정 역 학 연습문제 풀이 제3장 (2019년)

[3.1절]

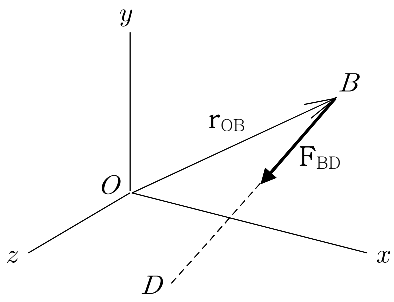
3.32 T_{BD} = 900 N, B(2.5m, 2m, 0), D(1.5m, 0, 2m)

S; given T_{BD}, B, D, required d

⇒ 점 O에 관한 모멘트의 크기

= 장력 T_{BD} × 수직거리 d

M; 자유물체도(F.B.D.)



A; ① 위치벡터 $\mathbf{r}_{OB}$ 또는 $\mathbf{r}_{OD}$

$\mathbf{r}_{OB}$ = 2.5 **i** - 2 **j** (m)

② 힘벡터

$BD = \sqrt{(-1)^2+(-2)^2+2^2}$ m = 3.00 m

$\lambda_{BD} = \dfrac{1}{3.00}$ (-1 **i** - 2 **j** + 2 **k**)

$\mathbf{F}_{BD} = T_{BD}\ \lambda_{BD} = \dfrac{900\ \text{N}}{3.00}$ (-1 **i** - 2 **j** + 2 **k**) = -300 **i** - 600 **j** + 600 **k** (N)

③ 벡터곱

$\mathbf{M}_O = \mathbf{r}_{OB} \times \mathbf{F}_{BD}$

= [2.5 **i** - 2 **j** (m)] × [-300 **i** - 600 **j** + 600 **k** (N)]

= [(-2)(600) - 0] **i** + [0 - (2.5)(600)] **j** + [(2.5)(600) - (-2)(-300)] **k** (N·m)

= 1,200 **i** - 1,500 **j** - 900 **k** (N·m)

④ $M_O = \sqrt{1{,}200^2+(-1{,}500)^2+(-900)^2}$ (N·m) = 2,121 (N·m)

$M_O = T_{BD}\ d$

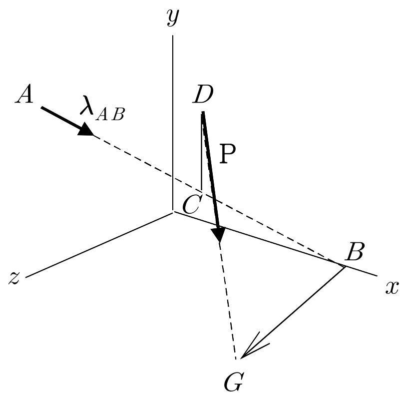
⇒ $d = \dfrac{M_O}{T_{BD}} = \dfrac{2{,}121\ \text{N}\cdot\text{m}}{900\ \text{N}}$ = 2.357 m ⇒ d = 2.36 m

R(과정의 타당성) : (가령, 위치벡터 $\mathbf{r}_{OB}$ 또는 $\mathbf{r}_{OD}$)

T(결과의 의미) : (가령, $d<OB$, $d<OD$, 수직거리가 최단)

3.55 S; CD = 23 cm, AB = 50 cm, P = 235 N,
M_{AB} = ?
⇒ 축 AB에 관한 모멘트
$M_{AB} = \boldsymbol{\lambda}_{AB} \cdot (\mathbf{r}_{G/B} \times \mathbf{P})$]

M; 자유물체도(F.B.D.)



A; ① 위치벡터 $\mathbf{r}_{G/A}$ 또는 $\mathbf{r}_{G/B}$

$\mathbf{r}_{G/B}$ = [(16+21)-32]**i** + (0)**j** + (12+18)**k** (cm)
= 5 **i** + 30 **k** (cm) = 0.05 **i** + 0.3 **k** (m)

② 힘벡터

$DG = \sqrt{21^2+(-23-15)^2+18^2}$ cm = 47.0 cm

$\boldsymbol{\lambda}_{DG} = \dfrac{1}{47.0}$ (21 **i** - 38 **j** + 18 **k**)

$\mathbf{P} = P\ \boldsymbol{\lambda}_{DG}$

$= \dfrac{235\ \mathrm{N}}{47.0}$(21 **i** - 38 **j** + 18 **k**)

