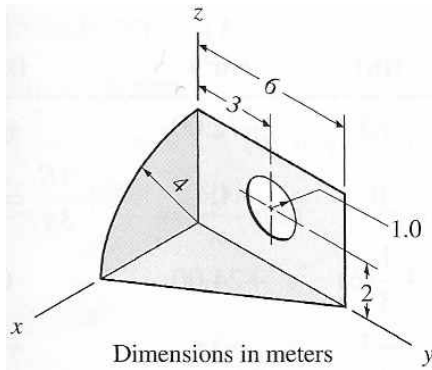


1.[2점] 강체의 평형을 다루기 위해 물체의 무게중심(center of gravity)을 찾고자 할 때, 도심(centroid)을 구한다. 그런데 도심의 위치가 무게중심의 위치와 같지 않은 경우는 2차원 평판과 3차원 입체에서 각각 어떤 때인가?

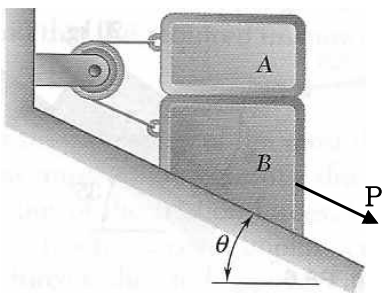
(a) 2차원 평판 :

(b) 3차원 입체 :

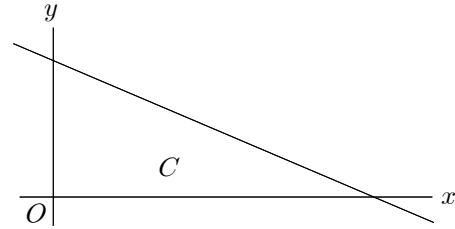
2.[5점] Determine the x coordinate of the centroid of the shaded surface.



3.[6점] 무게 20 N인 블록 A와 40 N인 블록 B가 마찰 없는 도르래에 감긴 줄에 연결되어 정지해 있다. 그림의 모든 접촉면에서 정지마찰계수 μ_s 는 0.25, 운동마찰계수 μ_k 는 0.20이다. 경사각 θ 는 20° 이다. 경사면에 평행한 방향으로 힘 P가 차츰 증가하여 블록이 움직이려 할 때, 자유물체도(F.B.D.)를 그린 후 힘 P의 크기를 구하라.



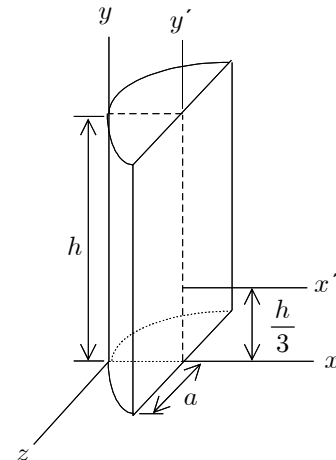
4.[6점] 그림과 같이 x 축, y 축, $x+2y=4$ 로 표현되는 직선으로 둘러싸인 삼각형이 있다. (수치 단위는 mm임).



(a) 직접 적분하여, x 축에 대한 면적관성모멘트(area moment of inertia) I_x 를 구하라.

(b) 공식이나 (a)의 결과를 사용하여, 도심 C에 대한 극관성모멘트(polar moment of inertia) J_C 를 구하라.

5.[6점] 그림과 같은 반원기둥이 있다. 전체 질량이 m 이고, 원의 반지름이 a 이며, 기둥의 높이는 h 이다. 평판의 질량관성모멘트(mass moment of inertia) 공식들로부터 다음 사항들을 구하라.



(a) x 축에 대한 질량관성모멘트 I_x 와 x' 축에 대한 질량관성모멘트 $I_{x'}$

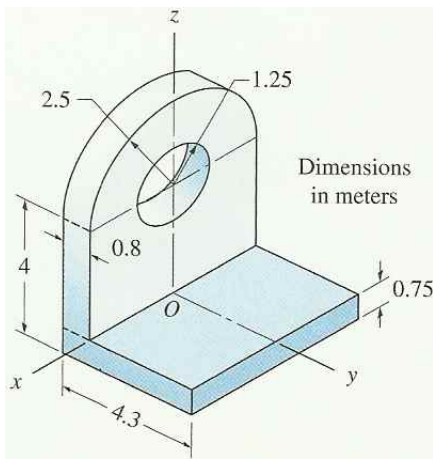
(b) y' 축에 대한 질량관성모멘트 $I_{y'}$ 와 y 축에 대한 질량관성모멘트 I_y

1.[2점] 구조물 지지부에 마찰을 무시할만한 경우에 비해서 마찰을 고려해야 하는 경우에 어떠한 반력(reaction)이 추가되는가?

