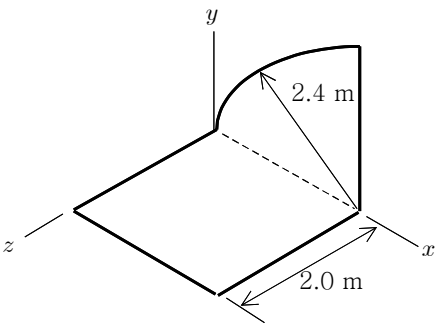
정 역 학 2015년 학기말시험 (가반) [25점] 2015. 12. 14.

1.[2점] 롯데월드 놀이기구 중에 '자이로드롭(gyro drop)'이 있다. 상승할 때 사방 관람을 위해 회전하며 올라간다. 반지름 7 m 인 원의 둘레에 좌석이 배치되어 있어서 평균 무게 60 kgf 인 사람 40명이 모든 좌석에 앉아 있다면, 이 사람들의 원 중심에 관한 질량 관성모멘트 합은 얼마인가?

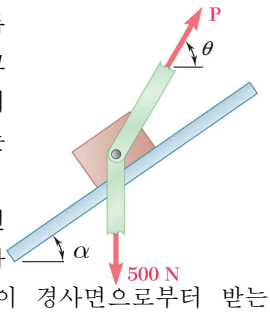
2.[3+2점] A thin steel plate which is 4 mm thick is cut and bent to form the machine part shown.



(a) Knowing that the density of steel is 7,800 kg/m^3, determine the mass moment of inertia I_x of the machine part with respect to x coordinate.

(b) A thin, homogeneous wire is bent to form the perimeter of the figure. Determine $\overline{X}$ among the center of gravity of the wire figure thus formed.

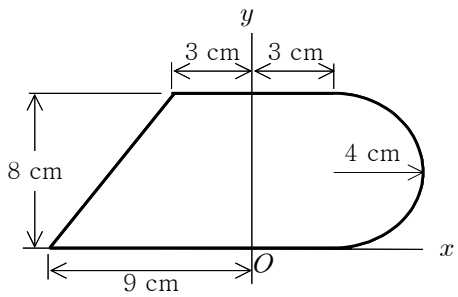
3.[6점] 그림에 보인 경사면과 블록 사이의 정지마찰계수는 0.25 이고 운동마찰계수는 0.20 이다. 힘 P의 방향이 수평면과 이루는 각도 θ는 60° 이다. (블록의 무게를 무시함)



(a) α = 30° 일 때, 정지해 있던 블록이 힘 P로 인해 경사면을 따라 위로 미끄러지려 한다. 이때 블록이 경사면으로부터 받는 수직반력(normal reaction)과 마찰력(friction force)의 합력(resultant)의 크기와 방향을 구하여라.

(b) 경사각 α를 모르고 힘 P의 크기가 450 N이며 블록이 정지해 있는 상태에서, 경사각 α를 작게 함에 따라 블록이 위로 미끄러지려 할 때 경사각 α는 몇 ° 인가?

4.[6점] 단면이 그림과 같은 beam이 있다.



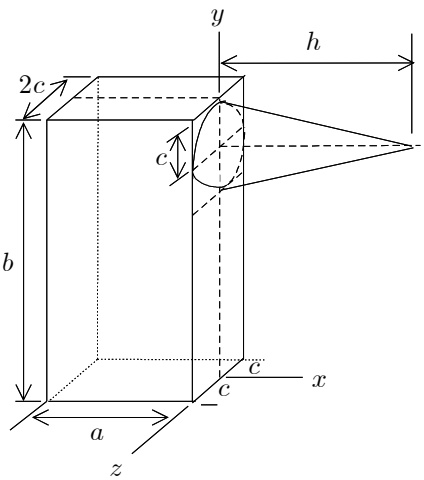
(a) 단면 도심(centroid)의 $\overline{X}$좌표를 구하여라.

(b) 이 단면의 x축에 관한 면적 관성모멘트 I_x와 회전반경(radius of gyration) k_x를 구하여라.

(c) 이 단면의 O점에 관한 극관성모멘트(polar moment of inertia) J_O를 구하여라.

(원뿔 : $I_y = \frac{3}{20}mc^2 + \frac{1}{10}mh^2$, $\bar{I}_{x'} = \frac{3}{10}mc^2$)

5.[6점] 그림과 같이 구조물이 사각기둥과 원뿔로 구성되어 있다. 이들은 균질(homogeneous)이고 밀도는 2,700 kg/m^3 이다. 치수는 a = 0.30 m, b = 0.65 m, c = 0.10 m, h = 0.50 m, 이다.



