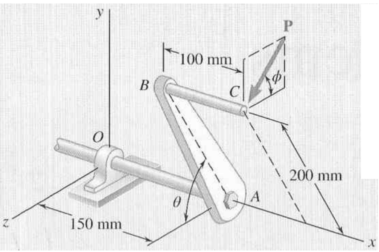
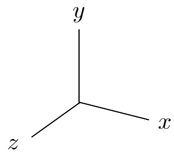
1.[1점] 질량이 1 kg, 2 kg, 3 kg인 작은 물체 세 개가 좌표계의 $x$축 상에 원점, 0.3 m, 0.8 m 지점에 각각 놓여 있다. 세 물체의 질량 중심의 위치는 0.5 m이고, 중력 가속도는 $x$축에 수직방향이다. 원점에 관한 무게의 모멘트의 크기를 다음 두 가지 방식으로 구하여라. ($g$ = 9.81 m/s$^2$)
① 세 물체 각각의 무게의 모멘트의 합
② 세 물체의 무게의 합의 모멘트

2.[6점] 그림에 보인 구조물에서 크랭크 $AB$가 $yz$면에 평행한 평면에서 회전할 수 있고 $x$축 방향으로 이동할 수 있다. 현재 $\theta$=50°이고, $\phi$=40°이며, 힘 P의 크기는 400 N이다.



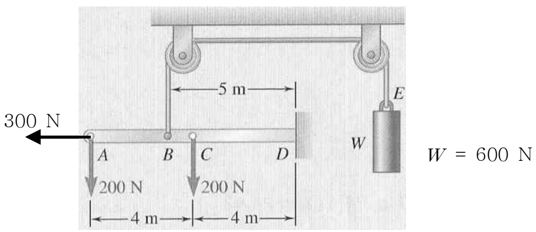




(a) 이 구조물의 자유물체도(free-body diagram)를 작성할 때, $O$ 지점 베어링의 반력(reaction)을 $xyz$ 좌표계에 맞추어 직각성분으로 모두 표현하여라. (위 오른쪽 그림에 작성)

(b) 원점 $O$를 기준으로 힘 P의 작용점 $C$의 위치벡터(position vector) $\mathrm{r}_{C/O}$를 구하여라.

(c) 힘 P를 직각성분으로 표현하고, 점 $O$에 관한 힘 P의 모멘트를 구하여 $x$, $y$, $z$ 성분으로 표현하여라. (analysis)

3.[6점(=2+3+1)] For the beam and loading shown, determine the reaction at $D$. (교재의 S.M.A.R.T. 과정에 충실히 따름.)

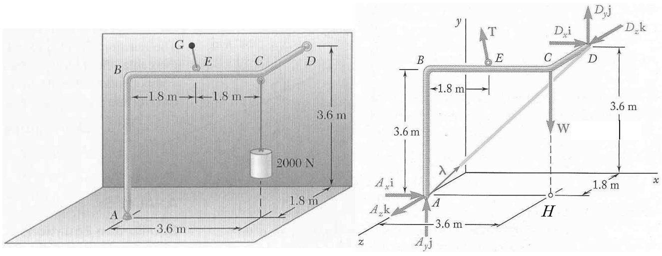



(a) 전략(strategy)과 모델링(modeling)

(b) 해석(analysis) (최종 답은 직각성분으로 표현)

(c) ① 선택한 과정의 타당성(장점)을 서술하고,
② 결과의 물리적 의미를 서술하여라.

4.[6점(=1+3+2)] 구부러진 강체 봉 $ABCD$의 한 모서리 $C$에 하중 W(크기 2000 N)가 작용하고 있다. 이 봉(질량 무시)은 점 $A$와 $D$에서 볼-소켓 조인트에 의해 지지되고 $BC$의 중간에서 케이블에 의해 지지되어 있다. 이 강체의 자유물체도가 오른쪽 그림과 같다.

