기 계 진 동 학 2005년 시험1 (25점) 문제 (가/나반) 2005. 4. 7.

1.[4점] 다음 물음에 답하라.

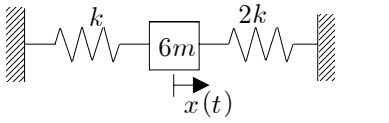
(a) '기계진동학(mechanical vibration)'이란 무슨 학문인가? (두 문장 이내로 서술)

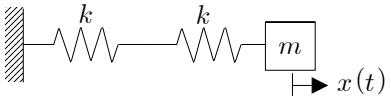
(b) 억제해야 하는 '부정적 진동'과 활용하고자 하는 '긍정적 진동'의 사례를 각각 다섯 개 씩 제시하라.

부정적 진동 : 긍정적 진동 :

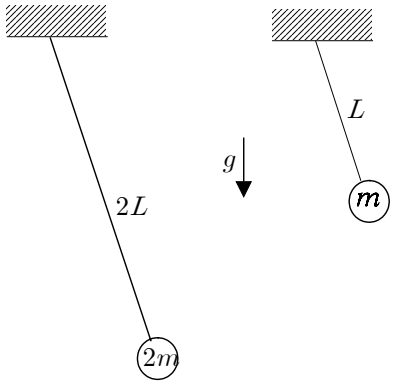
2.[3점] 다음 그림과 같은 1자유도계 짝들에서 고유진동수가 같은 짝에 O표, 고유진동수가 다른 짝에 X표 하라. (답이 맞으면 득점, 틀리면 감점, 답하지 않으면 0점)

(a) ( )

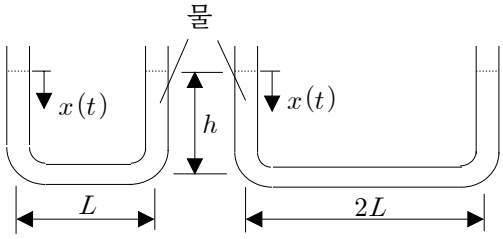




(b) ( )

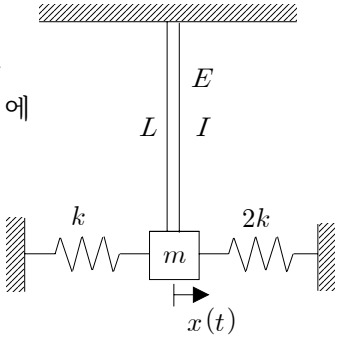


(c) ( )

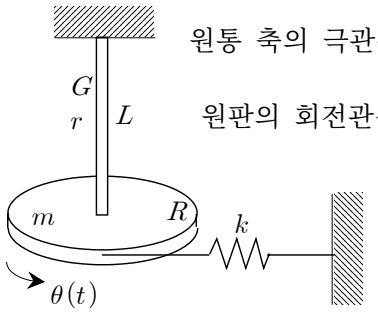


3.[4점] 다음 그림에 보인 1자유도계의 운동방정식을 뉴튼 법칙 또는 에너지 방법에 근거하여 유도하고, 계의 고유진동수를 제시하라.

(a) 횡방향 굽힘운동을 하는 막대(beam)과 2개의 스프링에 질량체가 결합되어 있다.



(b) 질량을 무시할 수 있고 변형 가능한 축과 강체 원판으로 이루어져 축의 비틀림 진동을 하는 1자유도계에서, 원판의 원주방향으로 강성 k인 스프링이 결합되어 있다. 축은 전단탄성계수 G, 길이 L, 단면 반지름 r이다. 원판은 질량 m, 반지름 R이다.



원통 축의 극관성모멘트 $J_p = \frac{1}{2}\pi r^4$

원판의 회전관성모멘트 $J = \frac{1}{2}mR^2$

4.[6점] 비감쇠고유진동수 ω_n, 감쇠비 ζ, 감쇠고유진동수 ω_d를 갖는 1자유도 감쇠계에서, 자유진동 운동방정식의 해를 구하니 다음과 같이 유도되었다.