(a) 무게중심의 $\overline{X}$ 좌표를 구하여라.

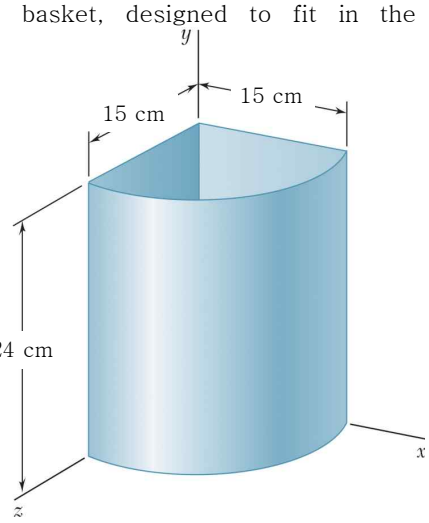
(b) y축에 관한 질량 관성모멘트 I_y를 구하여라.

(c) x축에 관한 질량 관성모멘트 I_x를 구하여라.

정 역 학 2015년 학기말시험 (나반) [25점] 2015. 12. 14.

1.[2점] 무게를 무시할 만한 블록에 두 힘이 작용한다. 블록과 경사면의 마찰계수는 μ_s = 0.35 와 μ_k = 0.25 이다. 정지해 있던 블록이 힘 **P**로 인해 경사면을 따라 위로 미끄러지려 할 때, 블록이 경사면으로부터 받는 수직반력(normal reaction)과 마찰력(friction force)의 합력(resultant)의 방향을 구하여라.

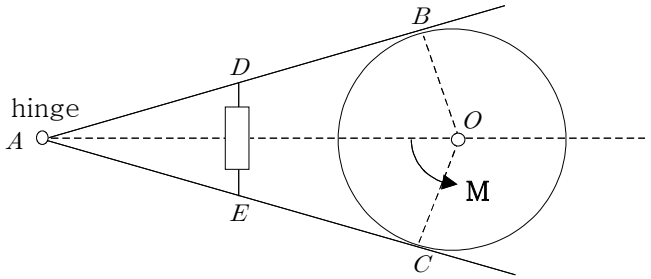
2.[2+3점] A waste basket, designed to fit in the corner of a room, is 24 cm high and has a base in the shape of a quarter circle of radius 15 cm. It was made of sheet metal of uniform thickness 0.1 cm.



(a) Determine $\overline{X}$ of the center of gravity of the basket.

(b) 금속의 밀도(density)가 2,700 kg/m^3 일 때, 위 물체의 y축에 관한 질량 관성모멘트를 구하여라.

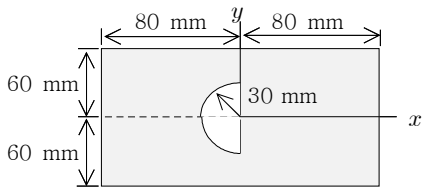
3.[2+4점] 봉 AB 및 AC와 드럼 사이의 정지마찰계수는 0.30이고 운동마찰계수는 0.24이다. 드럼에 가해지는 모멘트 **M**의 크기가 200 N·m이다. 점 D와 E를 연결하는 유압 실린더가 수축력을 가한다. 봉 AB와 AC가 이루는 각도는 40°이고, AD = AE = 0.20 m이며, 드럼의 반지름은 0.15 m이다.



(a) 봉 AB, AC와 드럼의 자유물체도를 각각 그려라.

(b) 드럼이 회전하지 않고 정지상태를 유지하기 위해 유압 실린더가 가하는 힘의 최소 크기를 구하여라.

4.[6점] 단면이 그림과 같은 beam이 있다.



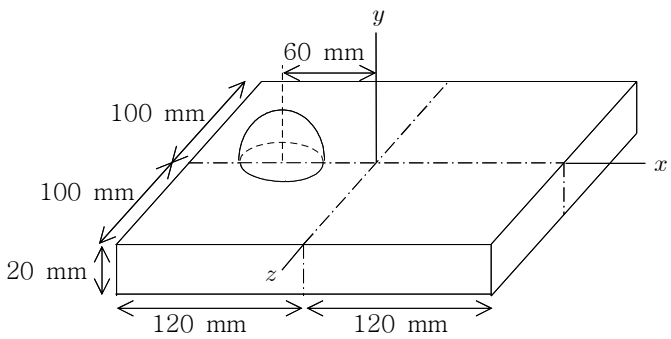
(a) 단면 도심(centroid)의 $\overline{X}$좌표를 구하여라.