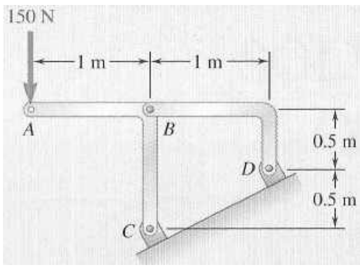



(a) 선 $AD$에 관한 하중 W의 모멘트를 구하려 할 때, 선택할 수 있는 위치벡터(position vector)를 모두 제시하여라. (그림의 치수와 좌표축 단위벡터 i, j, k를 사용하여 표현)

(b) 선 $AD$에 관한 하중 W의 모멘트를 해석(analysis)하여 구하여라.

(c) $A$와 $C$를 잇는 선 $AC$와 선 $AD$가 이루는 각(angle)을 구하여라.

5.[6점] 그림과 같이 세 지점 $B$, $C$, $D$에서 구조물 $ABC$와 $BD$가 힌지(hinge)되어 있다. $A$ 지점에서 수직방향으로 150 N 힘이 작용하여 평형(equilibrium) 상태에 있다. 구조물의 무게는 무시된다. modeling과 analysis를 하여, 구조물 $ABC$의 $C$ 지점에서의 반력(reaction)을 구하여라.




(a) modeling (구조물 $ABC$의 자유물체도)

(b) analysis : 힘 삼각형(force triangle)과 삼각법(trigonometry)을 이용 (최종 답은 크기와 방향으로 표현)

# 정 역 학　　　　2022년 시험2 (가/나반) 해 답

1. $W_1$ = (1 kg) (9.81 m/s$^2$) = 9.81 N　　　$x_1$ = 0

$W_2$ = (2 kg) (9.81 m/s$^2$) = 19.62 N　　　$x_2$ = 0.3 m

$W_3$ = (3 kg) (9.81 m/s$^2$) = 29.43 N　　　$x_3$ = 0.8 m

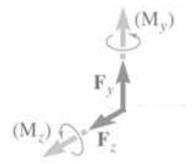
① $\Sigma M = \Sigma(x\,W) = x_1 W_1 + x_2 W_2 + x_3 W_3$

= 0 + (0.3 m)(19.62 N) + (0.8 m)(29.43 N) = 29.43 N・m　　⇒　　29.4 N・m

② $x_G$ = 0.5 m,　$\Sigma W = W_1 + W_2 + W_3$ = (9.81 N) + (19.62 N) + (29.43 N) = 58.86 N

$\Sigma M = x_G\, \Sigma W$ = (0.5 m) (58.86 N) = 29.43 N・m　　⇒　　29.4 N・m

2. (a) 베어링 reaction




(b) $x_{C/O} = x_{A/O} + x_{B/A} + x_{C/B}$ = (0.150 m) + 0 + (0.100 m) = 0.250 m

$y_{C/O} = AB\ \sin\theta$ = (0.200 m) sin50° = 0.1532 m

$z_{C/O} = AB\ \cos\theta$ = (0.200 m) cos50° = 0.1286 m

$\mathbf{r}_{C/O} = x_{C/O}\ \mathbf{i} + y_{C/O}\ \mathbf{j} + z_{C/O}\ \mathbf{k}$ = (0.250 m) **i** + (0.1532 m) **j** + (0.1286 m) **k**

= (250 mm) **i** + (153.2 mm) **j** + (128.6 mm) **k**

(c) **P** = $P$ (-sin$\phi$ **j** + cos$\phi$ **k**) = (400 N) (-sin40° **j** + cos40° **k**) = (-257 N) **j** + (306 N) **k**

$\mathbf{M}_O = \mathbf{r}_{C/O} \times \mathbf{P}$ = [0.250 **i** + 0.1532 **j** + 0.1286 **k** (m)] × [-257 **j** + 306 **k** (N)]

= [(0.1532)(306)-(0.1286)(-257)] **i** + [0-(0.250)(306)] **j** + [(0.250)(-257)-0] **k** (N・m)

= 79.9 **i** + (-76.5) **j** + (-64.3) **k** (N・m)

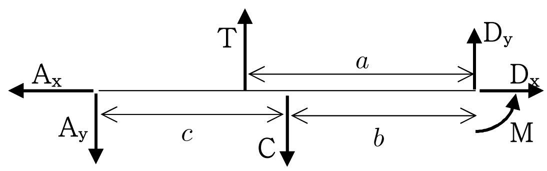
3. (a) S ; known　$T = W$ = 600 N, $A_x$ = 300 N, $A_y$ = 200 N, $C$ = 200 N,

$a$ = 5 m,　$b = c$ = 4 m,

unknown　$D_x$, $D_y$, M

⇒ 방법;　2차원 평형 방정식 사용

M ; 자유물체도(F.B.D.)




