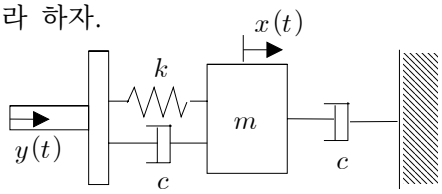
기 계 진 동 학 2005년 시험2 (25점) 문제 (가반) 2005. 5. 16.

1.[3점] 다음 물음에 답하시오.
(a) 공진(resonance)란 무엇인지 서술하고, 이 현상이 활용되는 사례를 제시하라.
(b) 440 Hz의 소리와 445 Hz의 소리가 중첩되어 나타나는 맥놀이(beat)의 주기가 몇 초인지 계산하라.

2.[6점] 그림과 같은 1자유도계가 좌측의 어떤 메커니즘에 의해 진동 변위 $y(t)$의 가진을 받고 있다. 우측 벽은 고정되어 있다. 질량 m인 물체의 진동 변위를 $x(t)$라 하자.



(a) 질량 m인 물체에 가해지는 힘들을 나타내는 자유물체도(free-body diagram)을 작성하고, 운동방정식을 유도하라.
(b) 가진 변위가 $y(t)$ = 15 sin(20π t) mm 이고, 물체의 응답 변위 진폭이 10 mm 라 할 때, 우측 감쇠기(damper)를 통하여 벽에 전달되는 힘의 크기는 몇 N인가? (k = 20,000 N/m, c = 300 N·s/m)

* 조화가진력을 받는 1자유도 감쇠계의 응답 진폭과 이를 정규화한 증폭율은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$X = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_n^2-\omega^2)^2+(2\zeta\omega_n\omega)^2}}$$

$$\overline{X} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

3.[6점] 다음에 제시된 진동 저감 대책이 맞으면 O표, 틀리면 X표 하라. (답이 맞으면 득점, 틀리면 감점, 답하지 않으면 0점)
(a) 일정한 진동수의 조화가진력을 받아 진동하는 시스템에 감쇠기(damper)를 추가하여 진폭을 어느 정도 줄였다. 진동을 더욱 줄이기 위하여 설계변경을 통해 고유진동수를 작게 한다. ( )
(b) 정밀 계측기가 설치된 테이블이 놓여 있는 실험실에 인근 공사장의 진동이 지반을 타고 전파되어 테이블에 영향을 미치고 있다. 바닥의 변위 진폭에 비해 테이블의 진동 변위 진폭이 작은 것은 확인되었지만, 진동을 좀더 차단하기 위해 테이블 받침 다리를 강성이 큰 재질로 바꾼다. ( )
(c) 일정 회전수에서 사용되는 전기 모터가 있는데, 회전불균형 진동으로 인해 외부로 전달되는 힘의 크기가 편심 회전체의 원심력에 비해서 작다. 하지만 주변에 정밀가공기가 놓이게 되어 전달되는 힘을 줄이기 위해 감쇠기를 약하게 한다. ( )

* 회전체의 편심 질량으로 인한 1자유도계의 진동에서 시스템 외부에 전달되는 힘 F_T를 무차원화 하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{F_T}{m_0\, e\, \omega_r^2} = \frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

이는 힘 전달률이라고 불리며, 여기서 r은 회전진동수 ω_r과 고유진동수 ω_n의 비이고, ζ는 감쇠비이다.

4.[4점] 고속 프레스에서는 회전 불균형으로 인하여 수직방향 진동이 발생한다.
(a) 회전진동수와 고유진동수의 비 r에 따른 힘 전달률 그래프를 감쇠비ζ 값이 0인 경우와 0.5인 경우에 대하여 개략적으로 나타내어라.
(b) 바닥으로 전달되는 힘의 크기 F_T가 편심 질량의 원심력($m_0\, e\, \omega_r^2$)의 5분의 1 이하가 되도록 프레스를 설계하고자 한다. 600 rpm과 1800 rpm의 회전수로 사용될 이 프레스의 감쇠는 무시될 만하다면, 고유진동수 ω_n은 어느 범위의 값이어야 하는가?