(b) 이 단면의 y축에 관한 면적 관성모멘트 I_y와 회전반경(radius of gyration) k_y를 구하여라.

(c) 이 단면의 O점에 관한 극관성모멘트(polar moment of inertia) J_O와 도심 C에 관한 극관성모멘트 J_C를 구하여라.

(반 구(球) : $\overline{y} = \frac{3}{8}r$, $I_x = \frac{2}{5}mr^2$)

5.[6점] 그림과 같이 구조물이 직육면체와 반 구(球)로 구성되어 있다. 두 물체의 재질은 균질(homogeneous)이고 밀도는 2,700 kg/m^{3}이다. 반 구의 반지름 r은 30 mm이다.



(a) 무게중심의 $\overline{X}$ 좌표를 구하여라.

(b) y축에 관한 질량 관성모멘트 I_y를 구하여라.

(c) x축에 관한 질량 관성모멘트 I_x를 구하여라.

정 역 학　　2015년 학기말시험 (가반) 해 답

1. m = 60 kg, r = 7 m, n = 40 명

각 사람은 회전중심에서 거리 r 떨어진 지점의 집중질량이므로, $I = m r^2$

$I_{total} = \Sigma I = n(mr^2) = 40\ [(60\ \text{kg})\ (7\ \text{m})^2] = 117{,}600\ \text{kg·m}^2$

2. t = 0.004 m, $r = a$ = 2.4 m, b = 2.0 m

(a) ρ = 7,800 kg/m^3

① 사각판, $m_1 = \rho\ V_1 = \rho(a\,b\,t) = (7{,}800\ \text{kg/m}^3)\ (2.4\ \text{m})\ (2.0\ \text{m})\ (0.004\ \text{m}) = 149.76\ \text{kg}$

$$I_{x1} = \rho\, t\left(\frac{1}{3}ab^3\right) = \frac{1}{3}(\rho abt)\,b^2 = \frac{1}{3}m_1 b^2 = \frac{1}{3}(149.76\ \text{kg})\ (2.0\ \text{m})^2 = 199.68\ \text{kg·m}^2$$

② $\frac{1}{4}$원판, $m_2 = \rho\ V_2 = \rho\left(\frac{\pi}{4}r^2 t\right) = (7{,}800\ \text{kg/m}^3)\ \frac{\pi}{4}(2.4\ \text{m})^2\ (0.004\ \text{m}) = 141.14\ \text{kg}$

$$I_{x2} = \rho\, t\left(\frac{1}{4}\frac{\pi}{4}r^4\right) = \frac{1}{4}\left(\rho\frac{\pi}{4}r^2 t\right)r^2 = \frac{1}{4}m_2 r^2 = \frac{1}{4}(141.14\ \text{kg})\ (2.4\ \text{m})^2 = 203.2\ \text{kg·m}^2$$

$I_x = I_{x1} + I_{x2} = (199.68\ \text{kg·m}^2) + (203.2\ \text{kg·m}^2) = 402.9\ \text{kg·m}^2 \quad \Rightarrow \quad I_x = 403\ \text{kg·m}^2$

(b) ① L = 2.0 m, $\bar{x}$ = 0

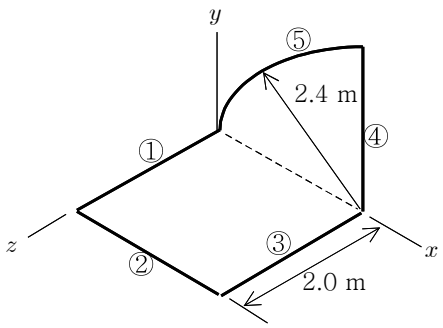
② L = 2.4 m, $\bar{x}$ = 1.2 m

③ L = 2.0 m, $\bar{x}$ = 2.4 m

④ L = 2.4 m, $\bar{x}$ = 2.4 m

⑤ $L = \frac{1}{4}[2\pi(2.4\ \text{m})] = 3.77$ m,

$\bar{x} = (2.4\ \text{m}) - \frac{2}{\pi}(2.4\ \text{m}) = 0.872$ m



$\Sigma L = 2.0 + 2.4 + 2.0 + 2.4 + 3.77\ (\text{m}) = 12.57$ m

$\Sigma(\bar{x}L) = (0)(2.0) + (1.2)(2.4) + (2.4)(2.0) + (2.4)(2.4) + (0.872)(3.77)\ (\text{m}^2) = 16.727\ \text{m}^2$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x}L)}{\Sigma L} = \frac{16.727\ \text{m}^2}{12.57\ \text{m}} = 1.331\ \text{m}$$