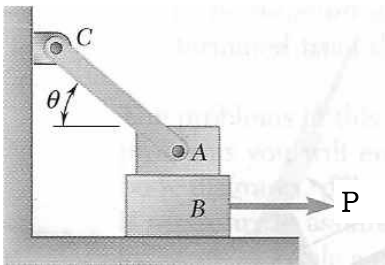
(a) 3차원 거친 표면 (b) 2차원 핀(hinge)



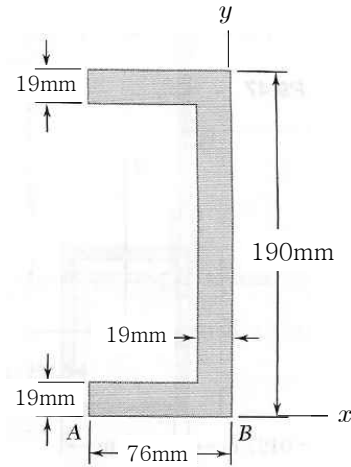
2.[5점] Determine the z coordinate of the centroid of the composite volume.



3.[6점] 무게 16 N인 블록 A가 링크 AC에 연결되어 있고, 무게 24 N인 블록 B의 위에 놓여 있다. 모든 접촉면의 정지마찰계수 μ_s 는 0.20이고, θ 는 40° 이며, 링크의 무게는 무시한다. 힘 P가 차츰 증가하여 블록이 움직이려 할 때, 블록들의 자유물체도(free-body diagram)를 그린 후, 힘 P의 크기를 구하라.

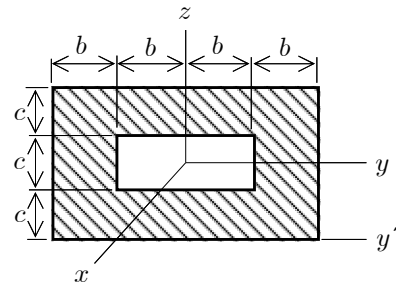


4.[6점] 단면이 그림과 같은 beam이 있다.



- (a) 도심(centroid)의 좌표를 구하라.
 (b) 도심을 지나며 x 축에 평행한 x' 축에 대한 면적관성모멘트(area moment of inertia) $I_{x'}$ 을 구하라.
 (c) 도심을 지나며 y 축에 평행한 y' 축에 대한 면적관성모멘트 $I_{y'}$ 을 구하라.

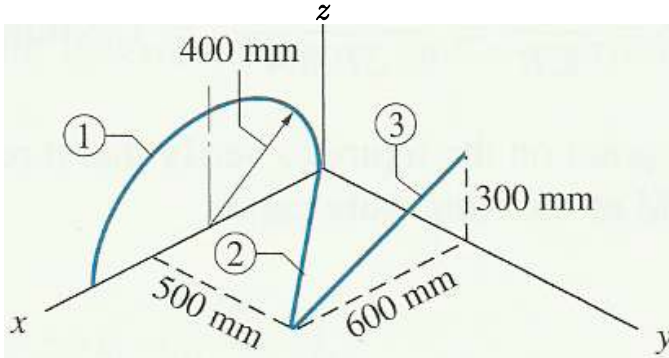
5.[6점] 두께가 얇고 균일하며 균질인 평판에서 그림과 같이 속이 빈 사각판을 잘라냈다. 사각판의 질량은 m 이다.



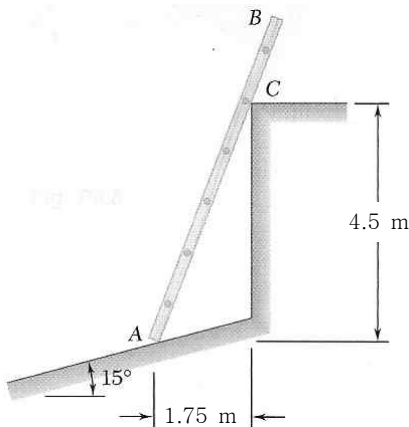
- (a) 도심을 지나는 y 축에 대한 질량관성모멘트(mass moment of inertia) I_y 를 구하고, 판에 수직이며 도심을 지나는 x 축에 대한 질량관성모멘트 I_x 를 구하라.
 (b) y' 축에 대한 질량관성모멘트 $I_{y'}$ 을 구하라.

1.[2점] 피겨 스케이팅 선수가 점프 회전을 할 때에, 점프 후 공중에 떠 있는 동안에는 팔을 몸에 가까이 붙이고, 얼음 판에 착지할 때에는 팔을 뻗는 이유를 질량관성모멘트(mass moment of inertia) 관점에서 설명하라.

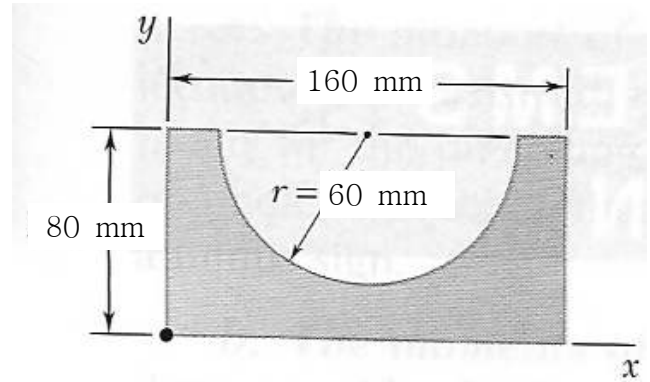
2.[5점] Determine the z coordinate of the centroid of the composite wire made up of three segments: ① a semicircular arc, ② & ③ straight lines.