5.[6점] 정지해 있던 상태에서 0.1 초 동안 충격 하중이 가해진 1자유도계의 운동방정식이 다음과 같다.

$$(2\text{ kg})\ddot{x} + (6\text{ kg/s})\dot{x} + (18\text{ N/m})x = (0.4\text{ N·s})\,\delta(t)$$

(a) 이 시스템의 질량이 2 kg이라면, 충력량과 충격력은 각각 얼마인가?
(b,c) 위의 식으로 모델링된 계의 응답을 다음과 같은 형태로 표현하고자 한다.

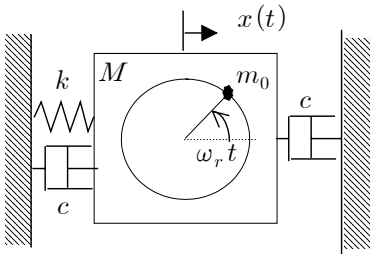
$$x(t) = A\, e^{-Bt}\sin(Ct+D)$$

*A, B, C, D*는 각각 어떤 수치로 표현되는가?

기 계 진 동 학 2005년 시험2 (25점) 문제 (나반) 2005. 5. 18.

1.[3점] 다음 물음에 답하시오.
(a) 공진(resonance)란 무엇인지 서술하고, 이 현상으로 인해 피해가 발생할 수 있는 사례를 제시하라.
(b) 맥놀이(beat)란 무엇인지 서술하고, 활용 사례를 하나 제시하라.

2.[6점] 그림과 같이 질량 M인 물체 내에서 편심 질량 m_0가 회전 반지름 r로서 1초에 n바퀴씩 회전하고 있다. 회전불균형에 따른 수평방향 진동을 해석한다.



(a) 질량 M인 물체 주변에 작용하는 외력을 나타내는 자유물체도(free-body diagram)을 작성하고, 운동방정식을 유도하라.
(b) 편심 질량의 초당 회전수 n이 20이고, 물체의 변위 진폭이 5 mm 일때, 물체의 진동으로 인해 damper를 통해 오른쪽 벽에 전달되는 힘의 크기는 몇 N인가? (k = 20,000 N/m, c = 300 N·s/m)

* 조화가진력을 받는 1자유도 감쇠계의 응답 진폭과 이를 정규화한 증폭율은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$X = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_n^2-\omega^2)^2+(2\zeta\omega_n\omega)^2}}$$

$$\overline{X} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

3.[6점] 다음에 제시된 진동 저감 대책이 맞으면 O표, 틀리면 X표 하라. (답이 맞으면 득점, 틀리면 감점, 답하지 않으면 0점)
(a) 일정한 진동수의 조화가진력을 받아 진동하는 시스템에 감쇠기(damper)를 추가하여 진폭을 어느 정도 줄였다. 진동을 더욱 줄이기 위하여 설계변경을 통해 고유진동수를 작게 한다. ( )
(b) 정밀 계측기가 설치된 테이블이 놓여 있는 실험실에 인근 공사장의 진동이 지반을 타고 전파되어 테이블에 영향을 미치고 있다. 바닥의 변위 진폭에 비해 테이블의 진동 변위 진폭이 작은 것은 확인되었지만, 진동을 좀더 차단하기 위해 테이블 받침 다리의 감쇠계수 값을 더 크게 바꾼다. ( )
(c) 일정 회전수에서 사용되는 전기 모터가 있다. 제작의 오류로 인해 회전 때에 큰 진동이 발생하고 있고, 회전수를 조금만 변경해도 진폭이 많이 달라지고 있다. 반품이 되지 않아 그냥 사용하되 진동을 줄이기 위하여, 모터를 바닥에 단단히 고정하여 전체적인 강성이 엄청나게 크게 되도록 한다. ( )

* 변위 진폭 Y인 바닥가진을 받는 1자유도계의 응답 변위 진폭 X를 무차원화 하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{X}{Y} = \frac{\sqrt{1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

이는 변위전달률이라고 불리며, 여기서 r은 바닥진동수 ω_b와 고유진동수 ω_n의 비이고, ζ는 감쇠비이다.