3. μ_s = 0.25, μ_k = 0.20, θ = 60°, W = 500 N

(a) α = 30°

$\phi_s = \tan^{-1}0.25 = 14.04°$

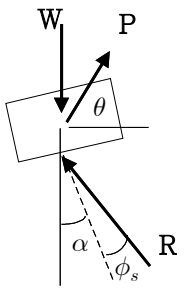
위로 움직이려 할 때

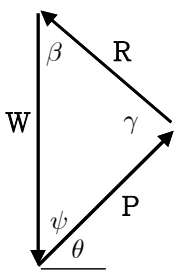
$\beta = \alpha + \phi_s = 30° + 14.04° = 44.04°$

$\psi = 90° - \theta = 90° - 60° = 30°$

$\gamma = 180° - (\beta + \psi)$

$= 180° - (44.04° + 30°) = 106.0°$





$$\frac{R}{\sin\psi} = \frac{W}{\sin\gamma}$$

$$\Rightarrow \quad R = W\frac{\sin\psi}{\sin\gamma} = (500\ \text{N})\ \frac{\sin 30^\circ}{\sin 106.0^\circ} = 260.1\ \text{N}$$

$90° - \beta = 90° - 44.04° = 45.96°$ $\quad \Rightarrow \quad$ **R** = 260 N ⦤46.0°

(b) P = 450 N

위로 움직이려 할 때

$\beta = \alpha + \phi_s = \alpha + 14.04°$

$\psi = 90° - \theta = 90° - 60° = 30°$

$\gamma = 180° - (\beta + \psi) = 180° - (\alpha + 14.04° + 30°) = 135.96° - \alpha$

$R^2 = P^2 + W^2 - 2\,P\,W\cos\psi = (450\text{ N})^2 + (500\text{ N})^2 - 2\,(450\text{ N})\,(500\text{ N})\cos 30°$

$= 62{,}789\text{ N}^2 \qquad R = 250.6\text{ N}$

$$\frac{R}{\sin\psi} = \frac{W}{\sin\gamma} = \frac{P}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow \quad \sin\gamma = \frac{W}{R}\sin\psi = \frac{500\text{ N}}{250.6\text{ N}}\sin 30° = 0.9976$$

$$\Rightarrow \quad \gamma = \sin^{-1}(0.9976) = 86.03°$$

$\gamma = 135.96° - \alpha$

$\Rightarrow \quad \alpha = 135.96° - \gamma = 135.96° - 86.03° = 49.92° \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = 49.9°$

4.(a) ① 직사각형, $A = (6\text{ cm})(8\text{ cm}) = 48\text{ cm}^2$, $\bar{x} = 0$

② 반 원, $A = \frac{1}{2}\pi(4\text{ cm})^2 = 25.13\text{ cm}^2$, $\bar{x} = 3 + \frac{4}{3\pi}(4\text{ cm}) = 4.6977\text{ cm}$

③ 삼각형, $A = \frac{1}{2}(6\text{ cm})(8\text{ cm}) = 24\text{ cm}^2$, $\bar{x} = -(3\text{ cm}) - \frac{1}{3}(6\text{ cm}) = -5\text{ cm}$

$\Sigma A = 48 + 25.13 + 24\ (\text{cm}^2) = 97.13\text{ cm}^2$

$\Sigma(\bar{x}A) = (0)(48) + (4.6977)(25.13) + (-5)(24)\ (\text{cm}^3) = -1.947\text{ cm}^3$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x}A)}{\Sigma A} = \frac{-1.947\text{ cm}^3}{97.13\text{ cm}^2} = -0.0200\text{ cm}$$

(b) $I_{x1} = \frac{1}{3}(6\text{ cm})\,(8\text{ cm})^3 = 1{,}024\text{ cm}^4$

$I_{x2} = \frac{1}{2}\,\frac{\pi}{4}(4\text{ cm})^4 + (25.13\text{ cm}^2)\,(4\text{ cm})^2 = 502.61\text{ cm}^4$

