정 역 학 [Statics]

2022학년도 제2학기

김 진 오 교수

교 재 : F. P. Beer, E. R. Johnston, D. F. Mazurek, S. Sanghi
Vector Mechanics for Engineers - STATICS, 12th edition in SI units
McGraw-Hill, 2020.

내 용 :

제1장 서 론 [Introduction]

제2장 질점의 정역학 [Statics of Particles]

제3장 강체: 힘의 등가계 [Rigid Bodies: Equivalent Systems of Forces]

제4장 강체의 평형 [Equilibrium of Rigid Bodies]

제5장 분포력: 도심과 중심 [Distributed Forces: Centroids and Centers of Gravity]

제6장 구조물의 해석 [Analysis of Structures] (생략)

제7장 내력과 내 모멘트 [Internal Forces and Moments] (생략)

제8장 마 찰 [Friction]

제9장 분포력: 관성모멘트 [Distributed Forces: Moments of Inertia]

제10장 가상일의 방법 [Method of Virtual Work] (생략)

제0장 기계공학 개론

0.1 기계공학이란?

과학[science] =

=

공학[engineering]=

=

=

≈

cf. 기술[technology]=

<u>기계공학</u> [mechanical engineering] =

↑

mechanics (역학) :

힘이 작용하고 있는 물체의 정지상태 또는 운동상태를 묘사하고 예측하는 응용과학

Newton의 법칙

매 질			상 태	
종 류		특 성	정적 static	동적 dynamic
고체 solid		강체	**정역학** statics	**동역학** dynamics
		변형체	**고체역학** solid mechanics	진동학 vibration
액체 liquid	유체 fluid		**유체역학** fluid mechanics fluid dynamics	
기체 gas				

열역학 = 열에너지를 다루는 학문

≡

정역학 ≡

0.2 정역학 [Statics]

정역학 ≡ (정지하고 있는 물체에 작용하는) 힘[force]의 평형[equilibrium]을 다루는 학문

힘 ⇒[물체]⇒

동역학 ≡ 힘[force]과 운동[motion]의 관계를 다루는 학문

힘 ⇒[물체(질량)]⇒

고체역학 ≡ 힘[force]과 변형[deformation]의 관계를 다루는 학문

힘 ⇒[물체]⇒

유체역학 ≡ 유체(액체와 기체)에 대하여 힘과 평형, 운동, 변형 등을 다루는 학문

물체 질점[particle] : 은 고려되나 가 무시되는 물체

강체[rigid body] : 과 가 고려되나 변형은 무시되는 물체

변형체[deformable body] : 변형이 고려되는 물체

유체[fluid] : 용기에 의해 형상이 결정되는 물체 (액체, 기체)

교과목 윤곽[outline]

1. 서론[introduction]
2. 질점의 정역학[statics of particles]

3. 강체 : 등가계[equivalent system]
4. " : 평형[equilibrium]

5. " : 도심과 중심[centroids and centers of gravity]
8. " : 마찰[friction]
9. " : 관성모멘트[moment of inertia]

교과목 연계

기초공학수학
↓
물리학 → **정역학** → 고체역학
↓ ↓
동역학 → 진동학

제1장 서 론 [Introduction] p.1

1.1 역학이란 무엇인가? [What is Mechanics?] p.2

역학 = 힘이 작용하고 있는 물체의 상태 또는 상태를 묘사하고 예측하는 응용과학
[applied science that describes and predicts the conditions of
of bodies under the action of forces]

1.2 기본 개념과 원리 [Fundamental Concepts and Principles] p.3

<u>역학의 기본 개념</u>

공간 [space] : 특정 기준점(원점)으로부터 세 방향으로 측정된 길이 ⇒
시간 [time] : 동적[dynamic] 현상에 수반되는 변수 예.
질량 [mass]
힘 [force] : 작용점[application point], 크기[magnitude], 방향[direction].
에 의해 표현

<u>역학의 기본 원리</u> p.4

평행사변형 법칙 : 힘의 합성 [addition]
합력 [resultant] = 두 힘과 같은 크기의 변을 가진 평행사변형의 대각선

Newton의 운동 법칙 (17세기 후반)
1.
2.
3.
*.

