

1.[3점] 정역학에 관한 다음 문제에 답하여라  
 (a) 길이 1.5 m 인 줄의 한쪽 끝에 0.26 kg의 집중질량이 매달려 있고, 다른 쪽 끝을 중심으로 회전운동 할 때 질량 관성모멘트를 계산하여라. (줄의 질량은 무시됨)

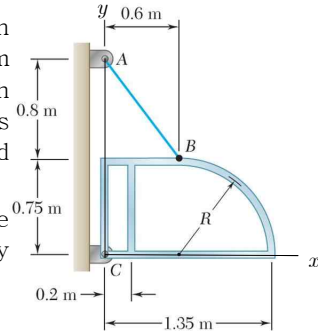
(b) 양궁에 사용되는 활에서 활을 향해 붙어 있는 막대가 선수에게 도움되는 이유를 ‘관성모멘트’ 개념을 이용하여 설명하여라.



(c) 철도 레일의 단면이 사각형이 아니라 그림과 같은 형상인 이유를 ‘관성모멘트’ 개념을 이용하여 설명하여라.



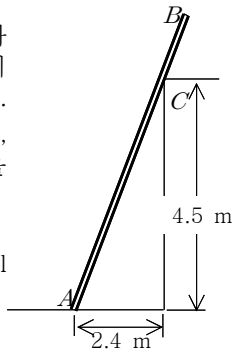
2.[4점] The frame for a sign is fabricated from a uniform rod of mass per unit length 2.95 kg/m. The frame is supported by a pin at C and by a cable AB.



(a) Determine  $\bar{X}$  of the centroid of the frame by analysis.

(b) Determine the tension in the cable AB by analysis.

3.[6점] 길이 6 m인 사다리 AB가 그림과 같이 담에 기대어 있다. 정지 마찰계수  $\mu_s$ 가 두 접촉면에서 같다. 교재의 S.M.A.R.T 과정에 따라서, 평형이 유지되기 위한  $\mu_s$ 의 최소값을 구하여라. (무게중심은 사다리 중앙)

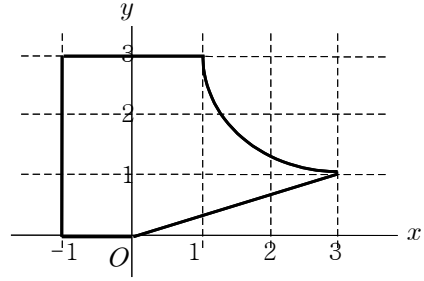


(a,b) 전략(strategy)과 모델링(modeling)

(c,d,e) 해석(analysis)

(f) 과정의 타당성 검토(reflect)와 결과의 의미 검토(think)

4.[6점] 어떤 보(beam)의 단면이 그림과 같다. (단위 cm)

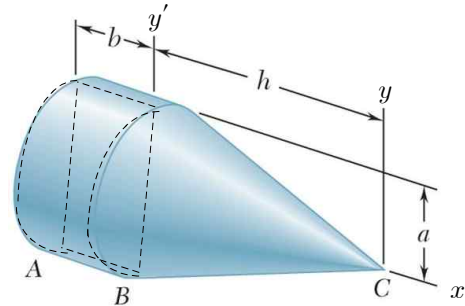


(a) 단면적(area) 도심(centroid)의  $\bar{X}$ 좌표를 구하여라.

(b) 이 단면의 y축에 관한 면적 관성모멘트  $I_y$ 와 회전반경(radius of gyration)  $k_y$ 를 구하여라.

(c) 이 단면의 O점에 관한 극관성모멘트(polar moment of inertia)  $J_O$ 를 구하여라.

5.[6점] 그림의 구조물은 알루미늄(밀도  $\rho_a$ ) 원기둥과 철(밀도  $\rho_s$ ) 원뿔로 구성되어 있다. (최종 답은 주어진 기호로 표현하여야 함, 그림에서 점선부분 제거는 (b)에만 해당함)



(a) 무게중심의  $\bar{X}$  좌표를 구하여라. (좌표 원점은 C)

(b) 원기둥에서 점선 부분(즉, 원기둥의 절반)을 제거했을 때, x축에 관한 구조물의 질량 관성모멘트  $I_x$ 를 구하여라.

(c) y'축에 관한 구조물의 질량 관성모멘트  $I_{y'}$ 를 구하여라.