$I_{x3} = \frac{1}{12}(6\text{ cm})\,(8\text{ cm})^3 = 256\text{ cm}^4$

$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} = 1{,}024 + 503 + 256\ (\text{cm}^4) = 1{,}783\text{ cm}^4$

$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{1{,}783\text{ cm}^4}{97.13\text{ cm}^2}} = 4.28\text{ cm}$$

(c) $I_{y1} = \frac{1}{12}(8\text{ cm})\,(6\text{ cm})^3 = 144\text{ cm}^4$

$$I_{y2} = \frac{1}{2}\,\frac{\pi}{4}(4\text{ cm})^4 - (25.13)\left(\frac{4(4)}{3\pi}\right)^2 + (25.13)\left(3 + \frac{4(4)}{3\pi}\right)^2 = 582.7\text{ cm}^4$$

$I_{y3} = \frac{1}{36}(8\text{ cm})\,(6\text{ cm})^3 + (24)\,(5)^2 = 648\text{ cm}^4$

$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} = 144 + 582.7 + 648\ (\text{cm}^4) = 1{,}374.7\text{ cm}^4$

$J_O = I_x + I_y = 1{,}783 + 1{,}374.7\ (\text{cm}^4) = 3{,}157.7\text{ cm}^4 \qquad \Rightarrow \qquad J_O = 3{,}160\text{ cm}^4$

5. 밀도 ρ = 2,700 kg/m^3, a = 0.30 m, b = 0.65 m, c = 0.10 m, h = 0.50 m

① 사각기둥, ② 원뿔

(a) ① $V_1 = a\,b\,(2c)$ = (0.30 m)(0.65 m)(0.20 m) = 39.0×10^{-3} m^3

$\bar{x} = -\frac{1}{2}a = -\frac{1}{2}(0.30\text{ m}) = -150.0\times10^{-3}$ m

② $V_2 = \frac{1}{3}(\pi c^2)h = \frac{\pi}{3}(0.10\text{ m})^2\,(0.50\text{ m}) = 5.24\times10^{-3}$ m^3

$\bar{x} = \frac{1}{4}h = \frac{1}{4}(0.50\text{ m}) = 0.1250\text{ m} = 125.0\times10^{-3}$ m

$\Sigma V = (39.0 + 5.24)\times10^{-3}\text{ m}^3 = 44.24\times10^{-3}\text{ m}^3$

$\Sigma(\bar{x}\,V) = [(-150.0)(39.0) + (125.0)(5.24)]\times10^{-6}\text{ m}^4 = -5{,}195\times10^{-6}\text{ m}^4$

$\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x}\,V)}{\Sigma V} = \frac{-5{,}195\times10^{-6}\text{ m}^4}{44.24\times10^{-3}\text{ m}^3} = -0.1174\text{ m} = -117.4\text{ mm}$

(b) $m_1 = \rho\,V_1$ = (2,700 kg/m^3) (39.0×10^{-3} m^3) = 105.3 kg

$m_2 = \rho\,V_2$ = (2,700 kg/m^3) (5.24×10^{-3} m^3) = 14.148 kg

$I_{y1} = \frac{1}{3}m_1a^2 + \frac{1}{12}m_1(2c)^2 = \frac{1}{3}m_1(a^2 + c^2) = \frac{1}{3}(105.3\text{ kg})\,[(0.30\text{ m})^2 + (0.10\text{ m})^2]$

= 3.510 kg·m^2

$I_{y2} = \frac{3}{20}m_2c^2 + \frac{1}{10}m_2h^2 = \frac{1}{20}m_2(3c^2 + 2h^2) = \frac{1}{20}(14.148\text{ kg})\,[3\,(0.10\text{ m})^2 + 2\,(0.50\text{ m})^2]$

= 0.3749 kg·m^2

$I_y = I_{y1} + I_{y2}$ = (3.510 + 0.3749) kg·m^2 = 3.884 kg·m^2 ⇒ I_y = 3.88 kg·m^2

(c) $I_{x1} = \frac{1}{3}m_1b^2 + \frac{1}{12}m_1(2c)^2 = \frac{1}{3}m_1(b^2 + c^2) = \frac{1}{3}(105.3\text{ kg})\,[(0.65\text{ m})^2 + (0.10\text{ m})^2]$

= 15.180 kg·m^2

$I_{x2} = \frac{3}{10}m_2c^2 + m_2(b-c)^2 = m_2[\frac{3}{10}c^2 + (b-c)^2] = (14.148\text{ kg})\,[\frac{3}{10}(0.10\text{ m})^2 + (0.55\text{ m})^2]$