(b) A ; $\Sigma F_x = D_x - A_x = 0$

⇒ $D_x = A_x$ = 300 N　⇒　$D_x$ = 300 N →

$\Sigma F_y = D_y + T - C - A_y = 0$

⇒ $D_y = -T + C + A_y$

= -(600 N) + (200 N) + (200 N) = -200 N　⇒　$D_y$ = 200 N ↓

$\Sigma M_D = M - a\,T + b\,C + (b+c)\,A_y = 0$

⇒ $M = a\,T - b\,C - (b+c)\,A_y$

= (5 m)(600 N) - (4 m)(200 N) - (8 m)(200 N)

= 600 N・m　⇒　M = 600 N・m ⤴

(c) ① (과정의 타당성) : 서술

(가령, 점 $D$에 관한 모멘트로 평형 방정식을 세우니 식 하나에 미지수 하나만 포함됨)

② (결과의 의미) : 서술

(가령, 줄이 위로 가하는 힘이 아래 방향 힘들 보다 커서 반력 수직성분이 아래로 향함,
줄이 위로 가하는 힘의 모멘트가 커서 반력 모멘트 방향이 반시계 방향임)

4. (a) 위치벡터의 출발점 : $A$ 또는 $D$,　　종착점 : $C$ 또는 $H$

$\mathbf{r}_{AC}$ = (3.6 m) $\mathbf{i}$ + (3.6 m) $\mathbf{j}$ + (0) $\mathbf{k}$　　$\mathbf{r}_{AH}$ = (3.6 m) $\mathbf{i}$ + (0) $\mathbf{j}$ + (0) $\mathbf{k}$

$\mathbf{r}_{DC}$ = (0) $\mathbf{i}$ + (0) $\mathbf{j}$ + (1.8 m) $\mathbf{k}$　　$\mathbf{r}_{DH}$ = (0) $\mathbf{i}$ + (−3.6 m) $\mathbf{j}$ + (1.8 m) $\mathbf{k}$

(b) 위치벡터 $\mathbf{r}_{DC}$ = (1.8 m) $\mathbf{k}$ 선택 (또는 $\mathbf{r}_{AC}$, $\mathbf{r}_{AH}$, $\mathbf{r}_{DH}$ 선택)

힘 벡터 $\mathbf{W}$ = (−2000 N) $\mathbf{j}$

$\mathbf{M}_D = \mathbf{r}_{DC} \times \mathbf{W} = [(1.8\text{ m})\,\mathbf{k}] \times [(-2{,}000\text{ N})\,\mathbf{j}] = [-(1.8\text{ m})(-2{,}000\text{ N})]\,\mathbf{i} = (3{,}600\text{ N}\cdot\text{m})\,\mathbf{i}$

$\mathbf{r}_{AD}$ = (3.6 m) $\mathbf{i}$ + (3.6 m) $\mathbf{j}$ + (−1.8 m) $\mathbf{k}$　　$r_{AD} = \sqrt{3.6^2 + 3.6^2 + (-1.8)^2}$ m = 5.40 m

단위벡터 $\lambda_{AD} = \dfrac{1}{5.40\text{ m}}[(3.6\text{ m})\,\mathbf{i} + (3.6\text{ m})\,\mathbf{j} + (-1.8\text{ m})\,\mathbf{k}]$

$= 0.6667\,\mathbf{i} + 0.6667\,\mathbf{j} - 0.3333\,\mathbf{k}$

$M_{AD} = \lambda_{AD} \cdot \mathbf{M}_D = (0.6667\,\mathbf{i} + 0.6667\,\mathbf{j} - 0.3333\,\mathbf{k}) \cdot [(3{,}600\text{ N}\cdot\text{m})\,\mathbf{i}]$