4.[4점] 외부 진동에 민감한 정밀계측기를 설치함에 있어서, 진동 차단을 위하여 천정에 스프링으로 매다는 방안을 강구하려 한다.
(a) 천정진동수와 고유진동수의 비 r에 따른 변위전달률 그래프를 감쇠비 ζ값이 0인 경우와 0.5인 경우에 대하여 개략적으로 나타내어라.
(b) 외부 진동의 주파수 성분은 15 Hz부터 30 Hz까지라고 파악하였다. 계측기와 받침판의 질량의 합은 12 kg이다. 계측기의 진동 변위를 바닥 진동 변위의 10분의 1 이하로 하려면 감쇠를 무시할 수 있는 스프링의 등가 강성 k는 어느 범위의 값이어야 하는가?

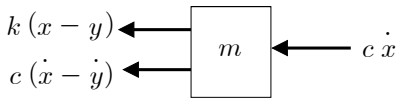
5.[6점] 질량 4 kg, 감쇠계수 8 kg/s, 강성 10 N/m인 1자유도계가 정지상태에 있을 때, 1.6 N 크기의 힘이 충격적으로 0.1초 동안 질량체에 가해졌다.
(a) 이 충격 하중을 시간 t의 함수로 표현하라.
(b) 충격 하중이 가해진 시스템을 초기조건이 있는 자유진동으로 모델링 하고자 한다. 초기변위 $x(0)$와 초기속도 $\dot{x}(0)$ 값을 구하라.
(c) 이 시스템의 진동 응답 $x(t)$를 구하라.

기 계 진 동 학　　2005년 시험2 (가반) 해 답

1. (a) 공진이란 구동진동수가 고유진동수와 일치하여 진동의 진폭이 무한히 커지는 현상이다.
공진 활용사례 : (사례)

(b) $T_b = \dfrac{2\pi \text{ rad}}{|\omega_n - \omega|} = \dfrac{1}{|f_n - f|} = \dfrac{1}{|(445\text{ Hz}) - (440\text{ Hz})|} = 0.2 \text{ s}$

2. (a)



$-k(x-y) - c(\dot{x}-\dot{y}) - c\dot{x} = m\ddot{x} \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + 2c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky$

(b) $Y = 15$ mm, $\omega_b = 20\pi$ rad/s, $X = 10$ mm

$x(t) = X \sin(\omega_b t - \theta)$

$F_{tr}(t) = c\dot{x} = c\omega_b X \cos(\omega_b t - \theta)$

$F_T = c\omega_b X = (300 \text{ N·s/m})\ (20\pi \text{ rad/s})\ (10\times10^{-3} \text{ m}) = 188 \text{ N}$

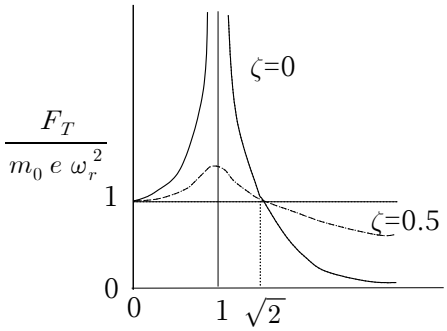
3. (a) O　(b) X　(c) O

4. (a) 그래프

(b) $\zeta \approx 0, \quad r > 1$

$\dfrac{F_T}{m_0 e \omega_r^2} = \dfrac{1}{r^2 - 1} \le \dfrac{1}{5}$

$r^2 \ge 6 \quad \rightarrow \quad r \ge \sqrt{6}$ (= 2.45)