3.[6점] 질량이 10 kg이고 길이가 6.5 m인 사다리 AB가 그림과 같이 벽에 기대어 있다. 정지마찰계수 μ_s 가 두 접촉면에서 같다. 자유물체도(free-body diagram)를 그린 후, 평형(equilibrium)이 유지되기 위한 μ_s 의 최소값을 구하라.

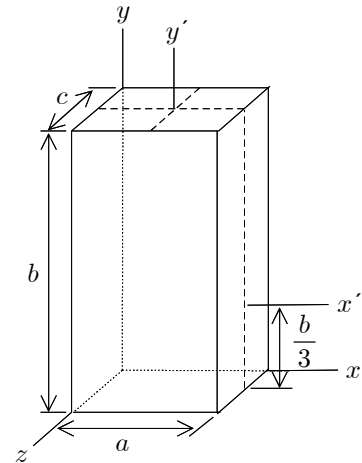


4.[6점] 단면이 그림과 같은 beam이 있다. 직사각형에서 반원이 잘려나간 대칭 형상이다.



- (a) 도심(centroid)의 위치를 구하라.
 (b) y 축에 대한 면적관성모멘트(area moment of inertia) I_y 를 구하라.
 (c) x 축에 대한 면적관성모멘트 I_x 를 구하라.

5.[6점] 그림과 같은 사각기둥이 있다. 전체 질량이 m 이고, x , y , z 방향 변의 길이가 각각 a , b , c 이다. 평판의 질량관성모멘트(mass moment of inertia) 공식들로부터 다음 사항들을 구하라.



- (a) x 축에 대한 질량관성모멘트 I_x 와 중심축 y' 축에 대한 질량관성모멘트 $I_{y'}$.
 (b) x' 축에 대한 질량관성모멘트 $I_{x'}$.

정역학

2010년 학기말시험 (가반) 해답

1. (a) 2차원 평판 : 균질하지 않거나 균일하지 않을 때,
즉 비중이 일정하지 않거나 두께가 일정하지 않을 때.
(b) 3차원 입체 : 균질하지 않을 때, 즉 비중이 일정하지 않을 때.

- ## 2. ① 직사각형

$$A = (6 \text{ m})(4 \text{ m}) = 24.00 \text{ m}^2, \quad \bar{x} = 0$$

- ② $\frac{1}{4}$ 원

$$A = \frac{1}{4} \pi (4 \text{ m})^2 = 12.566 \text{ m}^2, \quad \bar{x} = \frac{4}{3\pi} (4 \text{ m}) = 1.698 \text{ m}$$

- ③ 삼각형

$$A = \frac{1}{2}(4 \text{ m})(6 \text{ m}) = 12.00 \text{ m}^2, \quad \bar{x} = \frac{1}{3}(4 \text{ m}) = 1.333 \text{ m}$$

- ④ 원 구멍

$$A = -\pi (1.0 \text{ m})^2 = -3.1416 \text{ m}^2, \quad \bar{x} = 0$$

$$\Sigma A = 24.00 + 12.566 + 12.00 + (-3.1416) \text{ m}^2 = 45.42 \text{ m}^2$$

$$\Sigma(\bar{x}A) = (0)(24.00) + (1.698)(12.566) + (1.333)(12.00) + (0)(-3.1416) \text{ m}^3 = 37.33 \text{ m}^3$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma(\bar{x}A)}{\Sigma A} = \frac{37.33 \text{ m}^3}{45.42 \text{ m}^2} = 0.822 \text{ m}$$

3. $W_A = 20 \text{ N}$, $W_B = 40 \text{ N}$, $\mu_s = 0.25$, $\mu_k = 0.20$ $\theta = 20^\circ$

위 블록

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 ; \quad N_1 - W_A = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = W_A = 20 \text{ N}$$

$$F_1 = \mu_s N_1 = (0.25) (20 \text{ N}) = 5.0 \text{ N}$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0 ; \quad F_1 - T = 0$$

$$\Rightarrow T = F_1 = 5.0 \text{ N}$$

아래 블록

$$\nearrow \Sigma F_n = 0 ; \quad N_2 - (N_1 + W_B) \cos \theta - F_1 \sin \theta = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = (N_1 + W_B) \cos\theta + F_1 \sin\theta$$

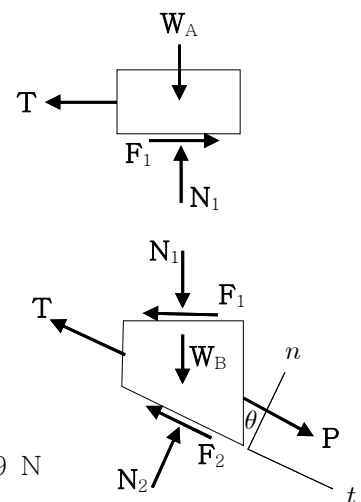
$$= (20 + 40 \text{ N}) \cos 20^\circ + (5.0 \text{ N}) \sin 20^\circ = 58.09 \text{ N}$$

$$F_2 = \mu_s N_2 = (0.25) (58.09 \text{ N}) = 14.52 \text{ N}$$

$$\sum F_t = 0 ; \quad P - T - F_2 - F_1 \cos \theta + (N_1 + W_B) \sin \theta = 0$$

$$\Rightarrow P = T + F_2 + F_1 \cos\theta - (N_1 + W_B) \sin\theta$$

$$= (5.0 \text{ N}) + (14.52 \text{ N}) + (5.0 \text{ N}) \cos 20^\circ - (20 + 40 \text{ N}) \sin 20^\circ = 3.70 \text{ N}$$



