기 계 진 동 학 2006년 학기말시험 (27점) 문제 2006. 6. 15.

1.[4점] 역학적 진동에 관한 다음 설명이 맞으면 O표, 틀리면 X표를 ( )안에 하되, 판단 근거를 제시하라. (답이 맞고 판단 근거가 타당해야 득점)

(a) 고무줄에 매달린 물체를 아랫방향으로 잡아당겼다가 놓아 자유진동을 시킨 후 망치로 아랫방향으로 충격을 살짝 가하면 진폭이 커진다. ( )

(b) 구조물의 고유진동 특성을 파악하기 위한 실험에는 가진용 기기와 응답 측정용 기기가 필요하고, 가진부와 응답부 모두에 센서가 필요하다. ( )

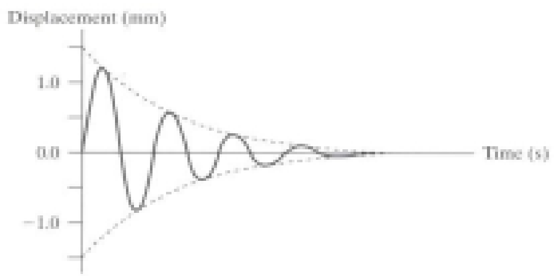
* 조화가진력 $F_0 \sin\omega t$ 에 대한 응답의 진폭과 위상

$$X = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_n^2-\omega^2)^2+(2\zeta\omega_n\omega)^2}}, \quad \theta = \tan^{-1}\frac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2-\omega^2}$$

2.[4점] 질량이 2.5 kg이고 강성이 400 N/m이며 감쇠비(damping ratio) ζ가 0.20인 1자유도계에 다음과 같이 Fourier 급수로 표현된 사각파형 가진력이 가해질 때 정상상태 응답 $x_p(t)$를 구하라.

$$F(t) = 10 + \sum_{n=1,3,5,\cdots}^{\infty}\frac{40}{n\pi}\sin nt \quad \text{(N)}$$

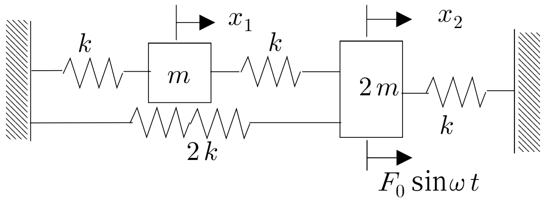
3.[6점] 자동차 또는 모터사이클에 사용되는 충격흡수기(shock absorber)는 스프링과 댐퍼로 이루어진 기계요소이다. 질량 값을 모르는 물체를 매달고 자유진동을 시키니 다음과 같은 응답을 보였다.



(a) 응답 변위의 극대값이 처음에 1.20 mm, 그 다음에 0.55 mm로 측정되었다. 이 충격흡수기의 감쇠비 ζ는 얼마인가?

(b) 다른 충격흡수기를 가지고 위와 같이 실험하여 구한 감쇠비가 0.30이고 주기 T가 0.15 s(초)였다. 여기에 질량 4 kg인 물체를 추가로 매달고 실험을 반복하니 주기가 0.20 s(초)로 측정되었다, 이 충격흡수기의 강성 k는 몇 N/m인가?

4.[4점] 다음 그림과 같은 2자유도 비감쇠계에서 질량이 $2m$인 물체에 조화가진력 $F_0 \sin\omega t$가 가해질 때, (a) 자유물체도를 나타내고, (b,c) 두 물체의 진동을 나타내는 운동방정식을 구한 후, (d) 그 식을 행렬 형태로 표현하라.



5.[3점] The accelerometer consisting of a piezo-electric crystal and a mass has a natural frequency of 150 kHz and a damping ratio of 0.15. Calculate the error in measurement of a sinusoidal vibration at 60 kHz.