1. (a)  $I = mL^2 = (0.26 \text{ kg})(1.5 \text{ m})^2 = 0.585 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

(b) 질량 관성모멘트  $\frac{1}{3} mL^2$  만큼 회전운동 하기 어려워져 과녁 조준에 유리함

(c) 동일 단면적에서 면적 관성모멘트를 크게 하여 굽힘 변형되기 어렵게 함

2. (a) ①  $L = 1.35 \text{ m}, \bar{x} = \frac{1}{2}(1.35 \text{ m}) = 0.675 \text{ m}$

②  $L = 0.6 \text{ m}, \bar{x} = \frac{1}{2}(0.6 \text{ m}) = 0.3 \text{ m}$

③  $L = 0.75 \text{ m}, \bar{x} = 0$

④  $L = 0.75 \text{ m}, \bar{x} = 0.2 \text{ m}$

⑤  $L = \frac{1}{4}[2\pi(0.75 \text{ m})] = 1.1781 \text{ m},$

$\bar{x} = (0.6 \text{ m}) + \frac{2}{\pi}(0.75 \text{ m}) = 1.0774 \text{ m}$

$\Sigma L = (1.35 \text{ m}) + (0.6 \text{ m}) + (0.75 \text{ m}) + (0.75 \text{ m}) + (1.1781 \text{ m}) = 4.628 \text{ m}$

$\Sigma(\bar{x}L) = (0.675 \text{ m})(1.35 \text{ m}) + (0.3 \text{ m})(0.6 \text{ m}) + (0)(0.75 \text{ m}) + (0.2 \text{ m})(0.75 \text{ m}) + (1.0774 \text{ m})(1.1781 \text{ m}) = 2.511 \text{ m}^2$

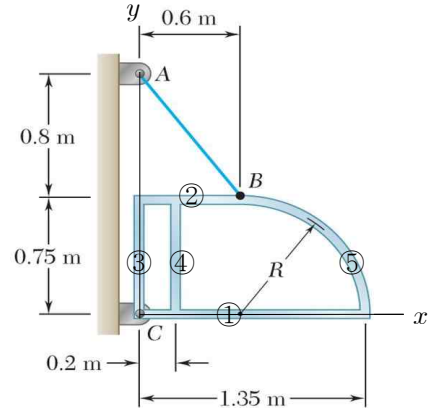
$\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x}L)}{\Sigma L} = \frac{2.511 \text{ m}^2}{4.628 \text{ m}} = 0.5424 \text{ m} \Rightarrow \bar{X} = 0.542 \text{ m}$

(b)  $W = (m/L) \Sigma L g = (2.95 \text{ kg/m})(4.628 \text{ m})(9.806 \text{ m/s}^2) = 133.88 \text{ N}$

$d_x = 0.6 \text{ m}, d_y = 0.75 \text{ m}$

$\Sigma M_C = 0 ; d_x \frac{4}{5} T + d_y \frac{3}{5} T - \bar{X} W = 0$

$\Rightarrow T = \frac{\bar{X} W}{0.8 d_x + 0.6 d_y} = \frac{0.542 \text{ m}}{0.8(0.6 \text{ m}) + 0.6(0.75 \text{ m})} (133.88 \text{ N}) = 78.0 \text{ N}$



3.  $d_x = 2.4 \text{ m}, d_y = 4.5 \text{ m}, l = 6 \text{ m}$

(a,b) S; 미끄러지려 할 때, 힘과 모멘트의 평형방정식

M;

(c,d,e)  $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = 5.1 \text{ m}, \theta = \tan^{-1} \frac{4.5}{2.4} = 61.93^\circ$

$F_A = \mu_s N_A, F_C = \mu_s N_C$

$\rightarrow \Sigma F_x = 0 ; F_A + F_C \cos \theta - N_C \sin \theta = 0$

$\Rightarrow \mu_s N_A + (\mu_s \cos \theta - \sin \theta) N_C = 0 \dots \textcircled{1}$

$\uparrow \Sigma F_y = 0 ; N_A + F_C \sin \theta + N_C \cos \theta - W = 0$

$\Rightarrow N_A + (\mu_s \sin \theta + \cos \theta) N_C - W = 0 \dots \textcircled{2}$