4. (a) $x = 4 - 2y, \quad y = 2 - \frac{1}{2}x$

<방법1> $dA = x dy$

$$\begin{aligned} I_x &= \int y^2 dA = \int_0^2 y^2 x dy = \int_0^2 y^2 (4 - 2y) dy = \int_0^2 (4y^2 - 2y^3) dy = \left[\frac{4}{3} y^3 - \frac{2}{4} y^4 \right]_0^2 \\ &= \frac{4}{3} (2)^3 - \frac{2}{4} (2)^4 = \frac{32}{3} - 8 = \frac{8}{3} \text{ (mm}^4\text{)} = 2.67 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

<방법2> $dI_x = \frac{1}{3} y^3 dx$

$$\begin{aligned} I_x &= \int dI_x = \int_0^4 \frac{1}{3} y^3 dx = \frac{1}{3} \int_0^4 \left(2 - \frac{1}{2}x \right)^3 dx = \frac{1}{3} \left[\frac{-2}{4} \left(2 - \frac{1}{2}x \right)^4 \right]_0^4 \\ &= \frac{-1}{6} [0 - (2)^4] = \frac{8}{3} \text{ (mm}^4\text{)} = 2.67 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

(b) 도심 좌표 $\bar{x} = \frac{4}{3} \text{ mm}, \quad \bar{y} = \frac{2}{3} \text{ mm}, \quad \text{면적 } A = \frac{1}{2} (4 \text{ mm})(2 \text{ mm}) = 4 \text{ mm}^2$

$$I_y = \frac{1}{12} (2 \text{ mm})(4 \text{ mm})^3 = \frac{32}{3} \text{ mm}^4$$

<방법1> $J_O = J_C + A d^2$

$$J_O = I_x + I_y = \frac{8}{3} + \frac{32}{3} \text{ mm}^4 = \frac{40}{3} \text{ mm}^4$$

$$\begin{aligned} J_C &= \left(\frac{40}{3} \text{ mm}^4 \right) - (4 \text{ mm}^2) \left[\left(\frac{4}{3} \text{ mm} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \text{ mm} \right)^2 \right] = \frac{40}{3} - (4) \left(\frac{20}{9} \right) \text{ mm}^4 \\ &= \frac{40}{9} \text{ mm}^4 = 4.44 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

<방법2> $J_C = I_{x'} + I_{y'}$

$$I_{x'} = I_x - A \bar{y}^2 = \frac{8}{3} \text{ (mm}^4\text{)} - (4 \text{ mm}^2) \left(\frac{2}{3} \text{ mm} \right)^2 = \frac{8}{9} \text{ mm}^4$$

$$I_{y'} = I_y - A \bar{x}^2 = \frac{32}{3} \text{ (mm}^4\text{)} - (4 \text{ mm}^2) \left(\frac{4}{3} \text{ mm} \right)^2 = \frac{32}{9} \text{ mm}^4$$

$$J_C = \left(\frac{8}{9} \text{ mm}^4 \right) + \left(\frac{32}{9} \text{ mm}^4 \right) = \frac{40}{9} \text{ mm}^4 = 4.44 \text{ mm}^4$$

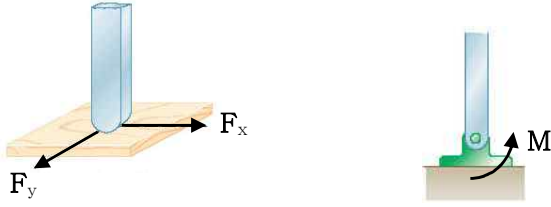
5. (a) $I_x = \frac{1}{4} m a^2 + \frac{1}{3} m h^2$

$$I_{x'} = \overline{I_{x'}} + m d^2 = \left(\frac{1}{4} m a^2 + \frac{1}{12} m h^2 \right) + m \left(\frac{h}{6} \right)^2 = \frac{1}{4} m a^2 + \frac{1}{9} m h^2$$

(b) $I_{y'} = \frac{1}{2} m a^2$

$$\begin{aligned} I_y &= I_{y'} - m \left(\frac{4}{3\pi} a \right)^2 + m \left(a - \frac{4}{3\pi} a \right)^2 = \frac{1}{2} m a^2 - \left(\frac{4}{3\pi} \right)^2 m a^2 + \left(1 - \frac{4}{3\pi} \right)^2 m a^2 \\ &= (0.500 - 0.180 + 0.331) m a^2 = 0.651 m a^2 \end{aligned}$$