= 105 **i** - 190 **j** + 90 **k** (N)

①② $\mathbf{M}_B = \mathbf{r}_{G/B} \times \mathbf{P}$
= [0.05 **i** + 0.3 **k** (m)] × [105 **i** - 190 **j** + 90 **k** (N)]
= [0-(0.3)(-190)]**i** + [(0.3)(105)-(0.05)(90)]**j** + [(0.05)(-190)-0]**k** (N·m)
= 57 **i** + 27 **j** - 9.5 **k** (N·m)

③ $AB = \sqrt{(32\ \mathrm{cm})^2+(-30\ \mathrm{cm})^2+(-24\ \mathrm{cm})^2}$ = 50 cm

$\boldsymbol{\lambda}_{AB} = \dfrac{(32\ \mathrm{cm})\mathbf{i} + (-30\ \mathrm{cm})\mathbf{j}+(-24\ \mathrm{cm})\mathbf{k}}{50\ \mathrm{cm}}$ = 0.64 **i** - 0.60 **j** - 0.48 **k**

④ $M_{AB} = \boldsymbol{\lambda}_{AB} \cdot \mathbf{M}_B = \boldsymbol{\lambda}_{AB} \cdot (\mathbf{r}_{G/B} \times \mathbf{P})$
= (0.64 **i** - 0.60 **j** - 0.48 **k**) · [57 **i** + 27 **j** - 9.5 **k** (N·m)]
= (0.64)(57) + (-0.60)(27) + (-0.48)(-9.5) = 24.84 (N·m)

⇒ M_{AB} = 24.8 N·m

R(과정의 타당성) : (가령 $\mathbf{M}_B$ 계산에 사용될 수 있는 위치벡터 $\mathbf{r}_{G/A}$, $\mathbf{r}_{D/A}$, $\mathbf{r}_{G/B}$, $\mathbf{r}_{D/B}$, $\mathbf{r}_{G/C}$, $\mathbf{r}_{D/C}$)

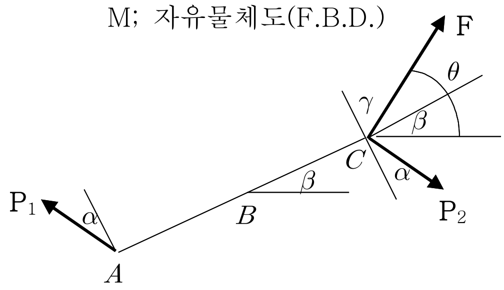
T(결과의 의미) ; (가령, $M_{AB}>0$, 선 AB에 관한 모멘트의 방향)

[3.3절]

3.89 P = 90 N, F = 216 N, α = 20°, β = 30°, γ = 55°, d_{AB} = 0.6 m, d_{BC} = 0.45 m

S; 2차원 등가 힘-우력 계

M; 자유물체도(F.B.D.)



A; (a) $\theta = \beta + (90° - \gamma)$

$= 30° + (90° - 55°) = 65°$

$F_B \parallel F$, $\Sigma F = F_B = F$

⇒ F_B의 방향 = F의 방향 = ↗65.0°

$F_B = F$ = 216 N

⇒ F_B = 216 N ↗65.0°

$\circlearrowleft \Sigma M_B = M_B$

$= -(d_{AB} + d_{BC})\,(P \cos\alpha) + d_{BC}\,(F \cos\gamma)$

$= -(0.6 + 0.45\ \text{m})\,(90\ \text{N}) \cos 20° + (0.45\ \text{m})\,(216\ \text{N}) \cos 55°$

$= -88.80 + 55.752\ \text{N·m} = -33.048\ \text{N·m}$

⇒ M_B = 33.0 N·m ↻

(b) $\Sigma F = F_D = F$ = 216 N ↗65.0°

$\circlearrowleft \Sigma M_B = M_B = d_{BD}\,(F \cos\gamma)$

⇒ $d_{BD} = \dfrac{-33.048\ \text{N}\cdot\text{m}}{(216\ \text{N})\cos 55.0°}$ = -0.2667 m = -266.7 mm