전달성의 원리 [transmissibility]
강체의 한 점에 작용하는 힘을 크기와 방향이 같지만 다른 점에 작용하는 힘으로 대치하여도 강체의 평형상태나 운동상태가 변하지 않는다,

1.3 단위계 [Systems of Units] p.5

<u>국제 단위계</u> [International System of Units]
= SI단위계 (Syst è me International d'Unités)
기본단위 : 길이(m), 질량(kg), 시간(s), 전류(A), 온도(K), 물질의 양(mol), 조도(cd) candele
보조단위 : 평면각(rad), 입체각(sr) steradian
유도단위 : 면적(m^2), 속도(m/s), 가속도(m/s^2), 힘($kg \cdot m/s^2$), … 표 1.2 p.8

힘 : 1 N (newton) ≡ 1 $kg \cdot m/s^2$ (← $F = m\,a$)
예. 무게: $W = m\,g$ 중력가속도 g = 9.81 m/s^2
m = 1 kg 이면 ⇒ $W = (1\ kg) \cdot (9.81\ m/s^2) =$

배수 da(10), h(10^2), k(10^3), M(10^6), G(10^9), T(10^{12}), P(10^{15}), E(10^{18}) 표 1.1
d(10^{-1}), c(10^{-2}), m(10^{-3}), μ(10^{-6}), n(10^{-9}), p(10^{-12}), f(10^{-15}), a(10^{-18})

<u>서양 단위계</u> [U.S. Customary Units] p.8

길이 : foot (ft) $1\ \text{ft} = 0.3048\ \text{m}$, $1\ \text{mi} = 5{,}280\ \text{ft}$, $1\ \text{in} = \frac{1}{12}\ \text{ft}$

힘(무게) : pound (lb) $1\ \text{lb} = 0.4536\ \text{kgf}$ 중력가속도 $g = 32.2\ \text{ft/s}^2$

질량 : slug $1\ \text{lb} = (1\ \text{slug})\cdot(1\ \text{ft/s}^2)$

pound mass (lbm) $1\ \text{lb} = (1\ \text{lbm})\cdot(32.2\ \text{ft/s}^2)$

1.4 단위계 변환 [Converting Between Two Systems of Units] p.10

<u>길이 단위</u> [Units of Length]

$1\ \text{ft} = 0.3048\ \text{m}$

$1\ \text{mi} = 1.609\ \text{km}$ ← $1\ \text{mi} = (5{,}280\ \text{ft})\ \dfrac{0.3048\ \text{m}}{1\ \text{ft}} =$

$1\ \text{in} = 25.4\ \text{mm}$ ← $1\ \text{in} = (\frac{1}{12}\ \text{ft})\ \dfrac{0.3048\ \text{m}}{1\ \text{ft}} =$

<u>힘 단위</u> [Units of Force]

$1\ \text{lb} = 4.45\ \text{N}$ ← $1\ \text{lb} = (0.4536\ \text{kg})\cdot(9.807\ \text{m/s}^2) =$

<u>질량 단위</u> [Units of Mass]

$1\ \text{slug} = 14.59\ \text{kg}$ ← $1\ \text{slug} = \dfrac{1\ \text{lb}}{1\ \text{ft/s}^2} = \dfrac{4.448\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{0.3048\ \text{m/s}^2} = 14.59\ \text{kg}$

$1\ \text{lbm} = 0.453\ \text{kg}$ ← $1\ \text{lbm} = \dfrac{1\ \text{lb}}{32.2\ \text{ft/s}^2} = \dfrac{4.448\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{9.81\ \text{m/s}^2} = 0.453\ \text{kg}$

표 1.3 p.12

1.5 문제풀이 방법 [Methods of Solving Problems] p.11

SMART

1. Strategy 전략 : 문제 파악 (자료, 정보, 개념)
2. Modeling 모델링 : 문제 정의 → 자유물체도 작성
3. Analysis 해석 : 식 (역학의 기본 원리에 근거)
   해 (수치계산)
4. Reflect 검토 : 과정의 타당성
   Think 의미 : 결과의 의미

1.6 수치정확도 [Numerical Accuracy] p.15

해의 정확도에 영향을 주는 항목 :

(1) 주어진 데이터의 정확도 (공학적으로 대개 0.2% 이하 오차)

(2) 행해진 계산의 정확도

유효숫자 [significant figures]

세 자리

1로 시작되는 숫자는 네 자리

예. 50 m → , 15 N → , 253.42 kN → , 2,192 kg →

$\pi = 3.1415926\cdots$ →

제2장 질점의 정역학 [Statics of Particles] p.16

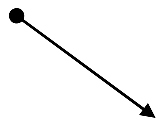
질점[particle] :
합력(合力) [resultant] (2. 1~2절, 4절)
평형 [equilibrium] (2. 3절, 5절)

