

1.[3점] 정역학에 관한 다음 물음에 답하여라.

(a) 강의계획서에 제시된 교과목 개요는 “물체에 작용하는 힘에 관한 기초역학”이고, 교재 표지에 Vector Mechanics for Engineers라고 표현되어 있다. 다음 사진의 두 구조물의 공통적인 정역학 특징을 힘 벡터에 의해 설명하여라.



(b) 서양 단위와 국제 단위에 다음과 같은 관계가 있다.

$$1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}, \quad 1 \text{ lb} = 0.4536 \text{ kgf},$$

$$\text{중력가속도 } g = 9.807 \text{ m/s}^2 = 32.18 \text{ ft/s}^2$$

위 관계를 이용하여, 토크(돌림 힘) 70.0 N · m를 lb · ft로 변환하여라.

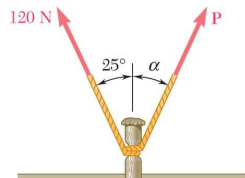
(c) 다음 글의 ()에 적절한 단어를 기입하여라.

When several forces are acting on a particle, we obtain the scalar (①) R_x and R_y of the (②) \mathbf{R} by adding algebraically the corresponding scalar (①) of the given forces.

① ②

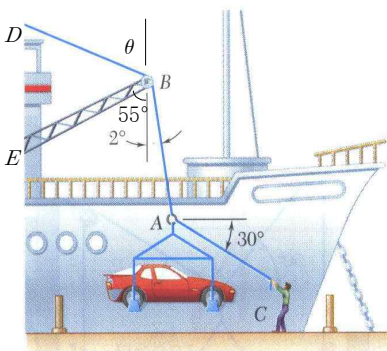
2.[3점] For the stake shown, knowing that the magnitude of \mathbf{P} is 200 N and α is 30° , determine by trigonometry the magnitude and direction of the resultant of the two forces applied to the stake.

(문제풀이 SMART방법 중 modeling과 analysis를 제시함)

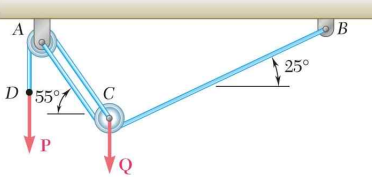


3.[4점] [Sample Problem 2.4]에서, 정지상태일 때 줄 AB 의 장력이 8170 N이고, 줄 AC 의 장력이 329 N이다. 마찰 없는 도르래 B 를 지탱하는 기중기 기둥 BE 가 B 에 가하는 힘 \mathbf{P} 의 크기를 직각성분(rectangular component) 방법으로 구하여라.

(문제풀이 SMART방법 중 modeling과 analysis를 제시함)



4.[6점] 하중 \mathbf{Q} 가 도르래 C 에 작용하고, 이 도르래는 줄 ACB 위를 구를 수 있다. 이 도르래는 다른 줄 CAD 에 의해 그림에 보인 위치에 멈춰있고, 이 줄은 도르래 A 를 지나며 608 N 크기의 하중 \mathbf{P} 를 지탱한다. 정지상태일 때 줄 BC 의 장력이 1048 N이다. 천정에 고정된 지지부가 마찰 없는 도르래 A 에 가하는 힘 \mathbf{F} 의 크기와 방향을 구하고자 한다. 교재의 S.M.A.R.T. 방법에 따라 구하여라.



(a,b) 전략(strategy)과 모델링(modeling)

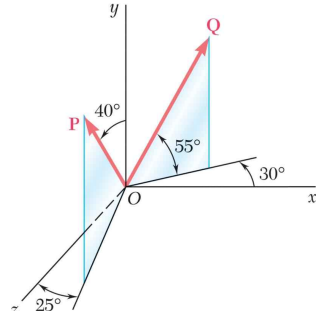
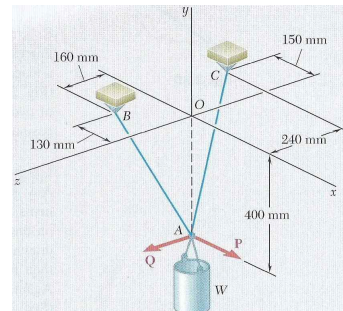
(c,d,e) 해석(analysis)

(f) ① 과정의 타당성 검토(reflect)와 ② 결과의 의미 검토(think)

5.[8점] 공간에서 물체에 작용하는 힘에 관한 다음 문제에 해석(analysis)하여라.