6.[3점] 질량이 m, 감쇠계수가 c, 강성이 k인 1자유도계가 정지상태에서 충격력을 받아 진동하는 상황이 다음 운동방정식으로 표현된다.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = \hat{F}\delta(t)$$

라플라스 변환을 행하여 이 시스템의 전달함수 (transfer function) $\dfrac{X(s)}{F(s)}$를 표현하라. (이 과정에서 $X(s)$를 구하지 않아도 됨)

7.[3점] 강성이 k이고 감쇠비가 ζ이며 비감쇠고유진동수가 ω_n인 저울 위에 t=0인 시점에 무게가 $W(=mg)$인 물체를 올려놓으면 저울 윗면의 진동응답 변위가

$$x(t) = \frac{W}{k}\left[1-\frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cos(\omega_d t-\phi)\right]$$

의 형태로 된다. (여기서 $\tan\phi = \zeta/\sqrt{1-\zeta^2}$)

(a,b) 이 저울의 정점시간(peak time)과 오버슛(over shoot)을 유도하여 구하라

(c) 오버슛을 최소화 할 진동설계 방안을 제시하라.

기 계 진 동 학 2006년 학기말시험 해 답

1. (a) X 충격방향이 운동방향과 일치하면 진폭이 커지나,
충격방향이 운동방향과 반대이면 진폭이 작아짐.

(b) O 가진부에는 힘 변환기 센서가 필요하고, 응답부에는 가속도 센서가 필요함.

2. $\omega = n, \quad \omega_n = \sqrt{\dfrac{400\ \text{N/m}}{2.5\ \text{kg}}} = 12.65\ \text{rad/s}$

$x_p(t) = x_1(t) + \sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty} x_{sn}(t) \qquad x_{cn}(t) = 0$

$x_1(t) = \dfrac{F_0}{k} = \dfrac{10\ \text{N}}{400\ \text{N/m}} = 0.025\ \text{m}$

$x_{sn}(t) = X_n\ \sin(nt - \theta_n)$

$$X_n = \frac{\dfrac{40}{n\pi}\cdot\dfrac{1}{2.5}}{\sqrt{(12.65^2-n^2)^2+[2(0.20)(12.65)n]^2}} = \frac{5.09}{n\sqrt{n^4-294n^2+25600}}\ \text{m}$$

$$\theta_n = \tan^{-1}\frac{2(0.20)(12.65)n}{12.65^2-n^2} = \tan^{-1}\frac{5.06\,n}{160-n^2}$$

3. (a) $\delta = \ln\dfrac{1.20}{0.55} = 0.780$

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2+\delta^2}} = \frac{0.780}{\sqrt{4\pi^2+0.780^2}} = 0.123$$

(b) $\omega_{d1} = \dfrac{2\pi\ \text{rad}}{0.15\ \text{s}} = 41.89\ \text{rad/s}, \qquad \omega_{d2} = \dfrac{2\pi\ \text{rad}}{0.20\ \text{s}} = 31.42\ \text{rad/s}$

$\omega_{n1} = \dfrac{41.89\ \text{rad/s}}{\sqrt{1-0.30^2}} = 43.91\ \text{rad/s}, \qquad \omega_{n2} = \dfrac{31.42\ \text{rad/s}}{\sqrt{1-0.30^2}} = 32.94\ \text{rad/s}$

<방법1>

$k = m\,\omega_{n1}^2 = (m+\Delta m)\ \omega_{n2}^2$

$$\Rightarrow\ m = \frac{\Delta m\cdot\omega_{n2}^2}{\omega_{n1}^2-\omega_{n2}^2} = \frac{(4\ \text{kg})(32.94)^2}{43.91^2-32.94^2} = 5.148\ \text{kg}$$