2.1 평면에서 힘의 합성 [Addition of Planar Forces] p.17

2.1A 질점에 작용하는 힘: 두 힘의 합력 p.17
[Force on a Particle: Resultant of Two Forces]

힘 [force] : 한 물체의 다른 물체에 대한 작용[action]
작용점[point of application], 크기[magnitude], 방향[direction]으로 표시
(그림 2.1)

: 질점에서는 힘들이 한 점에 작용
: 숫자와 단위. 예: 2,000 N = 2.00 kN
: 작용선[line of action]과 부호[sense]



합력(合力) [resultant] : [equivalent force] (그림 2.2) p.18
= 두 가지 이상의 힘들이 작용할 때 이들과 같은 효과를 갖는 하나의 힘

평행사변형 법칙[parallelogram law] R = P + Q
합력 = 두 힘과 같은 크기의 변을 가진 평행사변형의

2.1B 벡 터 [Vectors] p.18

스칼라[scalar] : 크기만 갖는 물리량.
예:

벡 터 : 을 갖는 수학적 표현.
예: 힘, 변위[displacement], 속도[velocity], 가속도[acceleration], 운동량[momentum], …
평행사변형 법칙에 의해 합성[addition].

등벡터[equal vector] : 크기와 방향이 같은 두 벡터, 작용점에 관계없이 동일. (그림 2.3)

부벡터[negative vector] : 크기가 같고 방향이 반대인 벡터. -P (그림 2.4)

고정벡터[fixed vector] : 작용점이 정의된 벡터 예.
(= 유한한 벡터[bound vector])
미끄럼벡터[sliding vector] : 작용선을 따라 이동할 수 있는 벡터. 예.
recall
자유벡터[free vector] : 공간상에서 자유롭게 움직일 수 있는 벡터. 예.

2.1C 벡터의 합성 [Addition of Vectors] p.19

교환적[commutative] : P + Q =

평행사변형 법칙 적용 (그림 2.5)

삼각형 법칙[triangle rule] (그림 2.6)

벡터의 뺄셈 = 부벡터의 덧셈 P - Q = (그림 2.7) p.20

결합적[associative] : P + Q + S = (P + Q) + S =

다각형 법칙[polygon rule] (그림 2.8)

스칼라와 벡터의 곱 [product of a scalar and a vector]

nP 예: (그림 2.9)

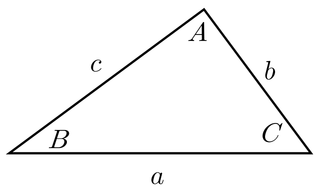
예제 [Sample Problem] 2.1 두 힘의 합력 p.22

※ 삼각법[trigonometry] (중요)

사인[sine]공식 $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$

코사인[cosine]공식 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$

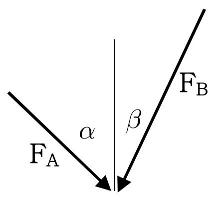


예.<연습 2.20> p.28

두 개의 구조용 부재 A와 B가 그림과 같이 브래킷에 볼트로 체결되어 있다. 양쪽 부재는 압축을 받고, 부재 A의 힘은 15 kN, 부재 B의 힘은 10 kN일 경우, 부재 A와 B에 의해 브래킷에 가해진 합력의 크기와 방향을 삼각법을 사용하여 결정하라.

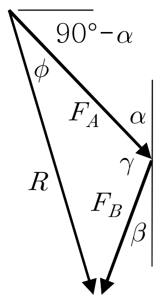
S ; known F_A = 15 kN, F_B = 10 kN, unknown R, 삼각법[trigonometry]

M ; 자유물체도[F.B.D.] 힘 삼각형[force triangle]



$\alpha = 40°$

$\beta = 20°$



$\gamma = 180° - (\alpha + \beta)$

$= 180° - (40° + 20°)$

$= 120°$

A ; 코사인공식 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

⇒ $R^2 =$

$= (15\text{ kN})^2 + (10\text{ kN})^2 - 2\,(15\text{ kN})(10\text{ kN})\cos 120° = 475.0\ (\text{kN})^2$

합력의 크기 $R = 21.79$ kN

사인공식 $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$ ⇒

$\sin\phi = \dfrac{F_B}{R}\sin\gamma = \dfrac{10\text{ kN}}{21.79\text{ kN}}\sin 120° = 0.3974$

$\phi = \sin^{-1}(0.3974) = 23.41°$

합력 방향 각도 $\theta = \phi + (90° - \alpha) = 23.41° + (90° - 40°) = 73.41°$

합력 R =

R ; (과정의 타당성)