<문제 (a)의 그림>

<문제 (b)의 그림>



(a) <왼쪽 그림> 줄 AB 가 점 B 에 가하는 힘 \mathbf{F} 의 방향을 나타내는 단위벡터 λ_{BA} 를 구하고, 단위벡터 λ_{BA} 가 x, y, z 축과 각각 이루는 각(angle) $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 를 구하여라.

(b) <오른쪽 그림> 힘 벡터 \mathbf{Q} 의 방향을 나타내는 단위벡터 λ 를 구하고, 힘 \mathbf{Q} 의 크기가 550 N일 때 힘 \mathbf{Q} 의 직각성분 Q_x, Q_y, Q_z 를 구하여라.

1. (a) 아치구조, 힘 벡터 분해, 윗부분에서 누르는 힘이 주변으로 분산되어 아치의 둘 블록이 받침

(b) $1 \text{ lb} = 0.4536 \text{ kgf} = 0.4536 \text{ kg} \times 9.807 \text{ m/s}^2 = 4.448 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 4.448 \text{ N}$

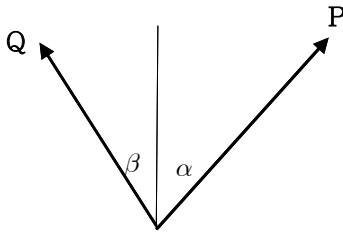
$$70.0 \text{ N} \cdot \text{m} = 70.0 \text{ N} \cdot \text{m} \times \frac{1 \text{ lb}}{4.448 \text{ N}} \times \frac{1 \text{ ft}}{0.3048 \text{ m}} = 51.63 \text{ lb} \cdot \text{ft} \quad \Rightarrow \quad 51.6 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

(c) ① components, ② resultant

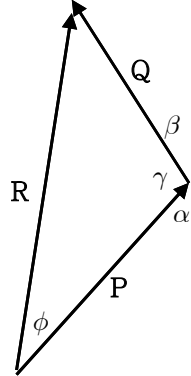
2. $P = 200 \text{ N}$, $Q = 120 \text{ N}$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 25^\circ$

modeling

자유물체도(F.B.D.)



힘 삼각형(force triangle)



analysis

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (30^\circ + 25^\circ) = 125^\circ$$

cosine 공식 $R^2 = P^2 + Q^2 - 2 P Q \cos \gamma$
 $= (200 \text{ N})^2 + (120 \text{ N})^2 - 2 (200 \text{ N}) (120 \text{ N}) \cos 125^\circ = 81,932 \text{ N}^2$
 $\Rightarrow R = 286.2 \text{ N}$

sine 공식 $\frac{Q}{\sin \phi} = \frac{R}{\sin \gamma} \Rightarrow \sin \phi = \frac{Q}{R} \sin \gamma = \frac{120 \text{ N}}{286.2 \text{ N}} \sin 125^\circ = 0.3434$
 $\Rightarrow \phi = \sin^{-1}(0.3434) = 20.09^\circ$
 $\theta = \phi + (90^\circ - \alpha) = 20.09^\circ + (90^\circ - 30^\circ) = 80.09^\circ$
 $\Rightarrow R = 286 \text{ N} \angle 80.1^\circ$

3. $T = (T_{BD} = T_{BA}) 8,170 \text{ N}$, $\alpha = 2^\circ$, $\beta = 55^\circ$

$$R_x = \Sigma F_x = 0$$

$$P \sin \beta + T_{BA} \sin \alpha - T_{BD} \sin \theta = 0$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{P}{T} \sin \beta + \sin \alpha \quad \dots \text{①}$$

$$R_y = \Sigma F_y = 0$$

$$P \cos \beta - T_{BA} \cos \alpha + T_{BD} \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow \cos \theta = -\frac{P}{T} \cos \beta + \cos \alpha \quad \dots \text{②}$$

$$\text{①}^2 + \text{②}^2 = 1$$

$$\left(\frac{P}{T} \sin \beta + \sin \alpha\right)^2 + \left(-\frac{P}{T} \cos \beta + \cos \alpha\right)^2 = 1$$

$$(X^2 \sin^2 \beta + 2 X \sin \beta \sin \alpha + \sin^2 \alpha) + (X^2 \cos^2 \beta - 2 X \cos \beta \cos \alpha + \cos^2 \alpha) = 1$$

$$X^2 - 2 \cos(\alpha + \beta) X = 0, \quad X = 2 \cos(\alpha + \beta) \quad \text{또는 } 0$$

$$P = 2 \cos(\alpha + \beta) T = 2 \cos 57^\circ (8,170 \text{ N}) = 8,899 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad P = 8,900 \text{ N} \quad (\theta = 68^\circ)$$