B의 왼쪽 267 mm 지점에 힘 216 N ↗65.0° 작용

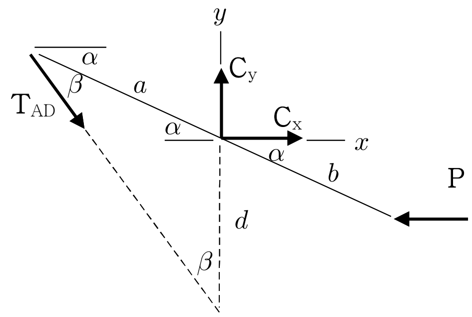
R(과정의 타당성) ; (가령, $\circlearrowleft \Sigma M_B$ 대신 $\circlearrowleft \Sigma M_A$ 또는 $\circlearrowleft \Sigma M_C$ 를 비교하면?)

T(결과의 의미) ; (가령, $d_{BD} < 0$ 의 의미)

[4.1절]

4.22 S; known ; P = 500 N ←, a = 0.250 m, b = 0.200 m, d = 0.2 50 m, α = 30°
unknown ; T_{AD}, C
⇒ 모멘트 평형, 힘의 평형, 반력 유형 1&2

M; 자유물체도(F.B.D.)



A; (a) AC = CD 이고, 각ACD = 120°

⇒ 각A = 각D = β = 30°

$+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0$;

$a\,(T_{AD}\ \sin\beta) - (b\ \sin\alpha)\ P = 0$

$$\Rightarrow\ T_{AD} = \frac{b\sin\alpha}{a\sin\beta}P = \frac{(0.2\ \text{m})\sin 30^\circ}{(0.25\ \text{m})\sin 30^\circ}\ (500\ \text{N})$$

= 400 N ⇒ T_{AD} = 400 N

(b) $\gamma = \alpha + \beta$ = 30° + 30° = 60°

$\rightarrow \Sigma F_x = 0$;

$C_x + T_x - P = 0$

⇒ $C_x = -T_{AD}\ \cos\gamma + P$ = −(400 N) cos60° + (500 N) = 300 N

$\uparrow \Sigma F_y = 0$;

$C_y - T_y = 0$

⇒ $C_y = T_{AD}\ \sin\gamma$ = (400 N) sin60° = 346.4 N

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{(300\ \text{N})^2 + (346.4\ \text{N})^2} = 458.2\ \text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{C_y}{C_x} = \tan^{-1}\frac{346.4\ \text{N}}{300\ \text{N}} = \tan^{-1}(1.1547) = 49.1^\circ$$

⇒ C = 458 N ∠49.1°

R; (예: $+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$ 을 사용하면?
힘의 평형 방정식 ($\rightarrow \Sigma F_x = 0$, $\uparrow \Sigma F_y = 0$)을 먼저 사용하면?
x축을 막대 방향으로 설정하면?)

T; (예: 힌지 C의 역할)

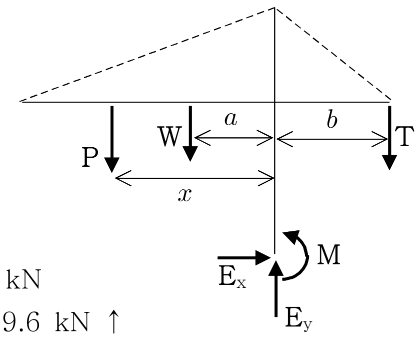
4.43 P = 16.2 kN, W = 5.4 kN, T = 18 kN, x = 4.8 m, a = 2.6 m, b = 1.5 m

S; 반력 유형 1&3(고정지지, 줄)

힘의 평형, 모멘트 평형,

$\rightarrow\Sigma F_x = 0$, $\uparrow\Sigma F_y = 0$, $+\circlearrowleft\Sigma M_E = 0$

(a) M; 자유물체도(F.B.D.)