T ; (결과의 의미)

2.1D 동일점에 작용하는 여러 힘의 합력 p.21

[Resultant of Several Concurrent Forces]

다각형 법칙 = 평행사변형 법칙 반복 적용 (그림 2.10)
2.2B절 방법이

2.1E 힘의 분해 [Resolution of a Force into Components] p.21

힘의 성분[components] : 효과가 같은 하나의 힘으로 대치될 수 있는 둘 이상의 힘들

힘의 분해 : 힘을 성분들로 대체하는 과정 F = P + Q (그림 2.11)
무수히 많은 성분들의 조합이 존재함.

1. 두 성분 중 하나인 P를 아는 경우
   두 번째 성분 Q = P의 종점을 F의 종점에 연결. (그림 2.12)

2. 각 성분의 작용선을 아는 경우
   F의 종점을 지나고 작용선에 평행한 선들. (그림 2.13)

3. 한 성분의 방향을 알고 다른 성분의 크기를 최소로 하려는 경우
   예제 2.2

예제 2.2 바지선[barge]을 이끄는 두 예인선[tugboat] 로프의 인장력[tension] p.23

연습

주의사항 : 0. 표지 불필요 (가급적 한 페이지에 작성)
1. 페이지 상단에 학번, 이름 기재 [누락 시 0.1점 감점]
2. 이해한 만큼만 기재 [이해 않고 베끼면 문제 수×(-1)점]
3. 근거 및 과정 중요 (합력 또는 평형 문제의 경우에 SMART 과정)
   a) S(전략), R(과정 타당성), T(결과 의미) 서술 누락 각각 -0.1
   b) Modeling에서 자유물체도(F.B.D.) 누락 -0.2
   c) Analysis에서 관련 식 기재 후 수치 대입 계산,
      결과 제시 (최종결과 유효숫자 부족/과다 -0.1, 단위 누락/오류 -0.1)
4. 수업 시작 전 제출 [기한 경과하면 0% 인정]
5. 한 문제 당 1점씩으로 채점한 후 학기말에 총점 × 0.5 (예, 20점 × 0.5 = 10점)

2.2 성분에 의한 힘의 합성 [Adding Forces by Components] p.29

2.2A 힘의 직각성분과 단위벡터 p.29

[Rectangular Components of a Force: Unit Vectors]

힘의 분해 (평행사변형)의 특수한 경우 ⇒ 서로 직각인 두 성분으로 분해 (직사각형)

예. (그림 2.14, 2.15)

단위벡터[unit vectors] :

예. x축 방향인 단위벡터 i, y축 방향 단위벡터 j (그림 2.16)

힘의 직각성분

벡터성분 : $\mathbf{F}_x$, $\mathbf{F}_y$ $\mathbf{F}_x$ = , $\mathbf{F}_y$ = (그림 2.17)

스칼라성분 : F_x, F_y $\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j}$ 예[Example] 1.

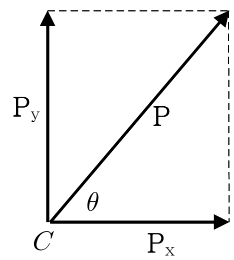
F_x = , F_y = 예 2.

$\tan\theta = \dfrac{F_y}{F_x}$ $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ 예 3.

예.<연습 2.25> p.35

부재 BC가 부재 AC에 선BC 방향으로 힘 P를 가한다. 힘 P의 수평성분 크기가 325 N일 때, (a) 힘 P의 크기, (b) 그 힘의 수직성분을 구하여라.

S ; P_x = 325 N, M ;



θ = $= \tan^{-1}(1.1077) = 47.9°$

A ;

(a) P_x =

$\Rightarrow \quad P = \dfrac{P_x}{\cos\theta} = \dfrac{325\text{ N}}{\cos 47.9°} = 484.7\text{ N}$ P =

(b) $\tan\theta$ = $\Rightarrow$ $P_y = P_x \tan\theta = (325\text{ N})\,(1.1077) = 360.0\text{ N}$

또는 P_y = $= (484.7\text{ N})\sin 47.9° = 359.6\text{ N}$

$\mathrm{P_y}$ =

R ;

T ;

2.2B X와 Y 성분의 합에 의한 힘의 합성 p.32

[Addition of Forces by Summing X and Y Components]