1. (a) 면 방향의 2차원 마찰력 (b) 회전에 저항하는 모멘트



2. ① 수직 직사각판

$$V = (2.5 + 2.5 \text{ m})(4 - 0.75 \text{ m})(0.8 \text{ m}) = 13.000 \text{ m}^3, \quad \bar{z} = \frac{1}{2}(4 - 0.75 \text{ m}) = 1.625 \text{ m}$$

- ② 수평 직사각판

$$V = (5 \text{ m})(4.3 \text{ m})(0.75 \text{ m}) = 16.125 \text{ m}^3, \quad \bar{z} = -\frac{1}{2}(0.75 \text{ m}) = -0.375 \text{ m}$$

- ③ 반원판

$$V = \frac{1}{2} \pi (2.5 \text{ m})^2 (0.8 \text{ m}) = 7.854 \text{ m}^3, \quad \bar{z} = (4 - 0.75 \text{ m}) + \frac{4}{3\pi}(2.5 \text{ m}) = 4.311 \text{ m}$$

- ④ 원판 구멍

$$V = -\pi (1.25 \text{ m})^2 (0.8 \text{ m}) = -3.927 \text{ m}^3, \quad \bar{z} = (4 - 0.75 \text{ m}) = 3.250 \text{ m}$$

$$\Sigma V = 13.000 + 16.125 + 7.854 + (-3.927) \text{ m}^3 = 33.052 \text{ m}^3$$

$$\Sigma(\bar{z} V) = (1.625)(13.000) + (-0.375)(16.125) + (4.311)(7.854) + (3.250)(-3.927) \text{ m}^4 = 36.17 \text{ m}^4$$

$$\bar{Z} = \frac{\Sigma(\bar{z} V)}{\Sigma V} = \frac{36.17 \text{ m}^4}{33.052 \text{ m}^3} = 1.094 \text{ m}$$

- 3.
- $W_A = 16 \text{ N}$
- ,
- $W_B = 24 \text{ N}$
- ,
- $\mu_s = 0.20$
- ,
- $\theta = 40^\circ$

블록 A에서,

$$\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N_1 - W_A + T \sin \theta = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = W_A - T \sin \theta$$

$$F_1 = \mu_s N_1 = \mu_s (W_A - T \sin \theta)$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad F_1 - T \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow \mu_s (W_A - T \sin \theta) - T \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow T = \frac{\mu_s W_A}{\cos \theta + \mu_s \sin \theta} = \frac{(0.20)(16 \text{ N})}{\cos 40^\circ + (0.20) \sin 40^\circ} = 3.577 \text{ N}$$

$$\Rightarrow N_1 = (16 \text{ N}) - (3.577 \text{ N}) \sin 40^\circ = 13.70 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_1 = (0.20)(13.70 \text{ N}) = 2.74 \text{ N}$$

블록 B에서,

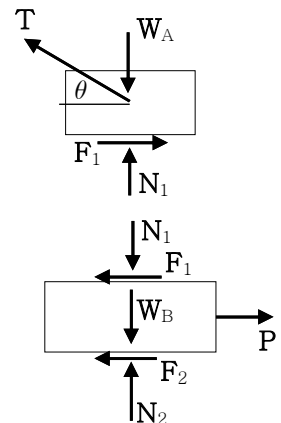
$$\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N_2 - N_1 - W_B = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = N_1 + W_B = (13.70 \text{ N}) + (24 \text{ N}) = 37.7 \text{ N}$$

$$F_2 = \mu_s N_2 = (0.20)(37.7 \text{ N}) = 7.54 \text{ N}$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad P - F_1 - F_2 = 0$$

$$\Rightarrow P = F_1 + F_2 = (2.74 \text{ N}) + (7.54 \text{ N}) = 10.28 \text{ N}$$



4. (a) 대칭성 $\rightarrow \bar{Y} = \frac{1}{2}(190 \text{ mm}) = 95.0 \text{ mm}$

<방법1>

①,③ $A_1 = A_3 = (76 \text{ mm})(19 \text{ mm}) = 1,444 \text{ mm}^2$

$\bar{x}_1 = \bar{x}_3 = -\frac{1}{2}(76 \text{ mm}) = -38 \text{ mm}$

② $A_2 = (19 \text{ mm})(190-19-19 \text{ mm}) = 2,888 \text{ mm}^2$

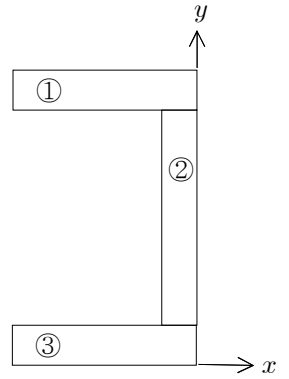
$\bar{x}_2 = -\frac{1}{2}(19 \text{ mm}) = -9.5 \text{ mm}$

$\Sigma A = 2(1,444 \text{ mm}^2) + (2,888 \text{ mm}^2) = 5,776 \text{ mm}^2$

$\Sigma(\bar{x}A) = 2(-38 \text{ mm})(1,444 \text{ mm}^2) + (-9.5 \text{ mm})(2,888 \text{ mm}^2) = -137,180 \text{ mm}^3$