$\Sigma M_A = 0 ; d N_C - \frac{l}{2} \cos \theta W = 0 \Rightarrow W = \frac{2d}{l \cos \theta} N_C = \frac{2(5.1 \text{ m})}{(6 \text{ m}) \cos 61.96^\circ} N_C = 3.616 N_C$

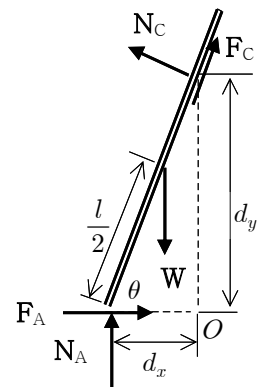
$\textcircled{2} \Rightarrow N_A + (\mu_s \sin \theta + \cos \theta - \frac{2d}{l \cos \theta}) N_C = 0 \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}, \textcircled{3} \Rightarrow \mu_s (\mu_s \sin \theta + \cos \theta - \frac{2d}{l \cos \theta}) - (\mu_s \cos \theta - \sin \theta) = 0$

$\Rightarrow \sin \theta \mu_s^2 + (\cos \theta - \frac{2d}{l \cos \theta} - \cos \theta) \mu_s + \sin \theta = 0$

$\Rightarrow 0.8824 \mu_s^2 - 3.616 \mu_s + 0.8824 = 0$

$\Rightarrow \mu_s = \frac{-(-3.616) \pm \sqrt{(-3.616)^2 - 4(0.8824)(0.8824)}}{2(0.8824)} = 0.261, 3.84 \Rightarrow \mu_s = 0.261$



- (f) R; (과정의 타당성 검토) (가령, 점  $O$ 에 관한 모멘트 평형식을 사용하면?)  
 T; (결과의 의미 검토) (가령, 답이 사다리에 가하는 수직반력과 마찰력의 방향  
 마찰력 최대 일 때 마찰계수 최소)

4. (a) ① 직사각형,  $A = (4 \text{ cm})(3 \text{ cm}) = 12 \text{ cm}^2$ ,  $\bar{x} = -1 + \frac{1}{2}(4 \text{ cm}) = 1 \text{ cm}$   
 ② 1/4 원,  $A = -\frac{1}{4}\pi(2 \text{ cm})^2 = -3.142 \text{ cm}^2$ ,  $\bar{x} = 3 - \frac{4}{3\pi}(2 \text{ cm}) = 2.151 \text{ cm}$   
 ③ 삼각형,  $A = -\frac{1}{2}(3 \text{ cm})(1 \text{ cm}) = -1.5 \text{ cm}^2$ ,  $\bar{x} = \frac{2}{3}(3 \text{ cm}) = 2 \text{ cm}$   
 $\Sigma A = 12 + (-3.142) + (-1.5) (\text{cm}^2) = 7.358 \text{ cm}^2$   
 $\Sigma(\bar{x}A) = (1)(12) + (2.151)(-3.142) + (2)(-1.5) (\text{cm}^3) = 2.242 \text{ cm}^3$   
 $\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x}A)}{\Sigma A} = \frac{2.242 \text{ cm}^3}{7.358 \text{ cm}^2} = 0.3046 \text{ cm} \Rightarrow \bar{X} = 0.305 \text{ cm}$

(b)  $I_{y1} = \frac{1}{12}(3 \text{ cm})(4 \text{ cm})^3 + (12 \text{ cm}^2)(1 \text{ cm})^2 = 28 \text{ cm}^4$   
 $I_{y2} = \frac{1}{4} \frac{\pi}{4}(2 \text{ cm})^4 - (3.142 \text{ cm}^2) \left[\frac{4}{3\pi}(2 \text{ cm})\right]^2 + (3.142 \text{ cm}^2) \left[3 - \frac{4}{3\pi}(2 \text{ cm})\right]^2$   
 $= 15.42 \text{ cm}^4$   
 $I_{y3} = \frac{1}{36}(1 \text{ cm})(3 \text{ cm})^3 + (1.5 \text{ cm}^2)(2 \text{ cm})^2 = 6.75 \text{ cm}^4$   
 $I_y = I_{y1} - I_{y2} - I_{y3} = 28 - 15.42 - 6.75 (\text{cm}^4) = 5.830 \text{ cm}^4 \Rightarrow I_y = 5.83 \text{ cm}^4$

$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{5.830 \text{ cm}^4}{7.358 \text{ cm}^2}} = 0.8901 \text{ cm} \Rightarrow k_y = 0.890 \text{ cm}$$