한 질점에 작용하는 여러 힘들의 합력의 성분 = 주어진 힘들의 스칼라 성분들의 합

$\mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{S} = \mathbf{R} = R_x\,\mathbf{i} + R_y\,\mathbf{j}$ $R_x = \Sigma F_x$ (=

$R_y = \Sigma F_y$ (=

또는 R = (그림 2.21)

예제 2.3 한 지점에 작용하는 여러 힘들의 합력 p.34

연습

2.3 평면에서 힘과 평형 [Forces and Equilibrium in a Plane] p.38

2.3A 질점의 평형 [Equilibrium of a Particle] p.38

평형[equilibrium] :

작용하는 모든 힘의

예. 두 힘의 경우; 가 같고, 같은 에 있으며, 이 반대. (그림 2.22)

일반적으로 R (= ΣF) = 0 ((그림 2.23b)

또는 $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ (그림 2.23a)

cf. 동적 평형 ΣF = m a ⇒ ΣF + (− m a) = 0 − m a :

2.3B 뉴튼의 운동 제1법칙 [Newton's First Law of Motion] p.39

=

질점에 작용하는 힘의 합력이 0인 경우

(처음에 정지해 있던 질점은) 정지 상태를 유지하거나

(처음에 운동하던 질점은) 직선상을 일정한 속도로 운동한다.

운동 제2법칙(가속도 법칙)의 특수한 경우.

ΣF = 0 ⇒ a = ⇒ v =

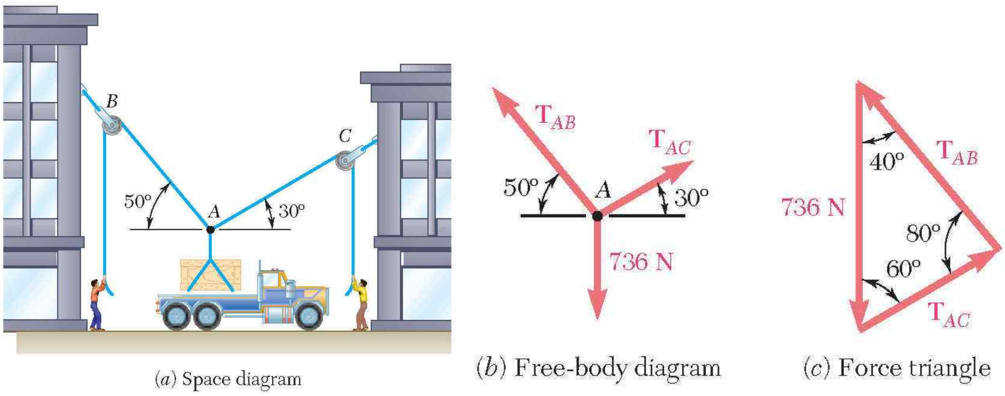
2.3C 자유물체도와 문제풀이 p.39

[Free-Body Diagrams and Problems Solving]

자유물체도 [free-body diagram]

≡ 작용하는[applied] 모든 힘들을 보여주는 독립적인 도표

예. 그림 2.24 p.39



(a) Space diagram (b) Free-body diagram (c) Force triangle

→ (d) rectangular components

SMART 방법 (1.5절)

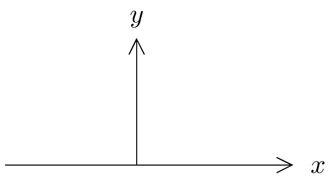
1. Strategy 전략 : 문제 파악 (자료, 정보, 개념)
2. Modeling 모델링 : 문제 정의 →
3. Analysis 해석 : 평형방정식 설정 (방법 1: , 방법 2:
방정식 풀이
4. Reflect & Think 검토 : 과정의 타당성, 결과의 의미

예제 2.4 하역[unloading] 작업 로프[rope]의 인장력 p.41
예제 2.5 경사면 롤러[roller] 위의 화물[package] p.42
예제 2.6 범선[sail boat]의 저항력

예.<연습 2.70> p.53

1,800 N의 하중 Q가 도르래 C에 작용하고, 이 도르래는 줄 ACB 위를 구를 수 있다. 이 도르래는 다른 줄 CAD에 의해 그림에 보인 위치에 멈춰있고, 이 줄은 도르래 A를 지나며 하중 P를 지탱한다. (a) 줄 ACB의 장력, (b) 하중 P의 크기를 구하라.