$\bar{X} = \frac{-137,180 \text{ mm}^3}{5,776 \text{ mm}^2} = -23.75 \text{ mm}$

도심 (-23.8 mm, 95.0 mm)



<방법2>

① $A_1 = (76 \text{ mm})(190 \text{ mm}) = 14,440 \text{ mm}^2$

$\bar{x}_1 = -\frac{1}{2}(76 \text{ mm}) = -38 \text{ mm}$

② $A_2 = -(76-19 \text{ mm})(190-19-19 \text{ mm}) = -8,664 \text{ mm}^2$

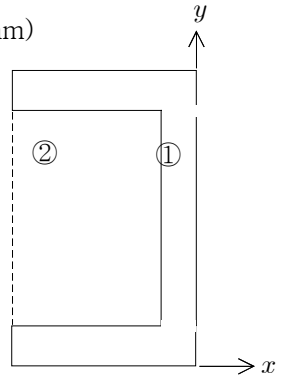
$\bar{x}_2 = (-19 \text{ mm}) - \frac{1}{2}(76-19 \text{ mm}) = -47.5 \text{ mm}$

$\Sigma A = (14,440 \text{ mm}^2) + (-8,664 \text{ mm}^2) = 5,776 \text{ mm}^2$

$\Sigma(\bar{x}A) = (-38 \text{ mm})(14,440 \text{ mm}^2) + (-47.5 \text{ mm})(-8,664 \text{ mm}^2) = -137,180 \text{ mm}^3$

$\bar{X} = \frac{-137,180 \text{ mm}^3}{5,776 \text{ mm}^2} = -23.75 \text{ mm}$

도심 (-23.8 mm, 95.0 mm)



(b) <방법1>

①,③ $I_{x'1} = I_{x'3} = \frac{1}{12}(76 \text{ mm})(19 \text{ mm})^3 + (1,444 \text{ mm}^2)(95-9.5 \text{ mm})^2$
 $= 10,599,441 \text{ mm}^4$

② $I_{x'2} = \frac{1}{12}(19 \text{ mm})(152 \text{ mm})^3 = 5,560,363 \text{ mm}^4$

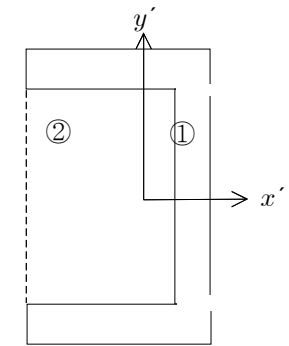
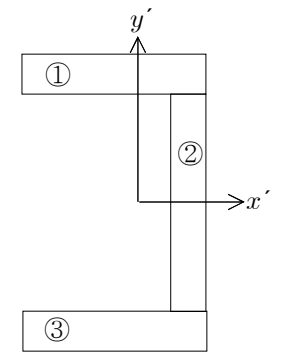
$\bar{I}_{x'} = 2(10,599,441 \text{ mm}^4) + (5,560,363 \text{ mm}^4) = 26,759,245 \text{ mm}^4$
 $= 26,800,000 \text{ mm}^4 = 26.8 \times 10^6 \text{ mm}^4$

<방법2>

① $I_{x'1} = \frac{1}{12}(76 \text{ mm})(190 \text{ mm})^3 = 43,440,333 \text{ mm}^4$

② $I_{x'2} = \frac{1}{12}(57 \text{ mm})(152 \text{ mm})^3 = 16,681,088 \text{ mm}^4$

$\bar{I}_{x'} = (43,440,333 \text{ mm}^4) - (16,681,088 \text{ mm}^4) = 26,759,245 \text{ mm}^4$
 $= 26,800,000 \text{ mm}^4 = 26.8 \times 10^6 \text{ mm}^4$



(c) ①,③ $I_{y'1} = I_{y'3} = \frac{1}{12}(19 \text{ mm})(76 \text{ mm})^3 + (1,444 \text{ mm}^2)(23.75-38 \text{ mm})^2$
 $= 988,268 \text{ mm}^4$

② $I_{y'2} = \frac{1}{12}(152 \text{ mm})(19 \text{ mm})^3 + (2,888 \text{ mm}^2)(23.75-9.5 \text{ mm})^2 = 673,325 \text{ mm}^4$

$\bar{I}_{y'} = 2(988,268 \text{ mm}^4) + (673,325 \text{ mm}^4) = 2,649,861 \text{ mm}^4$
 $= 2,650,000 \text{ mm}^4 = 2.65 \times 10^6 \text{ mm}^4$

5. (a) $A = (4b)(3c) - (2b)(c) = 10bc$

$$m = \rho t A = \rho t (10bc) \Rightarrow \rho t = \frac{m}{A} = \frac{m}{10bc} \Rightarrow I = \rho t I^{\text{area}} = \frac{m}{10bc} I^{\text{area}}$$

$$I_y^{\text{area}} = \frac{1}{12} (4b)(3c)^3 - \frac{1}{12} (2b)(c)^3 = \frac{53}{6} bc^3 \Rightarrow I_y = \frac{m}{10bc} \left(\frac{53}{6} bc^3 \right) = \frac{53}{60} mc^2$$

$$I_z^{\text{area}} = \frac{1}{12} (3c)(4b)^3 - \frac{1}{12} (c)(2b)^3 = \frac{46}{3} b^3c \Rightarrow I_z = \frac{m}{10bc} \left(\frac{46}{3} b^3c \right) = \frac{46}{30} mb^2$$

$$I_x = I_y + I_z = \frac{53}{60} mc^2 + \frac{23}{15} mb^2 = 0.883 mc^2 + 1.533 mb^2$$