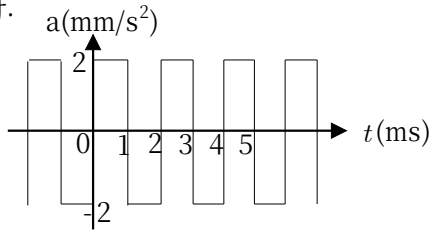
$$x(t) = A_1\, e^{-\zeta\omega_n t}\cos\omega_d t + A_2\, e^{-\zeta\omega_n t}\sin\omega_d t$$

(a) 질량 m = 3.3 kg, 감쇠계수 c = 3.8 N/(m/s), 강성 k = 10.5 N/m일 때, 비감쇠고유진동수 ω_n, 감쇠비 ζ, 감쇠고유진동수 ω_d, 감쇠운동 중의 주기 T를 구하라.

(b) 해를 $x(t) = A\, e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t - \theta)$ 의 형태로 바꾸어 나타내고자 한다. A_1과 A_2를 사용하여 A와 θ를 나타내어라.

(c) ω_n = 10.0 rad/s, ζ = 0.23이고, 초기변위 x_0 = -1.5 mm, 초기속도 v_0 = 1.0 mm/s일 때, $x(t) = A\, e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t + \phi)$ 형태의 해에 파라미터 값들을 대입하고 상수 A와 ϕ를 결정하여 해를 완성하라.

5.[4점] 다음 그림과 같이 관찰되는 진동 가속도 신호가 있다.



(a) 이 진동 가속도 신호의 주기는 몇 ms(밀리 세컨드)이고, 진동수는 몇 Hz인가?

(b) 이 신호의 rms 가속도 진폭 a_{rms}를 계산하라.

6.[4점] 코일 스프링의 강성은 다음과 같이 주어진다.

$$k = \frac{G d^4}{64\, n R^3}$$

1.58 kg의 질량을 매달 때 스프링-질량 시스템이 약 4.0 Hz의 진동수를 갖도록 강철 스프링의 설계하고자 한다. 강철의 영률(Young's modulus)는 200 GPa, 전단탄성계수(shear modulus)는 80 GPa이다. 지름이 8 mm인 강철을 10 바퀴(turn) 감도록 하려 할 때, 코일의 반지름을 얼마로 하면 되겠는가?

기 계 진 동 학 2005년 시험1(가/나반) 해 답

1. (a) 서술 (핵심어 : 역학적, 반복운동)
   (b) (사례 제시)

2. (a) O 위 $\omega_n = \sqrt{\frac{3k}{6m}}$, 아래 $\omega_n = \sqrt{\frac{k/2}{m}}$

   (b) X 왼쪽 $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{2L}}$, 오른쪽 $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{L}}$

   (c) X 왼쪽 $\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{L+2h}}$, 오른쪽 $\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{2L+2h}}$

3. (a) $k_{eq} = k + 2k + k_b = 3k + \frac{3EI}{L^3}$

   $-k_{eq}x = m\ddot{x} \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + k_{eq}x = 0$

   $\Rightarrow \quad m\ddot{x} + \left(3k + \frac{3EI}{L^3}\right)x = 0 , \quad \omega_n = \sqrt{\frac{3\left(k + \frac{EI}{L^3}\right)}{m}} = \sqrt{\frac{3(kL^3 + EI)}{mL^3}}$

   (b) $k_t = \frac{GJ_p}{L} = \frac{G}{L}\left(\frac{1}{2}\pi r^4\right)$

   $-k_t\theta - k(R\theta)R = J\ddot{\theta} \quad \Rightarrow \quad J\ddot{\theta} + (k_t + kR^2)\theta = 0$

   $\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mR^2\ddot{\theta} + \left(\frac{\pi r^4 G}{2L} + kR^2\right)\theta = 0 , \quad \omega_n = \sqrt{\frac{\frac{\pi r^4 G}{2L} + kR^2}{\frac{1}{2}mR^2}} = \sqrt{\frac{\pi r^4 G + 2kR^2 L}{mR^2 L}}$