$\omega_{r1} = \dfrac{(2\pi \text{ rad})(600 \text{ rev/min})}{60 \text{ s/min}} = 20\pi \text{ rad/s} = 62.8 \text{ rad/s}$

$\omega_{r2} = \dfrac{(2\pi \text{ rad})(1800 \text{ rev/min})}{60 \text{ s/min}} = 60\pi \text{ rad/s} = 188 \text{ rad/s}$

$r = \dfrac{\omega_r}{\omega_n} \ge \sqrt{6} \quad \Rightarrow \quad \omega_n \le \dfrac{\omega_r}{\sqrt{6}}$

$\omega_n \le \dfrac{\omega_{r1}}{\sqrt{6}} = \dfrac{62.8 \text{ rad/s}}{\sqrt{6}} = 25.6 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad \omega_n \le 25.6 \text{ rad/s}$

5. (a) 충격량 $\hat{F} = 0.4$ N·s , 충격력 $F = \dfrac{\hat{F}}{\Delta t} = \dfrac{0.4 \text{ N·s}}{0.1 \text{ s}} = 4.0 \text{ N}$

(b,c) $m = 2$ kg, $c = 6$ kg/s, $k = 18$ N/m

$\omega_n = \sqrt{\dfrac{18 \text{ N/m}}{2 \text{ kg}}} = 3 \text{ rad/s}, \quad \zeta = \dfrac{6 \text{ kg/s}}{2(2 \text{ kg})(3 \text{ rad/s})} = 0.5$

$\omega_d = \sqrt{1 - 0.5^2}\ (3 \text{ rad/s}) = 2.60 \text{ rad/s} = C$

$\zeta\omega_n = (0.5)\ (3 \text{ rad/s}) = 1.5 \text{ rad/s} = B$

$\dfrac{\hat{F}}{m} = \dfrac{0.4 \text{ N·s}}{2 \text{ kg}} = 0.2 \text{ m/s} = \dot{x}(0), \quad x(0) = 0$

$x(0) = A \sin D = 0 \quad \rightarrow \quad D = 0$

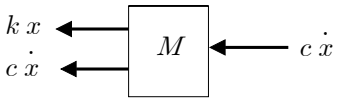
$\dot{x}(t) = A e^{-Bt} [-B \sin(Ct + D) + C \cos(Ct + D)]$

$\dot{x}(0) = A [-B \sin D + C \cos D] = A C$

$A = \dfrac{\dot{x}(0)}{C} = \dfrac{0.2 \text{ m/s}}{2.60 \text{ rad/s}} = 0.0769 \text{ m} = 76.9 \text{ mm}$

기 계 진 동 학 2005년 시험2 (나반) 해 답

1. (a) 공진이란 구동진동수가 고유진동수와 일치하여 진동의 진폭이 무한히 커지는 현상이다.
공진 피해사례 : (사례)
(b) 맥놀이란 구동진동수와 고유진동수가 비슷하여 진동의 진폭이 주기적으로 변화하는 현상이다.
맥놀이 활용사례 : (사례)

2. 

$x_r = r\cos\omega_r t, \quad \omega_r = 2\pi n$

$$-kx - c\dot{x} - c\dot{x} = (M - m_0)\ddot{x} + m_0\frac{d^2}{dt^2}(x + r\cos\omega_r t) = M\ddot{x} - m_0\ddot{x} + m_0\ddot{x} - m_0 r\omega_r^2\cos\omega_r t$$

$$\Rightarrow \quad M\ddot{x} + 2c\dot{x} + kx = m_0 r\omega_r^2\cos\omega_r t$$

(b) $\omega_r = 2\pi n = (2\pi \text{ rad})(20 \text{ /s}) = 40\pi \text{ rad/s} = 126 \text{ rad/s}, \quad X_r = 5\times10^{-3} \text{ m}$