= 4.322 kg·m^2

$I_x = I_{x1} + I_{x2}$ = (15.180 + 4.322) kg·m^2 = 19.502 kg·m^2 ⇒ I_x = 19.50 kg·m^2

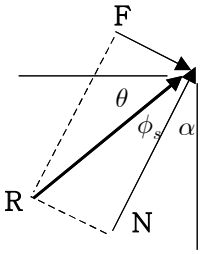
정 역 학　　2015년 학기말시험 (나반) 해 답

1. $\mu_s = 0.35$, $\mu_k = 0.25$, $\alpha = 30°$, $W = 600$ N

$\phi_s = \tan^{-1}\mu_s = \tan^{-1}(0.35) = 19.29°$

$\theta = 90° - (\alpha + \phi_s) = 90° - (30° + 19.29°) = 40.71°$

R의 방향 = $\angle 40.7°$



2. $h = 24$ cm, $a = b = r = 15$ cm, $t = 0.1$ cm

(a) ① 사각판, $A = (15\text{ cm})(24\text{ cm}) = 360\text{ cm}^2$, $\bar{x} = 7.5$ cm

② 사각판, $A = 360\text{ cm}^2$, $\bar{x} = 0$

③ $\frac{1}{4}$원주면, $A = \frac{1}{4}[2\pi(15\text{ cm})](24\text{ cm}) = 565.4\text{ cm}^2$

$\bar{x} = \frac{2}{\pi}(15\text{ cm}) = 9.549$ cm

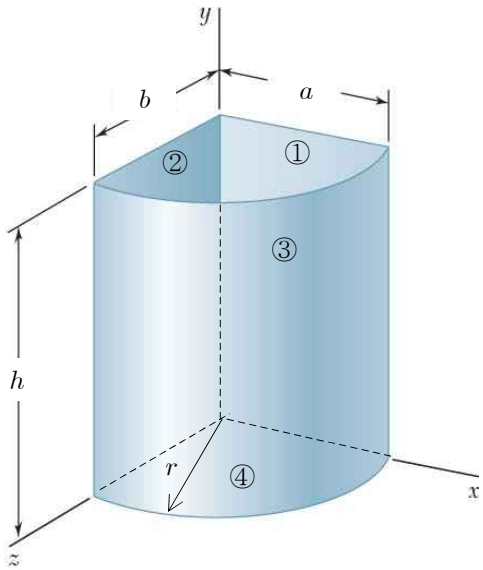
④ $\frac{1}{4}$원판, $A = \frac{1}{4}\pi(15\text{ cm})^2 = 176.7\text{ cm}^2$

$\bar{x} = \frac{4}{3\pi}(15\text{ cm}) = 6.366$ cm

$\Sigma A = 360 + 360 + 565.4 + 176.7\ (\text{cm}^2) = 1{,}462\text{ cm}^2$

$\Sigma(\bar{x}A) = (7.5)(360) + (0)(360) + (9.549)(565.4) + (6.366)(176.7)\ (\text{cm}^3) = 9{,}224\text{ cm}^3$

$\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x}A)}{\Sigma A} = \frac{9{,}224\text{ cm}^3}{1{,}462\text{ cm}^2} = 6.31$ cm



(b) $m_1 = \rho a h t = (2{,}700\text{ kg/m}^3)(0.15\text{ m})(0.24\text{ m})(0.001\text{ m}) = 0.0972$ kg

$I_{y2} = I_{y1} = \frac{1}{3}m_1 a^2 = \frac{1}{3}(0.0972\text{ kg})(0.15\text{ m})^2 = 729\times10^{-6}\text{ kg·m}^2$

$m_3 = \rho\left[\frac{1}{4}(2\pi r)ht\right] = (2{,}700\text{ kg/m}^3)\frac{1}{4}[2\pi(0.15\text{ m})](0.24\text{ m})(0.001\text{ m}) = 0.1527$ kg

$I_{y3} = m_3 r^2 = (0.1527\text{ kg})(0.15\text{ m})^2 = 3{,}435\times10^{-6}\text{ kg·m}^2$