(b) <방법 1>

$$I_{y'1}^{\text{area}} = \frac{1}{3} (4b)(3c)^3 = 36bc^3$$

$$I_{y'2}^{\text{area}} = \frac{1}{12} (2b)(c)^3 + 2bc \left(\frac{3}{2}c \right)^2 = \frac{14}{3} bc^3$$

$$I_{y'}^{\text{area}} = I_{y'1}^{\text{area}} - I_{y'2}^{\text{area}} = 36bc^3 - \frac{14}{3} bc^3 = \frac{94}{3} bc^3$$

$$I_{y'} = \frac{m}{10bc} I_{y'}^{\text{area}} = \frac{m}{10bc} \frac{94}{3} bc^3 = \frac{47}{15} mc^2 = 3.133 mc^2$$

<방법 2>

$$I_{y'} = I_y + m d^2 = \frac{53}{60} mc^2 + m \left(\frac{3}{2}c \right)^2 = \left(\frac{53}{60} + \frac{135}{60} \right) mc^2 = \frac{188}{60} mc^2$$

$$= \frac{47}{15} mc^2 = 3.133 mc^2$$

1. 질량이 m 이고 길이가 L 인 봉의 한 끝에 회전 축이 있을 때 봉의 질량관성모멘트는 $\frac{1}{3}mL^2$ 이다.

질량관성모멘트 I 는 회전운동 변화에 대한 저항의 척도이므로, 이 값이 크면 회전운동을 하기 쉽고 작으면 회전운동을 하기 어렵다. 따라서 공중에서 회전운동을 할 때에는 I 값을 작게 하기 위하여 팔 길이 L 을 작게 하고, 착지할 때에는 I 값을 크게 하기 위하여 팔 길이 L 을 크게 한다.

2. ① 반원 선재 $L = [\pi(400 \text{ mm})] = 1,256.6 \text{ mm}$, $\bar{z} = \frac{2}{\pi}(400 \text{ mm}) = 254.6 \text{ mm}$
 ② 직선 선재 $L = \sqrt{(500 \text{ mm})^2 + (600 \text{ mm})^2} = 781.0 \text{ mm}$, $\bar{z} = 0$
 ③ 직선 선재 $L = \sqrt{(600 \text{ mm})^2 + (300 \text{ mm})^2} = 670.8 \text{ mm}$, $\bar{z} = \frac{1}{2}(300 \text{ mm}) = 150 \text{ mm}$

$$\Sigma L = 1,256.6 + 781.0 + 670.8 \text{ mm} = 2,708.4 \text{ mm}$$

$$\Sigma(\bar{z}L) = (254.6)(1,256.6) + (0)(781.0) + (150)(670.8) \text{ mm}^2 = 420,550 \text{ mm}^2$$

$$\bar{Z} = \frac{\Sigma(\bar{z}L)}{\Sigma L} = \frac{420,550 \text{ mm}^2}{2,708.4 \text{ mm}} = 155.3 \text{ mm}$$

3. $a = 1.75 \text{ m}$, $b = 4.5 \text{ m}$, $L = 6.5 \text{ m}$, $\theta = 15^\circ$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(1.75 \text{ m})^2 + (4.5 \text{ m})^2} = 4.828 \text{ m}$$

$$\tan\beta = \frac{b}{a} = \frac{4.5 \text{ m}}{1.75 \text{ m}} = 2.57 \Rightarrow \beta = \tan^{-1}2.57 = 68.7^\circ$$

$$\text{최소 } \mu_s \Rightarrow \text{움직이려 할 때, } F_A = \mu_s N_A, F_B = \mu_s N_B$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; F_A \cos\theta - N_A \sin\theta + F_C \cos\beta - N_C \sin\beta = 0$$

$$\Rightarrow (\mu_s \cos\theta - \sin\theta) N_A + (\mu_s \cos\beta - \sin\beta) N_C = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0; F_A \sin\theta + N_A \cos\theta + F_C \sin\theta + N_C \cos\theta - W = 0$$

$$\Rightarrow (\mu_s \sin\theta + \cos\theta) N_A + (\mu_s \sin\beta + \cos\beta) N_C - W = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\uparrow \Sigma M_A = 0; d N_C - \frac{L}{2} \cos\beta W = 0 \Rightarrow W = \frac{2d}{L \cos\beta} N_C \quad \left(\frac{2d}{L \cos\beta} = \frac{2(4.828)}{6.5 \cos 68.7^\circ} = 4.090 \right)$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow (\mu_s \sin\theta + \cos\theta) N_A + \left(\mu_s \sin\beta + \cos\beta - \frac{2d}{L \cos\beta} \right) N_C = 0 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{3} \Rightarrow (\mu_s \cos\theta - \sin\theta)(\mu_s \sin\beta + \cos\beta - \frac{2d}{L \cos\beta}) - (\mu_s \sin\theta + \cos\theta)(\mu_s \cos\beta - \sin\beta) = 0$$

$$\Rightarrow (\cos\theta \sin\beta - \sin\theta \cos\beta) \mu_s^2$$

$$+ [\cos\theta (\cos\beta - \frac{2d}{L \cos\beta}) - \sin\theta \sin\beta + \sin\theta \sin\beta - \cos\theta \cos\beta] \mu_s$$

