기 계 진 동 학 2007년 시험1 (26점) 문제 2007. 4. 5.

1.[2점] 흔히 '기계적 진동'이라 부르는 '역학적 진동 (mechanical vibration)'이란 어떤 현상인가? (두 문장 이내로 서술)

2.[6점] Consider the free vibration of a 1 DOF (one degree-of-freedom) spring-mass-damper system, where the undamped natural frequency is ω_n, damped natural frequency is ω_d, and damping ratio is ζ.

(a) The system has mass of 3.50 kg, damping coefficient of 125 N/(m/s), and spring constant of 2120 N/m. Calculate ω_n, ζ, and ω_d.

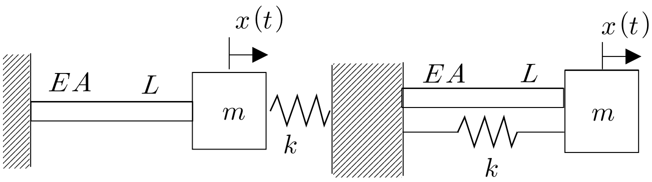
(b) The free response has the following form.

$$x(t) = A\, e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t + \phi)$$

For the system with ω_n = 3730 rad/s and ζ = 0.330, determine A and ϕ when the initial displacement x_0 is -3.50 mm and the initial velocity v_0 is 615 mm/s.

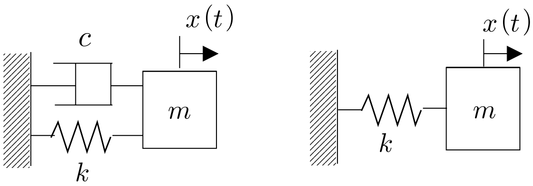
3.[6점] 다음 그림과 같은 1자유도계 짝들에서 자유진동의 주기가 같은 짝에 O표, 주기가 다른 짝에 X표를 ( )안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답도 맞고 판단 근거도 타당해야만 득점)

(a) ( )



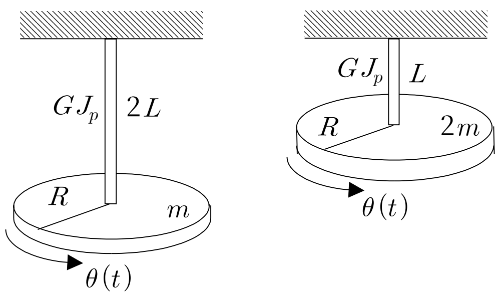
판단 근거:

(b) ( )



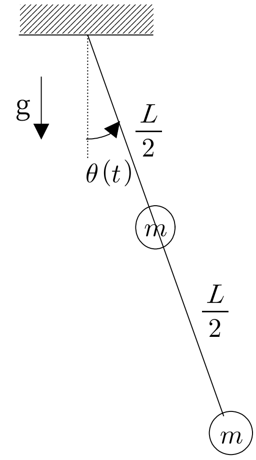
판단 근거 :

(c) ( )



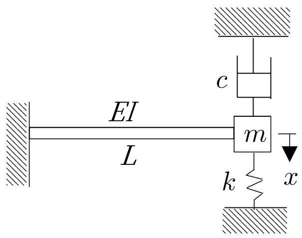
판단 근거 :

4.[4점] 그림과 같이, 길이가 L이고 질량을 무시할 수 있는 강체 막대의 한쪽 끝과 중앙에 두 개의 집중질량 m이 각각 고정되어 있다. 막대의 다른 쪽 끝을 중심으로 단진자 운동을 할 때, 에너지방법을 사용하여 운동방정식을 유도하고, 진폭이 작을 때 고유진동수 ω_n을 표현하라.

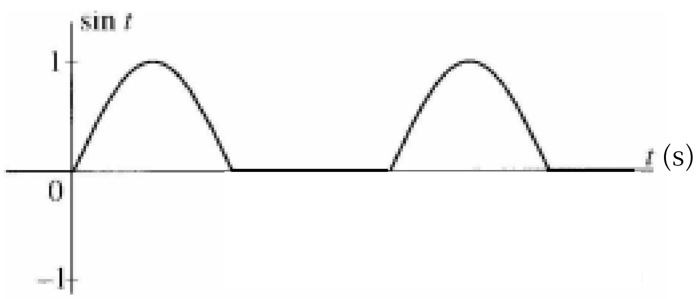


5.[4점] 그림과 같이, 길이가 L이고 굽힘강성이 EI인 탄성 외팔보의 자유단에 집중질량 m인 물체가 달려 있고, 물체의 아래와 위에 스프링(강성 k)과 감쇠기(감쇠계수 c)가 각각 받치고 있다.

(a) 집중질량 물체 주변에 작용하는 힘들을 나타내는 자유물체도를 제시하라. (b) 운동방정식을 유도하라.



6.[4점] 다음 그림과 같이 관찰되는 진동 변위 신호가 있다.



(a) 이 신호의 주기는 몇 초(s)이고, 진동수는 몇 Hz인가?

(b) 이 신호의 rms 진폭 $x_{\rm rms}$를 계산하라.

기 계 진 동 학　　　2007년 시험1 해 답

1. (서술)
   예: 역학적 진동이란 역학적 에너지인 운동에너지와 변형(위치)에너지 간의 반복적인 에너지 변환에 따른 운동이다.