$= (0.6667)(3{,}600)\text{ N}\cdot\text{m} = 2{,}400\text{ N}\cdot\text{m}$　　⇒　　$M_{AD} = 2{,}400\text{ N}\cdot\text{m}$

(c) $\mathbf{r}_{AC}$ = (3.6 m) $\mathbf{i}$ + (3.6 m) $\mathbf{j}$ + (0) $\mathbf{k}$　　$r_{AC} = \sqrt{3.6^2 + 3.6^2 + 0}$ m = 5.091 m

$\mathbf{r}_{AD}$ = (3.6 m) $\mathbf{i}$ + (3.6 m) $\mathbf{j}$ + (−1.8 m) $\mathbf{k}$　　$r_{AD} = \sqrt{3.6^2 + 3.6^2 + (-1.8)^2}$ m = 5.40 m

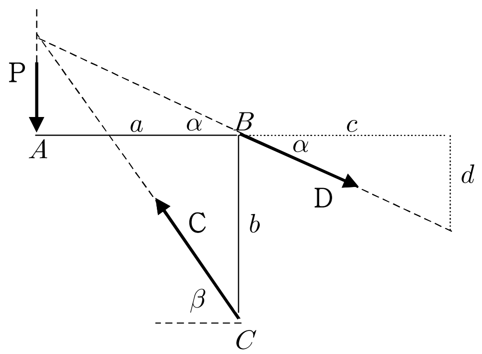
$\mathbf{r}_{AC} \cdot \mathbf{r}_{AD} = [(3.6\text{ m})\,\mathbf{i} + (3.6\text{ m})\,\mathbf{j} + (0)\,\mathbf{k}] \cdot [(3.6\text{ m})\,\mathbf{i} + (3.6\text{ m})\,\mathbf{j} + (-1.8\text{ m})\,\mathbf{k}]$

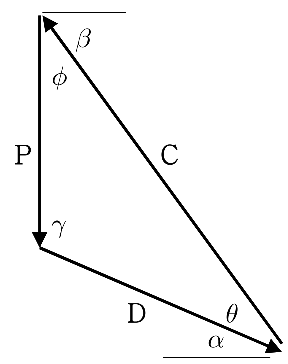
$= (3.6\text{ m})(3.6\text{ m}) + (3.6\text{ m})(3.6\text{ m}) = 25.92\text{ m}^2$

$\cos\theta = \dfrac{\mathbf{r}_{AC} \cdot \mathbf{r}_{AD}}{r_{AC}\; r_{AD}} = \dfrac{25.92}{(5.091)(5.40)} = 0.9428$　　⇒　　$\theta = \cos^{-1}(0.9428) = 19.47°$

5. $P$ = 150 N, $a$ = 1 m, $b$ = 1 m, $c$ = 1 m, $d$ = 0.5 m

(a) 자유물체도 (free-body diagram)　　　　힘 삼각형 (force triangle)




(b) $\tan\alpha = \dfrac{d}{c} = \dfrac{0.5\text{ m}}{1\text{ m}} = 0.5$　　　$\tan\beta = \dfrac{b+d}{a} = \dfrac{1.5\text{ m}}{1\text{ m}} = 15$

⇒　$\alpha = \tan^{-1}(0.5) = 26.57°$　　　⇒　$\beta = \tan^{-1}(1.5) = 56.31°$

$\gamma = 90° + \alpha = 90° + 26.57° = 116.57°$

$\phi = 90° - \beta = 90° - 56.31° = 33.69°$

$\theta = \beta - \alpha = 56.31° - 26.57° = 29.74°$

$\dfrac{C}{\sin\gamma} = \dfrac{P}{\sin\theta}$　⇒　$C = P\dfrac{\sin\gamma}{\sin\theta} = (150\text{ N})\,\dfrac{\sin 116.57°}{\sin 29.74°} = 270.4\text{ N}$

⇒　C = 270 N $\nwarrow$56.3°