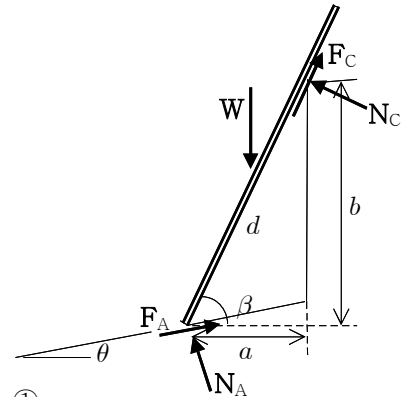
$$+ [-\sin\theta (\cos\beta - \frac{2d}{L \cos\beta}) + \cos\theta \sin\beta] = 0$$

$$\Rightarrow \sin(\beta - \theta) \mu_s^2 - \frac{2d}{L \cos\beta} \cos\theta \mu_s + [\sin(\beta - \theta) + \frac{2d}{L \cos\beta} \sin\theta] = 0$$

$$\Rightarrow \sin(68.7^\circ - 15^\circ) \mu_s^2 - 4.090 \cos 15^\circ \mu_s + [\sin(68.7^\circ - 15^\circ) + 4.090 \sin 15^\circ] = 0$$

$$\Rightarrow 0.806 \mu_s^2 - 3.951 \mu_s + 1.864 = 0$$

$$\mu_s = \frac{3.951 \pm \sqrt{(-3.951)^2 - 4(0.806)(1.864)}}{2(0.806)} = 0.528, 4.37 \Rightarrow \mu_s = 0.528$$



4. (a) 대칭성 $\rightarrow \bar{X} = \frac{1}{2}(160 \text{ mm}) = 80.0 \text{ mm}$

① 직사각형 $A = (160 \text{ mm})(80 \text{ mm}) = 12,800 \text{ mm}^2$, $\bar{y} = 40 \text{ mm}$

② 반 원 $\frac{4}{3\pi}(60 \text{ mm}) = 25.46 \text{ mm}$

$$A = -\frac{1}{2}\pi(60 \text{ mm})^2 = -5,655 \text{ mm}^2, \bar{y} = (80 \text{ mm}) - (25.46 \text{ mm}) = 54.54 \text{ mm}$$

$$\Sigma A = 12,800 + (-5,655) \text{ mm}^2 = 7,145 \text{ mm}^2$$

$$\Sigma \bar{y}A = (40)(12,800) + (54.54)(-5,655) \text{ mm}^3 = 203,576 \text{ mm}^3$$

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma \bar{y}A}{\Sigma A} = \frac{203,576 \text{ mm}^3}{7,145 \text{ mm}^2} = 28.5 \text{ mm} \quad \text{도심} = (80.0 \text{ mm}, 28.5 \text{ mm})$$

(b) $I_{y1} = \frac{1}{3}(80 \text{ mm})(160 \text{ mm})^3 = 109,226,667 \text{ mm}^4$

$$I_{y2} = \frac{1}{8}\pi(60 \text{ mm})^4 + (5,655 \text{ mm}^2)(80 \text{ mm})^2 = 41,281,380 \text{ mm}^4$$

$$I_y = I_{y1} - I_{y2} = (109,226,667 \text{ mm}^4) - (41,281,380 \text{ mm}^4) \\ = 67,945,287 \text{ mm}^4 = 67.9 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

(c) $I_{x1} = \frac{1}{3}(160 \text{ mm})(80 \text{ mm})^3 = 27,306,667 \text{ mm}^4$

$$I_{x2} = \frac{1}{8}\pi(60 \text{ mm})^4 + (5,655 \text{ mm}^2)[-(25.46 \text{ mm})^2 + (54.54 \text{ mm})^2] = 18,245,172 \text{ mm}^4$$

$$I_x = I_{x1} - I_{x2} = (27,306,667 \text{ mm}^4) - (18,245,172 \text{ mm}^4) = 9,061,495 \text{ mm}^4 = 9.06 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

5. (a) $I_x = \frac{1}{3}mb^2 + \frac{1}{3}mc^2$

$$I_{y'} = \frac{1}{12}ma^2 + \frac{1}{12}mc^2$$

(b) $\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12}mb^2 + \frac{1}{12}mc^2$

$$I_{x'} = \bar{I}_{x'} + md^2 = \left(\frac{1}{12}mb^2 + \frac{1}{12}mc^2\right) + m\left(\frac{b}{6}\right)^2 = \frac{1}{9}mb^2 + \frac{1}{12}mc^2$$