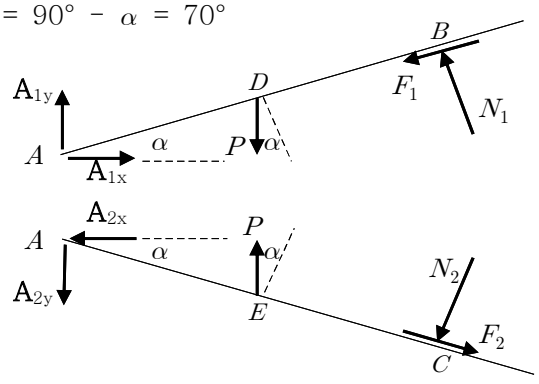
$m_4 = \rho\left[\frac{1}{4}(\pi r^2)t\right] = (2{,}700\text{ kg/m}^3)\frac{1}{4}[\pi(0.15\text{ m})^2](0.001\text{ m}) = 0.0477$ kg

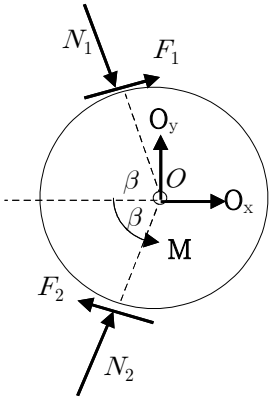
$I_{y4} = \rho t\left(\frac{1}{4}\frac{\pi}{2}r^4\right) = \frac{1}{2}\left(\rho\frac{\pi}{4}r^2 t\right)r^2 = \frac{1}{2}m_4 r^2 = \frac{1}{2}(0.0477\text{ kg})(0.15\text{ m})^2 = 536.6\times10^{-6}\text{ kg·m}^2$

$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + I_{y4} = [2(729) + (3{,}435) + (536.6)]\times10^{-6}\text{ kg·m}^2 = 5.43\times10^{-3}\text{ kg·m}^2$

3. $\mu_s = 0.30$, $M = 200$ N·m, $\alpha = 20°$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 0.20$ m, $\overline{OB} = \overline{OC} = 0.15$ m

(a) $\beta = 90° - \alpha = 70°$





(b) $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{OB}\tan\beta = (0.15\text{ m})\tan 70° = 0.4121\text{ m}$

최소 P ⇒ 최대 마찰력, $F_1 = \mu_s N_1$, $F_2 = \mu_s N_2$

AB에서 $\circlearrowleft\Sigma M_A = 0$;

$$-(\overline{AD}\cos\alpha)P + \overline{AB}\,N_1 = 0$$

$$\Rightarrow\quad N_1 = \frac{\overline{AD}\cos\alpha}{\overline{AB}}P = \frac{(0.20\text{ m})\cos 20°}{0.4121\text{ m}}P = 0.4561\,P$$

AC에서 $\circlearrowleft\Sigma M_A = 0$;

$$(\overline{AE}\cos\alpha)P - \overline{AC}\,N_2 = 0$$

$$\Rightarrow\quad N_2 = \frac{\overline{AE}\cos\alpha}{\overline{AC}}P = \frac{(0.20\text{ m})\cos 20°}{0.4121\text{ m}}P = 0.4561\,P$$

드럼에서 $\circlearrowleft\Sigma M_O = 0$;

$$M - \overline{OB}\,F_1 - \overline{OC}\,F_2 = 0$$

$$\Rightarrow\quad M - 2\,\overline{OB}\,\mu_s(0.4561\,P) = 0$$

$$\Rightarrow\quad P = \frac{M}{2\,\overline{OB}\,\mu_s(0.4561)} = \frac{200\text{ N}\cdot\text{m}}{2(0.15\text{ m})(0.30)(0.4561)} = 4{,}870\text{ N} = 4.87\text{ kN}$$

4.(a) ① 직사각형, $A = (160\text{ mm})(120\text{ mm}) = 19{,}200\text{ mm}^2$, $\bar{x} = 0$

② 반 원, $A = -\frac{1}{2}\pi(30\text{ mm})^2 = -1{,}414\text{ mm}^2$, $\bar{x} = -\frac{4}{3\pi}(30\text{ mm}) = -12.732\text{ mm}$

$\Sigma A = 19{,}200 + (-1{,}414)\ (\text{mm}^2) = 17{,}786\text{ mm}^2$

$\Sigma(\bar{x}A) = (0)(19{,}200) + (-12.732)(-1{,}414)\ (\text{mm}^3) = 18{,}003\text{ mm}^3$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x}A)}{\Sigma A} = \frac{18{,}003\text{ mm}^3}{17{,}786\text{ mm}^2} = 1.012\text{ mm}$$