S ; known Q = 1,800 N, α = 55°, β = 25°, unknown T, P, 직각성분 방법
M ; 자유물체도[free-body diagram] 힘 삼각형[force triangle]



$\gamma = \alpha + \beta = 55° + 25° = 80°$

A ; <방법 1 : 직각 성분>

$\Sigma F_x = 0$: … ①

$\Sigma F_y = 0$: … ②

(a) ①×sinα + ②×cosα

$T\,(\cos\beta\,\sin\alpha + \sin\beta\,\cos\alpha) - Q\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \quad T = \dfrac{Q\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = \qquad = 1{,}048.4\text{ N} \quad \Rightarrow \quad T =$

(b) ① $\Rightarrow$ $T\cos\beta - T\cos\alpha - P\cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \quad P = T\dfrac{\cos\beta - \cos\alpha}{\cos\alpha} = (1{,}048.4\text{ N}) \qquad = 607.9\text{ N} \quad \Rightarrow \quad P =$

R ;

<방법 2 : 힘 삼각형>

$\theta_1 = 90° - \alpha = 90° - 55° = 35°$, $\theta_2 = 90° - \beta = 90° - 25° = 65°$

$\dfrac{T}{\sin\theta_1} = \dfrac{Q}{\sin\gamma} \quad \Rightarrow \quad T = Q\dfrac{\sin\theta_1}{\sin\gamma} = (1{,}800\text{ N})\dfrac{\sin 35°}{\sin 80°} = 1{,}048.4\text{ N}$

$\Rightarrow \quad T = 1{,}048\text{ N}$

$\dfrac{T+P}{\sin\theta_2} = \dfrac{Q}{\sin\gamma} \quad \Rightarrow \quad T+P = Q\dfrac{\sin\theta_2}{\sin\gamma} = (1{,}800\text{ N})\dfrac{\sin 65°}{\sin 80°} = 1{,}656.5\text{ N}$

$P = (1{,}656.5\text{ N}) - T = (1{,}656.5\text{ N}) - (1{,}048.4\text{ N}) = 608.1\text{ N}$

$\Rightarrow \quad P = 608\text{ N}$

T ;

연습

2.4 공간에서 힘의 합성 [Adding Forces in Space] p.54

2.4A 공간에서의 힘의 직각성분 [Rectangular Components of a Force in Space]

단위벡터 i, j, k (그림 2.27)

F = F_x i + F_y j +

$\sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2} + F_z^{\,2}}$ = F = |F|

F_x = F cosθ_x, F_y = F cosθ_y, F_z = (그림 2.26)

예2.4. 500 N의 힘이 x, y, z 축과 각각 60°, 45°, 120°를 이루고 있다. p.55

F_x =

F_y = , F_z =

방향여현[direction cosine]

cosθ_x = $\dfrac{F_x}{F}$, cosθ_y = , cosθ_z = (그림 2.28)

예2.5. 힘 F가 F_x = 20 N, F_y = -30 N, F_z = 60 N의 성분을 가지고 있다. p.56

힘의 크기 : F = = $\sqrt{(20\,\text{N})^2 + (-30\,\text{N})^2 + (60\,\text{N})^2}$ = 70.0 N

방향 : θ_x = = cos$^{-1}\dfrac{20\,\text{N}}{70\,\text{N}}$ = cos^{-1}0.2857 = 73.4°,

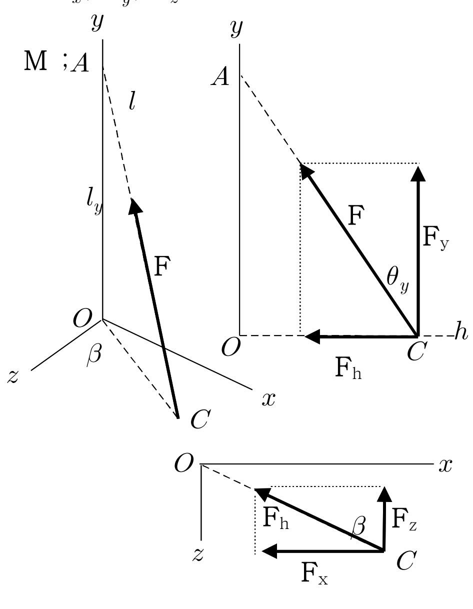
θ_y = = 115.4°, θ_z = = 31.0°

예.<연습 2.78> p.64

케이블 AC의 길이는 35 m이고 이 케이블의 장력은 21 kN이다. (a) 닻 C에서 케이블에 가해지는 힘의 x, y, z 성분, (b) 그 힘의 방향을 규정하는 각도 θ_x, θ_y, θ_z를 구하여라.