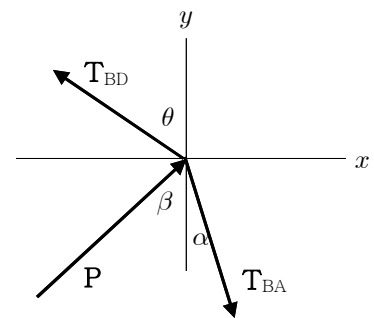
또는 $P = 0$ ($\theta = \alpha$ 일 때) : 물리적으로 비현실적

<다른 방법>

$$\text{선 } BE \text{에 관해 대칭} \Rightarrow \angle BDE = 55^\circ + 2^\circ = 57^\circ \Rightarrow \theta = 180^\circ - 55^\circ - 57^\circ = 68^\circ$$

$$P = 2 T \cos 57^\circ = 2(8,170 \text{ N}) \cos 57^\circ = 8,899 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad P = 8,900 \text{ N}$$

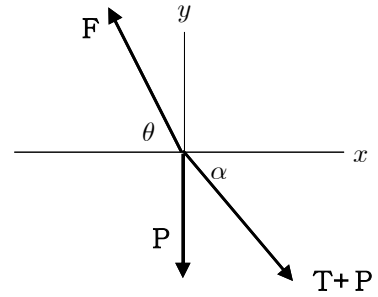
자유물체도 (F.B.D.)



4. (a,b) S(전략) ; known $P = 608 \text{ N}$, $T = 1,048 \text{ N}$, $\alpha = 55^\circ$,
unknown \mathbf{F}

\Rightarrow 직각성분(rectangular component) 방법
또는 힘 삼각형(force triangle) 방법

M(모델링) ; 자유물체도(F.B.D.)



(c,d,e) A(해석) ; $T+P = (1,048 \text{ N}) + (608 \text{ N}) = 1,656 \text{ N}$

<방법1 : 직각성분 방법>

$$R_x = \Sigma F_x = 0$$

$$(T+P) \cos\alpha - F_x = 0$$

$$\Rightarrow F_x = (T+P) \cos\alpha = (1,656 \text{ N}) \cos 55^\circ = 949.8 \text{ N}$$

$$R_y = \Sigma F_y = 0$$

$$F_y - P - (T+P) \sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow F_y = P + (T+P) \sin\alpha$$

$$= (608 \text{ N}) + (1,656 \text{ N}) \sin 55^\circ = 1,964.5 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(949.8 \text{ N})^2 + (1,964.5 \text{ N})^2} = \sqrt{4,761,442 \text{ N}^2} = 2,182 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1} \frac{1,964.5 \text{ N}}{949.8 \text{ N}} = \tan^{-1}(2.068) = 64.20^\circ \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F} = 2,180 \text{ N} \sphericalangle 64.2^\circ$$

<방법2 : 힘 삼각형 방법>

$$\gamma = 90 + \alpha = 90^\circ + 55^\circ = 145^\circ$$

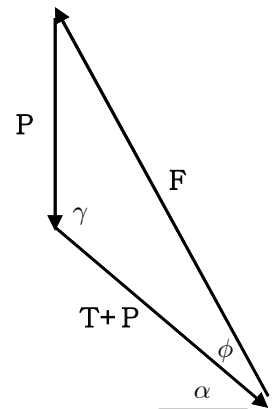
$$\begin{aligned} F^2 &= P^2 + (T+P)^2 - 2 P (T+P) \cos\gamma \\ &= (608)^2 + (1,656)^2 - 2 (608)(1,656) \cos 145^\circ \text{ N}^2 \\ &= 4,761,523 \text{ N}^2 \end{aligned}$$

$$F = 2,182 \text{ N}$$

$$\frac{P}{\sin\phi} = \frac{F}{\sin\gamma} \Rightarrow \sin\phi = \frac{P}{F} \sin\gamma = \frac{608 \text{ N}}{2,182 \text{ N}} \sin 145^\circ = 0.1598$$

$$\phi = \sin^{-1}(0.1598) = 9.20^\circ$$

$$\theta = \alpha + \phi = 55^\circ + 9.20^\circ = 64.20^\circ \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F} = 2,180 \text{ N} \sphericalangle 64.2^\circ$$



(f) ① R(과정의 타당성); (서술)