(c)  $I_{x1} = \frac{1}{3}(4 \text{ cm})(3 \text{ cm})^3 = 36 \text{ cm}^4$   
 $I_{x2} = \frac{1}{4} \frac{\pi}{4}(2 \text{ cm})^4 - (3.142 \text{ cm}^2) \left[\frac{4}{3\pi}(2 \text{ cm})\right]^2 + (3.142 \text{ cm}^2) \left[3 - \frac{4}{3\pi}(2 \text{ cm})\right]^2$   
 $= 15.42 \text{ cm}^4$   
 $I_{x3} = \frac{1}{12}(3 \text{ cm})(1 \text{ cm})^3 = 0.25 \text{ cm}^4$   
 $I_x = I_{x1} - I_{x2} - I_{x3} = 36 - 15.42 - 0.25 (\text{cm}^4) = 20.33 \text{ cm}^4$   
 $J_O = I_x + I_y = 20.33 + 5.83 (\text{cm}^4) = 26.16 \text{ cm}^4 \Rightarrow J_O = 26.2 \text{ cm}^4$

5. ① 원기둥, 밀도  $\rho_a$ , 반지름  $a$ , 높이  $b$ , ② 원뿔, 밀도  $\rho_s$ , 반지름  $a$ , 높이  $h$

$$(a) \text{ ① } m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_a (\pi a^2 b), \quad \bar{x} = -\left(h + \frac{1}{2}b\right)$$

$$\text{② } m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_s \left(\frac{1}{3}\pi a^2 h\right), \quad \bar{x} = -\frac{3}{4}h$$

$$\Sigma m = \rho_a (\pi a^2 b) + \rho_s \left(\frac{1}{3}\pi a^2 h\right) = \left(\rho_a b + \frac{1}{3}\rho_s h\right)\pi a^2$$

$$\Sigma(\bar{x} m) = -\left(h + \frac{1}{2}b\right) \rho_a (\pi a^2 b) - \frac{3}{4}h \rho_s \left(\frac{1}{3}\pi a^2 h\right) = -\left[\rho_a b\left(h + \frac{1}{2}b\right) + \frac{1}{4}\rho_s h^2\right]\pi a^2$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x} m)}{\Sigma m} = -\frac{\left[\rho_a b\left(h + \frac{1}{2}b\right) + \frac{1}{4}\rho_s h^2\right]\pi a^2}{\left(\rho_a b + \frac{1}{3}\rho_s h\right)\pi a^2} = -\frac{\rho_a b\left(h + \frac{1}{2}b\right) + \frac{1}{4}\rho_s h^2}{\rho_a b + \frac{1}{3}\rho_s h}$$

$$(b) I_{x_1} = \frac{1}{2} \frac{m_1}{2} a^2 = \frac{1}{4} [\rho_a (\pi a^2 b)] a^2$$

$$I_{x_2} = \frac{3}{10} m_2 a^2 = \frac{3}{10} [\rho_s \left(\frac{1}{3}\pi a^2 h\right)] a^2$$

$$I_x = I_{x_1} + I_{x_2} = \frac{1}{4} [\rho_a (\pi a^2 b)] a^2 + \frac{3}{10} [\rho_s \left(\frac{1}{3}\pi a^2 h\right)] a^2 = \left(\frac{1}{4}\rho_a b + \frac{1}{10}\rho_s h\right)\pi a^4$$

$$(c) I_{y_1} = \frac{1}{4} m_1 a^2 + \frac{1}{3} m_1 b^2 = \left(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{3}b^2\right)[\rho_a (\pi a^2 b)]$$

$$I_{y_2} = \frac{3}{20} m_2 \left(a^2 + \frac{1}{4}h^2\right) + m_2 \left(\frac{1}{4}h\right)^2 = m_2 \left[\frac{3}{20}a^2 + \frac{3}{80}h^2 + \frac{1}{16}h^2\right] = \left[\frac{3}{20}a^2 + \frac{1}{10}h^2\right][\rho_s \left(\frac{1}{3}\pi a^2 h\right)]$$

$$I_y = I_{y_1} + I_{y_2} = \left(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{3}b^2\right)[\rho_a (\pi a^2 b)] + \left[\frac{3}{20}a^2 + \frac{1}{10}h^2\right][\rho_s \left(\frac{1}{3}\pi a^2 h\right)]$$