S ; known l = 35 m, F = 21 kN, β = 50°, l_y = 28 m M ;

unknown F$_x$, F$_y$, F$_z$, θ_x, θ_y, θ_z, 방향여현



A ; 방향여현 cosθ_y = = $\dfrac{28\text{ m}}{35\text{ m}}$ = 0.800

⇒ θ_y = cos^{-1}(0.800) = 36.87°

(a) F_y = = (21 kN) cos36.87° =

(F_h = = (21 kN) sin36.87° = 12.60 kN)

F_x = = -(12.60 kN) sin50° =

F_z = = -(12.60 kN) cos50° =

(b) θ_x = = cos$^{-1}\dfrac{-9.65}{21}$ = cos^{-1}(-0.4595) =

θ_y =

θ_z = = cos$^{-1}\dfrac{-8.10}{21}$ = cos^{-1}(-0.3857) =

R ;

T ;

2.4B 힘의 작용선 상의 두 점과 힘 크기에 의해 정의되는 힘 p.57

[Force Defined by Its Magnitude and Two Points on Its Line of Action]

두 점 $M(x_1, y_1, z_1)$, $N(x_2, y_2, z_2)$, 힘의 크기 F (그림 2.29)

$$d_x = x_2 - x_1, \quad d_y = y_2 - y_1, \quad d_z = z_2 - z_1, \qquad d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}$$

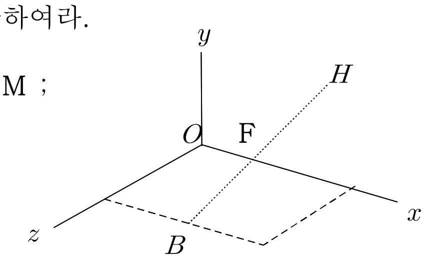
단위벡터 $\boldsymbol{\lambda} = \lambda_x \mathrm{i} + \lambda_y \mathrm{j} + \lambda_z \mathrm{k} = \dfrac{1}{d}(d_x \mathrm{i} + d_y \mathrm{j} + d_z \mathrm{k})$

$\mathrm{F} = F\,\boldsymbol{\lambda} = \dfrac{F}{d}(d_x \mathrm{i} + d_y \mathrm{j} + d_z \mathrm{k})$

예제 2.7 탑[tower]의 버팀줄[guy wire]의 힘 p.59

예.<연습 2.86> p.65

두 개의 줄 BG와 BH가 프레임 ACD에 B지점에서 매어 있다. 줄 BH의 장력이 750 N일 때, 줄 BH가 B지점에서 프레임에 가하는 힘의 성분들을 구하여라.



S ; known F = 750 N, unknown F_x, F_y, F_z M ;

$\mathrm{F} = F\,\boldsymbol{\lambda}$

A ; $d_x = x_H - x_B =$

$d_y = y_H - y_B =$, $d_z = z_H - z_B =$

$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2} = \sqrt{(0.6\text{ m})^2 + (1.2\text{ m})^2 + (-1.2\text{ m})^2} =$

$\boldsymbol{\lambda} = \dfrac{1}{d}(d_x \mathrm{i} + d_y \mathrm{j} + d_z \mathrm{k}) = \dfrac{1}{1.8\text{ m}}[(0.6\text{ m})\ \mathrm{i} + (1.2\text{ m})\ \mathrm{j} + (-1.2\text{ m})\ \mathrm{k}\ ]$

$= \dfrac{1}{3}\ \mathrm{i} + \dfrac{2}{3}\ \mathrm{j} + (-\dfrac{2}{3})\ \mathrm{k}$

$\mathrm{F} = \quad = \quad [\dfrac{1}{3}\ \mathrm{i} + \dfrac{2}{3}\ \mathrm{j} + (-\dfrac{2}{3})\ \mathrm{k}] = (250\text{ N})\ \mathrm{i} + (500\text{ N})\ \mathrm{j} + (-500\text{ N})\ \mathrm{k}$

힘의 성분 : $F_x =$, $F_y =$, $F_z =$

R ;

T ;

2.4C 공간에서의 동일점에 작용하는 힘의 합성 p.58

[Addition of Concurrent Forces in Space]

합력 $\mathrm{R} = \Sigma\mathrm{F}$

성분 $R_x = \Sigma F_x$, $R_y = \Sigma F_y$, $R_z = \Sigma F_z$

크기 $R =$

방향 $\cos\theta_x = \dfrac{R_x}{R}$, $\cos\theta_y = \dfrac{R_y}{R}$, $\cos\theta_z = \dfrac{R_z}{R}$

예제 2.8 벽[wall]을 지지하는 케이블들의 합력 p.60

연습

2.5 공간에서 힘과 평형 [Forces and Equilibrium in Space] p.67

$\Sigma F = 0$

$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0$

예제 2.9 케이블에 매달린 물체에 작용하는 인장력 p.68

예.<연습 2.102> p.72

그림과 같이 세 개의 줄로 기구를 매어놓았다. 기구에 의해 A에 800 N의 수직 힘이 가해질 때 각각의 줄의 장력을 구하여라.