2. (a) $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2{,}120\ \mathrm{N/m}}{3.50\ \mathrm{kg}}} = 24.6$ rad/s

$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{125\ \mathrm{N/(m/s)}}{2\sqrt{(3.50\ \mathrm{kg})(2{,}120\ \mathrm{N/m})}} = 0.726$

$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-(0.726)^2}\,(24.6$ rad/s$) = 16.9$ rad/s

(b) x_0 = -3.50 mm/s, v_0 = 615 mm/s

$\dot{x}(t) = A\,e^{-\zeta\omega_n t}\,[-\zeta\omega_n \sin(\omega_d t+\phi) + \omega_d \cos(\omega_d t+\phi)]$

$\zeta\omega_n$ = (0.330) (3,730 rad/s) = 1,231 rad/s

$\omega_d = \sqrt{1-0.330^2}$ (3,730 rad/s) = 3,521 rad/s

$x(0) = A\ \sin\phi$ = -3.50 mm < 0 　… ①

$\dot{x}(0) = -\zeta\omega_n A\ \sin\phi + \omega_d A\ \cos\phi = v_0$

$$A\ \cos\phi = \frac{v_0 + \zeta\,\omega_n\,A\ \sin\phi}{\omega_d}$$

$$= \frac{615\ \mathrm{mm/s} + (1{,}231\ \mathrm{rad/s})(-3.50\ \mathrm{mm})}{3{,}521\ \mathrm{rad/s}} = -1.049\ \mathrm{mm} \quad < 0 \qquad \cdots ②$$

①^2+②^2　$A = \sqrt{(-3.50\ \mathrm{mm})^2 + (-1.049\ \mathrm{mm})^2} = 3.65$ mm

$\sin\phi < 0$, $\cos\phi < 0$ ⇒ 3/4 분면 ($\pi<\phi<\frac{3}{2}\pi$, 180°<ϕ<270°)

①÷②　$\phi' = \tan^{-1}\frac{-3.50}{-1.049} = \tan^{-1}(3.34) = 1.28$ rad (=73.0°)

$\phi = \phi' + \pi = 4.42$ rad (ϕ' + 180° = 253°)

$\phi' - \pi = -1.86$ rad ((ϕ' - 180° = -107°)

3. (a) O　$k_1 = \frac{EA}{L}$, 병렬연결 $k_{eq} = k_1 + k$

(b) X　좌측 $\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n$, 　$T = \frac{2\pi}{\omega_d}$　　우측 $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$　$T = \frac{2\pi}{\omega_n}$

(c) O　좌측 $\omega_n = \sqrt{\frac{G J_P}{\left(\frac{1}{2}mR^2\right)2L}} = \sqrt{\frac{G J_P}{mR^2 L}}$　　우측 $\omega_n = \sqrt{\frac{G J_P}{\left[\frac{1}{2}(2m)R^2\right]L}} = \sqrt{\frac{G J_P}{mR^2 L}}$

4. $T = \dfrac{1}{2} m \left(\dfrac{L}{2} \dot{\theta} \right)^2 + \dfrac{1}{2} m (L \dot{\theta})^2 = \dfrac{5}{8} m L^2 \dot{\theta}^2$

$$U = m\,g\,L\,(1 - \cos\theta) + m\,g\,\frac{L}{2}(1 - \cos\theta) = \frac{3}{2} m\,g\,L\,(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{5}{8} m\,L^2 \dot{\theta}^2 + \frac{3}{2} m\,g\,L\,(1 - \cos\theta) \right] = 0$$

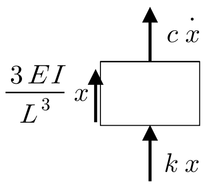
$$\Rightarrow \quad \frac{5}{4} m\,L^2 \dot{\theta}\,\ddot{\theta} + \frac{3}{2} m\,g\,L\,\sin\theta\,\dot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \quad m\,\dot{\theta} \left(\frac{5}{4} L\,\ddot{\theta} + \frac{3}{2} g\,\sin\theta \right) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{\theta} + \frac{6}{5}\frac{g}{L}\sin\theta = 0$$

$\theta \approx 0$ 일 때 $\sin\theta \approx \theta$, $\quad \ddot{\theta} + \dfrac{6}{5}\dfrac{g}{L}\theta = 0 \qquad \Rightarrow \quad \omega_n = \sqrt{\dfrac{6}{5}\dfrac{g}{L}}$

5. (a)



(b) $-k\,x - \dfrac{3EI}{L^3}x - c\,\dot{x} = m\,\ddot{x}$

$$\Rightarrow \quad m\,\ddot{x} + c\,\dot{x} + \left(k + \frac{3EI}{L^3} \right) x = 0$$

6. (a) $T = 2\pi \text{ s} = 6.28 \text{ s}$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\,\text{s}} = 0.1592 \text{ Hz}$$

(b) $x_{rms} = \sqrt{\dfrac{1}{2\pi}\left(\displaystyle\int_0^{\pi} (\sin t)^2 dt + \int_{\pi}^{2\pi} 0\,dt \right)} = \sqrt{\dfrac{1}{2\pi}\left(\displaystyle\int_0^{\pi} \dfrac{1 - \cos 2t}{2} dt + 0 \right)}$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left[\frac{1}{2}t - \frac{1}{4}\sin 2t \right]_0^{\pi}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left[\frac{\pi}{2} \right]} = \frac{1}{2}$$