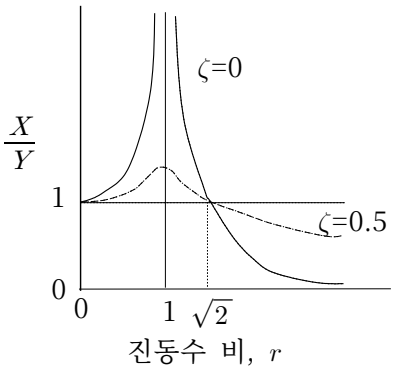
$x(t) = X_r\cos(\omega_r t - \theta)$

$F_{tr}(t) = c\dot{x} = -c\omega_r X\sin(\omega_b t - \theta)$

$F_T = c\omega_r X = (300 \text{ N·s/m})(40\pi \text{ rad/s})(5\times10^{-3} \text{ m}) = 188 \text{ N}$

3. (a) O (b) X (c) O

4. (a) 그래프



(b) $\omega_{b1} = (2\pi \text{ rad})(15 \text{ /s}) = 30\pi \text{ rad/s}$

$\omega_{b2} = (2\pi \text{ rad})(30 \text{ /s}) = 60\pi \text{ rad/s}$

$m = 12 \text{ kg}, \quad \zeta \approx 0, \quad r > 1$

$$\frac{X}{Y} = \frac{1}{r^2 - 1} \le \frac{1}{10}$$

$r^2 \ge 11 \quad \Rightarrow \quad r \ge \sqrt{11} \ (= 3.32)$

$$\frac{\omega_b^2}{\omega_n^2} \ge 11 \quad \Rightarrow \quad \omega_n^2 \le \frac{\omega_b^2}{11} \quad \Rightarrow \quad \frac{k}{m} \le \frac{\omega_b^2}{11} \quad \Rightarrow \quad k \le \frac{m\omega_b^2}{11}$$

$$\Rightarrow \quad k \le \frac{m\omega_{b1}^2}{11} = \frac{(12 \text{ kg})(30\pi \text{ rad/s})^2}{11} = 9{,}690 \text{ kg/s}^2 \quad \Rightarrow \quad k \le 9{,}690 \text{ N/m}$$

5. (a) $\hat{F} = (1.6 \text{ N})\cdot(0.1 \text{ s}) = 0.16 \text{ N·s}$

$F(t) = \hat{F}\,\delta(t) = (0.16 \text{ N·s})\,\delta(t)$

(b) $x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = \frac{\hat{F}}{m} = \frac{0.16 \text{ N·s}}{4 \text{ kg}} = 0.04 \text{ m/s}$

(c) $m = 4 \text{ kg}, \quad c = 8 \text{ kg/s}, \quad k = 10 \text{ N/m}$

$\omega_n = \sqrt{\frac{10 \text{ N/m}}{4 \text{ kg}}} = 1.58 \text{ rad/s}, \quad \zeta = \frac{(8 \text{ kg/s})}{2(4 \text{ kg})(1.58 \text{ rad/s})} = 0.633$

$\omega_d = \sqrt{1 - 0.633^2}\ (1.58 \text{ rad/s}) = 1.223 \text{ rad/s}, \quad \zeta\omega_n = (0.633)(1.58 \text{ rad/s}) = 1.00 \text{ rad/s}$

$x(t) = A\,e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t + \phi) = A\,e^{-1.00t}\sin(1.223t + \phi)$

$x(0) = A\sin\phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi = 0$

$\dot{x}(t) = A\,e^{-1.00t}\,[-1.00\sin(1.223t) + 1.223\cos(1.223t)]$

$\dot{x}(0) = A\,[1.223] = 0.04 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{0.04 \text{ m/s}}{1.223 \text{ rad/s}} = 0.0327 \text{ m} = 32.7 \text{ mm}$

$x(t) = 32.7\,e^{-1.0t}\sin 1.223t \quad \text{mm}$