$k = (5.148\ \text{kg})(43.91\ \text{rad/s})^2 = 9{,}925\ \text{N/m}$

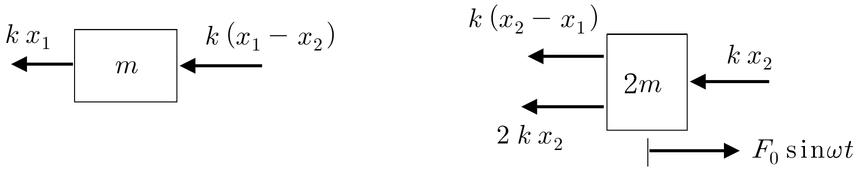
<방법2>

$m = \dfrac{k}{\omega_{n1}^2}\ , \qquad k = (m+\Delta m)\ \omega_{n2}^2 = \left(\dfrac{k}{\omega_{n1}^2}+\Delta m\right)\ \omega_{n2}^2$

$$\Rightarrow\ k\left(1-\frac{\omega_{n2}^2}{\omega_{n1}^2}\right) = \Delta m\ \omega_{n2}^2$$

$$\Rightarrow\ k = \frac{\Delta m\cdot\omega_{n1}^2\cdot\omega_{n2}^2}{\omega_{n1}^2-\omega_{n2}^2} = \frac{(4\ \text{kg})(43.91\ \text{rad/s})^2(32.94\ \text{rad/s})^2}{(43.91\ \text{rad/s})^2-(32.94\ \text{rad/s})^2} = 9{,}926\ \text{N/m}$$

4. (a)



(b,c) $m\,\ddot{x}_1 = -k\,x_1 - k\,(x_1 - x_2) \quad \Rightarrow \quad m\,\ddot{x}_1 + 2\,k\,x_1 - k\,x_2 = 0$

$$2\,m\,\ddot{x}_2 = -k\,(x_2 - x_1) - 2k\,x_2 - k\,x_2 + F_0\,\sin\omega t$$

$$\Rightarrow \quad 2\,m\,\ddot{x}_2 - k\,x_1 + 4\,k\,x_2 = F_0\,\sin\omega t$$

(d) $\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 4k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_0\,\sin\omega t \end{Bmatrix}$

5. $r = \dfrac{\omega}{\omega_n} = \dfrac{f}{f_n} = \dfrac{60\ \text{kHz}}{150\ \text{kHz}} = 0.4$

$$\frac{Z}{r^2\,Y} = \frac{1}{\sqrt{(1-0.4^2)^2 + [2(0.15)(0.4)]^2}} = 1.178$$

$$\text{error} = \frac{1.178 - 1}{1} \times 100 = 17.8\ \%$$

6. $m\,\ddot{x}(t) + c\,\dot{x}(t) + k\,x(t) = f(t)$

Laplace변환 $\quad m\,[s^2\,X(s) - s\,x(0) - \dot{x}(0)] + c\,[X(s) - x(0)] + k\,X(s) = F(s)$

$(m\,s^2 + c\,s + k)\ X(s) = F(s)$

$$\Rightarrow \quad \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{m\,s^2 + c\,s + k}$$

7. (a) $\dot{x}(t) = \dfrac{W}{k}\dfrac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\ [\zeta\,\omega_n \cos(\omega_d t - \phi) + \omega_d \sin(\omega_d t - \phi)]$

$$\dot{x}(t_p) = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan(\omega_d\,t_p - \phi) = \frac{-\zeta\,\omega_n}{\omega_d} = -\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\omega_d\,t_p - \phi = n\,\pi - \tan^{-1}\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \Rightarrow \quad \omega_d\,t_p = n\,\pi \quad \Rightarrow \quad t_p = \frac{n\,\pi}{\omega_d}$$

$$n = 1, \quad t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

(b) $\text{O.S.} = x(t_p) - x_{ss} = \dfrac{W}{k}\left[1 - \dfrac{e^{-\zeta\omega_n\frac{\pi}{\omega_d}}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cos\left(\omega_d\dfrac{\pi}{\omega_d} - \phi\right)\right] - \dfrac{W}{k} \qquad \cos\phi = \sqrt{1-\zeta^2}$

$$= -\frac{W}{k}\frac{e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}}{\sqrt{1-\zeta^2}}(-\cos\phi) = -\frac{W}{k}\frac{e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\left(-\sqrt{1-\zeta^2}\right) = \frac{W}{k}\,e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

(c) $\dfrac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$ 를 증가시키기 위하여 감쇠비 ζ를 크게 함.