A; $\rightarrow\Sigma F_x = 0$; $E_x = 0$

$\uparrow\Sigma F_y = 0$; $E_y - P - W - T = 0$

$\Rightarrow$ $E_y = P + W + T$

= (16.2 kN) + (5.4 kN) + (18 kN) = 39.6 kN

$\Rightarrow$ E = 39.6 kN ↑

$+\circlearrowleft\Sigma M_E = 0$; $M + x\ P + a\ W - b\ T = 0$

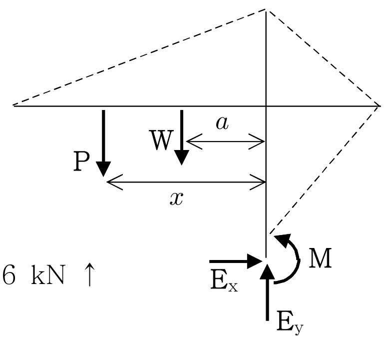
$\Rightarrow$ $M = -x\ P - a\ W + b\ T$

= -(4.8 m)(16.2 kN) - (2.6 m)(5.4 kN) + (1.5 m)(18 kN)

= -64.8 kN·m

$\Rightarrow$ M = 64.8 kN·m ↻

(b) M; 자유물체도(F.B.D.)



A; $\rightarrow\Sigma F_x = 0$; $E_x = 0$

$\uparrow\Sigma F_y = 0$; $E_y - P - W = 0$

$\Rightarrow$ $E_y = P + W$

= (16.2 kN) + (5.4 kN) = 21.6 kN

$\Rightarrow$ E = 21.6 kN ↑

$+\circlearrowleft\Sigma M_E = 0$; $M + x\ P + a\ W = 0$

$\Rightarrow$ $M = -x\ P - a\ W$

= -(4.8 m)(16.2 kN) - (2.6 m)(5.4 kN)

= -91.8 kN·m

$\Rightarrow$ M = 91.8 kN·m ↻

R; (예: ΣM_A 또는 ΣM_C 를 사용하는 경우)

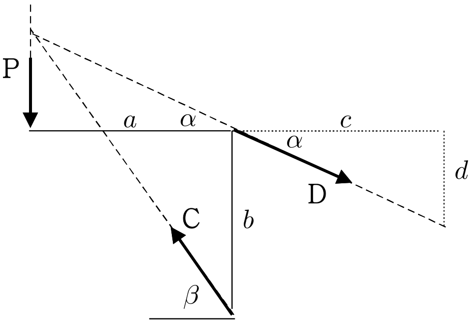
T; (예: a와 b에서 반력 모멘트 방향이 다른 이유)

[4.2절]

4.68 P = 150 N, a = 1 m, b = 1 m, c = 1 m, d = 0.5 m

S; 두 힘의 평형, 세 힘의 평형, 반력 유형2
세 힘의 작용선이 한 점에서 만남

M; 자유물체도(F.B.D.)



A; $\tan\alpha = \dfrac{d}{c} = \dfrac{0.5\text{ m}}{1\text{ m}} = 0.5$

$\Rightarrow \quad \alpha = \tan^{-1}(0.5) = 26.57°$

$\tan\beta = \dfrac{b+d}{a} = \dfrac{1.5\text{ m}}{1\text{ m}} = 15$

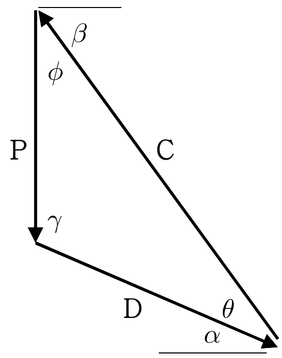
$\Rightarrow \quad \beta = \tan^{-1}(1.5) = 56.31°$

$\gamma = 90° + \alpha = 90° + 26.57° = 116.57°$

$\phi = 90° - \beta = 90° - 56.31° = 33.69°$

$\theta = \beta - \alpha = 56.31° - 26.57° = 29.74°$

힘 삼각형(force triangle)



$$\frac{C}{\sin\gamma} = \frac{P}{\sin\theta}$$

$$\Rightarrow \quad C = P\frac{\sin\gamma}{\sin\theta} = (150\text{ N})\,\frac{\sin 116.57°}{\sin 29.74°} = 270.4\text{ N}$$

$\Rightarrow$ C = 270 N ↖56.3°

$$\frac{D}{\sin\phi} = \frac{P}{\sin\theta}$$

$$\Rightarrow \quad D = P\frac{\sin\phi}{\sin\theta} = (150\text{ N})\,\frac{\sin 33.69°}{\sin 29.74°} = 167.73\text{ N}$$

$\Rightarrow$ D = 167.7 N ↘26.6°

R; (예: 직각성분 방법으로 풀이 한다면?)

T; (예: B의 반력의 방향, C의 반력의 방향)