4. (a) $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10.5\ \text{N/m}}{3.3\ \text{kg}}} = 1.78\ \text{rad/s}$

   $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{3.8\ \text{N/(m/s)}}{2\sqrt{(3.3\ \text{kg})(10.5\ \text{N/m})}} = 0.323$

   $\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.323^2}\ (1.78\ \text{rad/s}) = 1.68\ \text{rad/s}$

   $T = \frac{2\pi\ \text{rad}}{\omega_d} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{1.68\ \text{rad/s}} = 3.73\ \text{s}$

   (b) $x(t) = A\,e^{-\zeta\omega_n t}\,[\cos\omega_d t\,\cos\theta + \sin\omega_d t\,\sin\theta] = e^{-\zeta\omega_n t}\,[A\cos\theta\,\cos\omega_d t + A\sin\theta\,\sin\omega_d t]$

   $A_1 = A\cos\theta , \quad A_2 = A\sin\theta$

   $A = \sqrt{A_1^{\,2} + A_2^{\,2}} , \quad \theta = \tan^{-1}\frac{A_2}{A_1}$

(c) ω_n = 10.0 rad/s, ζ = 0.23, x_0 = -1.5 mm, v_0 = 1.0 mm/s

$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n = \sqrt{1-0.23^2}\,(10.0 \text{ rad/s}) = 9.73 \text{ rad/s}$

$\dot{x}(t) = A e^{-\zeta\omega_n t}\,[-\zeta\omega_n \sin(\omega_d t+\phi) + \omega_d \cos(\omega_d t+\phi)]$

$x(0) = A \sin\phi = x_0 = -1.5 \text{ mm} < 0 \quad \cdots ①$

$\dot{x}(0) = A\,[-\zeta\omega_n \sin\phi + \omega_d \cos\phi] = v_0$

$-\zeta\omega_n x_0 + \omega_d A \cos\phi = v_0$

$\Rightarrow \quad A\cos\phi = \dfrac{v_0+\zeta\omega_n x_0}{\omega_d} = \dfrac{(1.0 \text{ mm/s}) + (0.23)(10.0 \text{ rad/s})(-1.5 \text{ mm})}{9.73 \text{ rad/s}}$

$= -0.25 \text{ mm} < 0 \quad \cdots ②$

①, ② $\sin\phi < 0, \quad \cos\phi < 0 \quad \Rightarrow \quad \pi < \phi < \dfrac{3}{2}\pi$

①^2+②^2 $A = \sqrt{(-1.5 \text{ mm})^2 + (-0.25 \text{ mm})^2} = 1.52 \text{ mm}$

①÷② $\tan\phi = \dfrac{-1.5 \text{ mm}}{-0.25 \text{ mm}} = 6 \qquad \phi = \tan^{-1}(6) = 1.4 \text{ rad}$

ϕ = 1.4 rad + π rad = 4.54 rad (= 260°)

또는 ϕ = 1.4 rad - π rad = -1.73 rad (= -100°)

$x(t) = 1.52\, e^{-2.3t} \sin(9.73\,t + 4.54) \text{ mm}$

5. (a) T = 2 ms

$f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2\times10^{-3} \text{ s}} = 500 \text{ Hz}$

(b) $a_{rms} = \sqrt{\dfrac{1}{2}\,[2^2\times1 + (-2)^2\times1]} = 2 \text{ (mm/s}^2\text{)}$

6. $\omega_n = (2\pi \text{ rad})\times(4.0 \text{ /s}) = 25.1 \text{ rad/s}$

$k = m\,\omega_n^2 = (1.58 \text{ kg})(25.1 \text{ rad/s}^2) = 995 \text{ N/m}$

$R^3 = \dfrac{G\,d^4}{64\,n\,k} = \dfrac{(80\times10^9 \text{ N/m}^2)(8\times10^{-3} \text{ m})^4}{64(10)(995 \text{ N/m})} = 0.514\times10^{-3} \text{ m}^3$

$R = 0.801\times10^{-1} \text{ m} = 0.0801 \text{ m} = 80.1 \text{ mm}$