_0\,10^{\frac{S}{20}} = (2\times10^{-5}\ \mathrm{Pa})\ 10^{\frac{80}{20}} = 0.2\ \mathrm{Pa}$$

(b) x_{p-p} = (4 mm) - (-2 mm) = 6 mm

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{5}[0^2+2^2+4^2+(-2)^2]} = 2.19\ (\mathrm{mm})$$

5. $$T = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\dot{\theta}^2 = \frac{1}{4}mR^2\dot{\theta}^2, \qquad U = \frac{1}{2}k\left(\frac{R}{2}\theta\right)^2 = \frac{1}{8}kR^2\theta^2$$

$$\frac{d}{dt}(T+U) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{4}mR^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{8}kR^2\theta^2\right) = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + \frac{1}{4}kR^2\theta\dot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2m\ddot{\theta} + k\theta = 0, \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

기 계 진 동 학 2010년 시험1 (나반) 해 답

1. 서술 (핵심어 : 일반적 진동 - 반복적인 에너지 변환
역학적 진동 - 역학적 에너지 간의 반복적인 변환 운동)

2. (a) X (이송장치가 진동하면 절삭이 지나치게 됨)
(b) X ($\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n$ 즉 $\omega_d \neq \omega_n$, $T=2\pi/\omega$)
(c) O ($\sqrt{\dfrac{GJ_p/2L}{\frac{1}{2}(m)R^2}} = \sqrt{\dfrac{GJ_p/L}{\frac{1}{2}(2m)R^2}}$

3. (a) m = 8.5 kg, c = 235 N/(m/s), k = 8750 N/m

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8750\text{ N/m}}{8.5\text{ kg}}} = 32.08\ \text{rad/s}$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{235\text{ kg/s}}{2\sqrt{(8.5\text{ kg})(8750\text{ N/m})}} = 0.4308$$

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.4308^2}\ (32.08\text{ rad/s}) = 28.95\ \text{rad/s}$$

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi\text{ rad}} = \frac{28.95\text{ rad/s}}{2\pi\text{ rad}} = 4.61\ \text{Hz}$$

(b,c) ω_n = 420 rad/s, ζ = 0.250, x_0 = 5 mm, v_0 = -1600 mm/s.

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.250^2}\ (420\text{ rad/s}) = 406.7\ \text{rad/s}$$

$$x(t) = A\,e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t + \phi) \qquad \dot{x}(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t}\,[-\zeta\omega_n \sin(\omega_d t + \phi) + \omega_d \cos(\omega_d t + \phi)]$$

$$x(0) = A\sin\phi = x_0 = 5\text{ mm} > 0 \quad \cdots ①$$

$$\dot{x}(0) = A\,(-\zeta\omega_n \sin\phi + \omega_d \cos\phi) = v_0$$

$$\Rightarrow \quad A\cos\phi = \frac{\zeta\omega_n x_0 + v_0}{\omega_d} = \frac{(0.250)(420\text{ rad/s})(5\text{ mm}) + (-1600\text{ mm/s})}{406.7\text{ rad/s}}$$

$$= -2.643\text{ mm} < 0 \quad \cdots ②$$

$$①^2 + ②^2 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{(5\text{ mm})^2 + (-2.643\text{ mm})^2} = 5.66\ \text{mm}$$

$$① \div ② \quad \Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1}\frac{5}{-2.643} = \tan^{-1}(-1.892) = -62.1° = -1.08\ \text{rad}$$

$\sin\phi>0$ 이고 $\cos\phi<0$ 이므로, ϕ는 2사분면의 각도이어야 함.

$\Rightarrow \quad \phi$ = -1.08 rad + π rad = 2.06 rad

4. $$T = \frac{1}{2}m(L\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}(2m)(L\dot{\theta})^2 = \frac{3}{2}mL^2\dot{\theta}^2, \qquad U = \frac{1}{2}k(L\theta)^2 = \frac{1}{2}kL^2\theta^2$$

$$\frac{d}{dt}(T+U) = \frac{d}{dt}\left(\frac{3}{2}mL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}kL^2\theta^2\right) = 3mL^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + kL^2\theta\dot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \quad 3m\ddot{\theta} + k\theta = 0, \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{3m}}$$

5. $$F = F_1\cos\theta + F_2\cos\theta \quad \leftarrow \quad F_1 = c\,v_1 \quad \leftarrow \quad v_1 = \dot{x}\cos\theta$$

$$c_{eq}\dot{x} = [c\,(\dot{x}\cos\theta)]\cos\theta + [c\,(\dot{x}\cos\theta)]\cos\theta$$

$$c_{eq} = c\cos^2\theta + c\cos^2\theta = 2\,c\cos^2\theta$$