② T(결과의 의미); (서술)

$$5. (a) d_{BA} = \sqrt{(130 \text{ mm})^2 + (-400 \text{ mm})^2 + (-160 \text{ mm})^2} = 450 \text{ mm}$$

$$\lambda_{BA} = \frac{1}{450}(130 \mathbf{i} - 400 \mathbf{j} - 160 \mathbf{k})$$

$$= 0.2889 \mathbf{i} - 0.8889 \mathbf{j} - 0.3556 \mathbf{k} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{BA} = 0.289 \mathbf{i} - 0.889 \mathbf{j} - 0.356 \mathbf{k}$$

$$(\text{검산 : } \lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 = 1)$$

$$\theta_x = \cos^{-1} \frac{(T_{BA})_x}{T_{BA}} = \cos^{-1} \lambda_x = \cos^{-1}(0.2889) = 73.21^\circ \quad \Rightarrow \quad \theta_x = 73.2^\circ$$

$$\theta_y = \cos^{-1} \frac{(T_{BA})_y}{T_{BA}} = \cos^{-1} \lambda_y = \cos^{-1}(-0.8889) = 152.74^\circ \quad \Rightarrow \quad \theta_y = 152.7^\circ$$

$$\theta_z = \cos^{-1} \frac{(T_{BA})_z}{T_{BA}} = \cos^{-1} \lambda_z = \cos^{-1}(-0.3556) = 110.83^\circ \quad \Rightarrow \quad \theta_z = 110.8^\circ$$

$$(b) \alpha = 55^\circ, \quad \beta = 30^\circ, \quad Q = 550 \text{ N}$$

<방법1>

$$Q_y = Q \sin \alpha, \quad Q_h = Q \cos \alpha$$

$$Q_x = Q_h \cos \beta = Q \cos \alpha \cos \beta$$

$$Q_z = -Q_h \sin \beta = -Q \cos \alpha \sin \beta$$

$$\lambda_x = \frac{Q_x}{Q} = \cos \alpha \cos \beta = \cos 55^\circ \cos 30^\circ = 0.4967$$

$$\lambda_y = \frac{Q_y}{Q} = \sin \alpha = \sin 55^\circ = 0.8192$$

$$\lambda_z = \frac{Q_z}{Q} = -\cos \alpha \sin \beta = -\cos 55^\circ \sin 30^\circ = -0.2868$$

$$\lambda = \lambda_x \mathbf{i} + \lambda_y \mathbf{j} + \lambda_z \mathbf{k} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0.497 \mathbf{i} + 0.819 \mathbf{j} - 0.287 \mathbf{k}$$

$$(\text{검산 : } \lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 = 1)$$

$$\mathbf{Q} = Q \lambda = (550 \text{ N})(0.4967 \mathbf{i} + 0.8192 \mathbf{j} - 0.2868 \mathbf{k})$$

$$= (273.2 \text{ N}) \mathbf{i} + (450.6 \text{ N}) \mathbf{j} + (-157.73 \text{ N}) \mathbf{k}$$

$$\Rightarrow Q_x = 273 \text{ N}, \quad Q_y = 450 \text{ N}, \quad Q_z = -157.7 \text{ N}$$

$$(\text{검산 : } Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2 = Q^2)$$

<방법2>

$$Q_y = Q \sin \alpha = (550 \text{ N}) \sin 55^\circ = 450.5 \text{ N}$$

$$Q_h = Q \cos \alpha = (550 \text{ N}) \cos 55^\circ = 315.47 \text{ N}$$

$$Q_x = Q_h \cos \beta = (315.47 \text{ N}) \cos 30^\circ = 273.2 \text{ N}$$

$$Q_z = -Q_h \sin \beta = -(315.47 \text{ N}) \sin 30^\circ = -157.73 \text{ N}$$

$$\Rightarrow Q_x = 273 \text{ N}, \quad Q_y = 451 \text{ N}, \quad Q_z = -157.7 \text{ N}$$

$$(\text{검산 : } Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2 = Q^2)$$

$$\lambda_x = \frac{Q_x}{Q} = \frac{273.2 \text{ N}}{550 \text{ N}} = 0.4967$$

$$\lambda_y = \frac{Q_y}{Q} = \frac{450.5 \text{ N}}{550 \text{ N}} = 0.8191$$

$$\lambda_z = \frac{Q_z}{Q} = \frac{-157.73 \text{ N}}{550 \text{ N}} = -0.2868$$

$$\lambda = \lambda_x \mathbf{i} + \lambda_y \mathbf{j} + \lambda_z \mathbf{k} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0.497 \mathbf{i} + 0.819 \mathbf{j} - 0.287 \mathbf{k}$$

$$(\text{검산 : } \lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 = 1)$$