(b) $I_{y1} = \frac{1}{12}(120\text{ mm})\ (160\text{ mm})^3 = 40.96\times10^6\text{ mm}^4$

$I_{y2} = \frac{1}{2}\,\frac{\pi}{4}(30\text{ mm})^4 = 0.318\times10^6\text{ mm}^4$

$I_y = I_{y1} - I_{y2} = (40.96 - 0.318)\times10^{-6}\text{ mm}^4 = 40.6\times10^6\text{ mm}^4$

$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{40.6\times10^6\text{ mm}^4}{17{,}786\text{ mm}^2}} = 47.8\text{ mm}$$

(c) $I_{x1} = \frac{1}{12}(160\text{ mm})\ (120\text{ mm})^3 = 23.04\times10^6\text{ mm}^4$

$I_{x2} = \frac{1}{2}\,\frac{\pi}{4}(30\text{ mm})^4 = 0.318\times10^6\text{ mm}^4$

$I_x = I_{x1} - I_{x2} = (23.04 - 0.318)\times10^6\text{ mm}^4 = 22.7\times10^6\text{ mm}^4$

$J_O = I_x + I_y = (40.6 + 22.7)\times10^6\text{ mm}^4 = 63.3\times10^6\text{ mm}^4$

$J_C = J_O - A\,d^2 = (63.3\times10^6\text{ mm}^4) - (17{,}786\text{ mm}^2)\ (1.012\text{ mm})^2 = 63.3\times10^6\text{ mm}^4$

5. 밀도 ρ = 2,700 kg/m^3,

① 사각기둥, a = 2(120 mm) = 240 mm, b = 2(100 mm) = 200 mm, c = 20 mm

② 원뿔, r = 30 mm, d = 60 mm

(a) ① $V_1 = a\,b\,c$ = (240 mm)(200 mm)(20 mm) = 960×10^3 mm^3

$\bar{x}$ = 0

② $V_2 = \frac{2}{3}(\pi r^3) = \frac{2\pi}{3}$(30 mm)^3 = 56.55×10^3 mm^3

$\bar{x} = -d$ = −60.0 mm

ΣV = (960 + 56.55)×10^3 mm^3 = 1,016×10^3 m^3

$\Sigma(\bar{x}\,V)$ = [(0)(960) + (−60.0)(56.55)]×10^3 mm^4 = −3,392×10^3 mm^4

$$\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x}\,V)}{\Sigma V} = \frac{-3{,}392\times10^3\ \text{m}^4}{1{,}016\times10^3\ \text{m}^3} = -3.34\ \text{mm}$$

(b) $m_1 = \rho\,V_1$ = (2,700 kg/m^3) (960×10^{-6} m^3) = 2.592 kg

$m_2 = \rho\,V_2$ = (2,700 kg/m^3) (56.55×10^{-6} m^3) = 0.1527 kg

$I_{y1} = \frac{1}{12}m_1 a^2 + \frac{1}{12}m_1 b^2 = \frac{1}{12}m_1\,(a^2 + b^2) = \frac{1}{12}$(2.592 kg) [(0.24 m)^2 + (0.20 m)^2]

= 0.02108 kg·m^2 = 21.08×10^{-3} kg·m^2

$I_{y2} = \frac{2}{5}m_2 r^2 + m_2 d^2 = m_2(\frac{2}{5}r^2 + d^2)$ = (0.1527 kg) [$\frac{2}{5}$(0.03 m)^2 + (0.06 m)^2]

= 0.604×10^{-3} kg·m^2

$I_y = I_{y1} + I_{y2}$ = (21.08 + 0.604)×10^{-3} kg·m^2 = 0.02168 kg·m^2 ⇒ I_y = 0.0217 kg·m^2

(c) $I_{x1} = \frac{1}{12}m_1 b^2 + \frac{1}{3}m_1 c^2 = \frac{1}{12}m_1(b^2 + 4c^2) = \frac{1}{12}$(2.592 kg) [(0.20 m)^2 + 4(0.02 m)^2]

= 0.008986 kg·m^2 = 8.986×10^{-3} kg·m^2

$I_{x2} = \frac{2}{5}m_2 r^2 = \frac{2}{5}$(0.1527 kg) (0.03 m)^2 = 0.05497×10^{-3} kg·m^2

$I_x = I_{x1} + I_{x2}$ = (8.986 + 0.0550)×10^{-3} kg·m^2 = 0.00904 kg·m^2

⇒ I_x = 0.00904 kg·m^2 = 9.04×10^{-3} kg·m^2