S ; known P = M ;

unknown T_{AB}, T_{AC}, T_{AD}, 직각성분 방법

A ; $\mathbf{d}_{AB}$ = (-4.20 m) **i** + (-5.60 m) **j**

$$d_{AB} = \sqrt{(-4.20\,\text{m})^2 + (-5.60\,\text{m})^2 + 0} = 7.00\ \text{m}$$

$$\lambda_{AB} = \frac{1}{7.00\,\text{m}}[(-4.20\ \text{m})\ \mathbf{i} + (-5.60\ \text{m})\ \mathbf{j}] = -0.60\ \mathbf{i} - 0.80\ \mathbf{j}$$

$$\mathbf{T}_{AB} = \qquad = T_{AB}\ (-0.60\ \mathbf{i} - 0.80\ \mathbf{j})$$

$\mathbf{d}_{AC}$ = (2.40 m) **i** + (-5.60 m) **j** + (4.20 m) **k**

$$d_{AC} = \sqrt{(2.40\,\text{m})^2 + (-5.60\,\text{m})^2 + (4.20\,\text{m})^2} = 7.40\ \text{m}$$

$$\lambda_{AC} = \frac{1}{7.40\,\text{m}}[(2.40\ \text{m})\ \mathbf{i} + (-5.60\ \text{m})\ \mathbf{j} + (4.20\ \text{m})\ \mathbf{k}]$$

$$= 0.3243\ \mathbf{i} - 0.7568\ \mathbf{j} + 0.5676\ \mathbf{k}$$

$$\mathbf{T}_{AC} = \qquad = T_{AC}\ (0.3243\ \mathbf{i} - 0.7568\ \mathbf{j} + 0.5676\ \mathbf{k})$$

$\mathbf{d}_{AD}$ = (-5.60 m) **j** + (-3.30 m) **k**

$$d_{AD} = \sqrt{0 + (-5.60\,\text{m})^2 + (-3.30\,\text{m})^2} = 6.50\ \text{m}$$

$$\lambda_{AD} = \frac{1}{6.50\,\text{m}}[(-5.60\ \text{m})\ \mathbf{j} + (-3.30\ \text{m})\ \mathbf{k}] = -0.8615\ \mathbf{j} - 0.5077\ \mathbf{k}$$

$$\mathbf{T}_{AD} = \qquad = T_{AD}\ (-0.8615\ \mathbf{j} - 0.5077\ \mathbf{k})$$

A에서 $\Sigma F = 0 \quad \Rightarrow$

$\Sigma F_x = 0$; $-0.60\ T_{AB} + 0.3243\ T_{AC} + 0 + 0 = 0$ ··· ①

$\Sigma F_y = 0$; $-0.80\ T_{AB} - 0.7568\ T_{AC} - 0.8615\ T_{AD} + P = 0$ ··· ②

$\Sigma F_z = 0$; $0 + 0.5676\ T_{AC} - 0.5077\ T_{AD} + 0 = 0$ ··· ③

① $\Rightarrow$ $T_{AB} = \dfrac{0.3243}{0.60} T_{AC} = 0.5405\ T_{AC}$ ··· ①′

③ $\Rightarrow$ $T_{AD} = \dfrac{0.5676}{0.5077} T_{AC} = 1.1180\ T_{AC}$ ··· ③′

② $\Rightarrow$ $-0.80\ (0.5405\ T_{AC}) - 0.7568\ T_{AC} - 0.8615\ (1.1180\ T_{AC}) + P = 0$

$\Rightarrow \quad -(2.1524)\ T_{AC} + P = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{AC} = \dfrac{800\ \text{N}}{2.1524} = 372\ \text{N}$

①′ $\Rightarrow$ $T_{AB} = 0.5405\ (372\ \text{N}) = 201\ \text{N}$, ③ $\Rightarrow$ $T_{AD} = 1.1180\ (372\ \text{N}) = 416\ \text{N}$

R ;

T ;

연습